

Juli – Klausur (Verständnisteil)
Analysis III für Ingenieure

Name: Vorname:

Matr.-Nr.: Studiengang:

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	Σ

1. Aufgabe

10 Punkte

Bestimmen Sie das Bild des 1. Quadranten der komplexen Ebene unter der Möbiustransformation

$$f(z) = \frac{z+i}{z-i}.$$

Erstellen Sie zudem eine Skizze der Bildmenge.

2. Aufgabe

10 Punkte

Zeigen Sie, dass sich für sämtliche $k, l \in \mathbb{Z}$ die Kurven

$$c_k(t) = \left(\frac{1}{2} + k + t(1+i) \right)^3$$
$$\tilde{c}_l(t) = \left(\frac{1}{2} + l + t(1-i) \right)^3$$

stets unter einem rechten Winkel schneiden.

3. Aufgabe

10 Punkte

Stellen Sie ein lineares, homogenes Differentialgleichungssystem 3. Ordnung auf, welches u. a. die Lösungen

$$\vec{y}_1 = e^{-2x} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{y}_2 = e^{3x} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

besitzt.

4. Aufgabe

10 Punkte

Welche der folgenden Aussagen sind wahr, welche sind falsch?
Geben Sie jeweils eine Begründung oder ein Gegenbeispiel an.

1. $\int_{|z|=1} \sin z \, dz = 2\pi$.
2. Die Möbiustransformation $f(z) = \frac{z+1}{z-i}$ bildet jede Gerade wieder auf eine Gerade ab.
3. Jede analytische Funktion kann als Taylorreihe entwickelt werden.
4. Die inhomogene Differentialgleichung $-y'' + 4y = 3e^{-x}$ hat als partikuläre Lösung $y_p(x) = e^{-x}$.
5. Sind $\vec{y}_1, \dots, \vec{y}_k$ Lösungen von $\vec{y}' = A(x)\vec{y} + \vec{b}(x)$, so ist auch $\sum_{j=1}^k \mu_j \vec{y}_j$ eine Lösung dieses Systems, falls $\sum_{j=1}^k \mu_j = 1$.