

Oktober – Klausur (Verständnisteil)
Analysis III für Ingenieure

Name: Vorname:
Matr.-Nr.: Studiengang:

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 32 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 10 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	6	Σ

1. Aufgabe

7 Punkte

Sei $D = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix}$, $\lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$. Bestimmen Sie e^D !

2. Aufgabe

6 Punkte

Zeigen Sie: $\vec{y}_1(x) = \begin{pmatrix} 2 \\ 2x \end{pmatrix}$ und $\vec{y}_2(x) = \begin{pmatrix} x \\ 2x^2 \end{pmatrix}$ bilden ein Fundamentalsystem von

$$\vec{y}'(x) = \begin{pmatrix} -\frac{1}{x} & \frac{1}{x^2} \\ -2 & x \end{pmatrix} \vec{y}(x).$$

3. Aufgabe

6 Punkte

Betrachtet wird das folgende Rand- Eigenwertproblem

$$(xy')' + (1 - \lambda(x^2 + 1))y = 0, \quad y(0) = y(1) = 0, \quad \lambda \in \mathbb{R}.$$

Zeigen Sie, dass es sich hierbei um ein Sturm- Liouville'sches Rand- Eigenwertproblem handelt.

Hinweis: Sie brauchen nicht die Lösung zu bestimmen.

4. Aufgabe

8 Punkte

Bestimmen Sie mit Hilfe der Cauchy'schen Integralformel das komplexe Wegintegral

$$\int_{|w|=2} \frac{e^w}{w(w-3)} dw.$$

5. Aufgabe

7 Punkte

Berechnen Sie das Integral $\int_{\gamma} \frac{1}{z} dz$, wobei γ die Gerade von $z_0 = i$ nach $z_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{i}{\sqrt{2}}$ sein soll. Vereinfachen Sie Ihr Ergebnis so weit wie möglich.

6. Aufgabe

6 Punkte

Konstruieren Sie eine Funktion f , die in $\mathbb{C} \setminus \{2\}$ regulär analytisch ist und in $z_0 = 2$ einen Pol 3. Ordnung besitzt. Bestimmen Sie das Residuum von f für $z_0 = 2$ und für $z_1 = 0$.