

Juli – Klausur (Rechenteil)
Analysis III für Ingenieure

Name: Vorname:

Matr.-Nr.: Studiengang:

Es ist nur ein handbeschriebenes A4-Blatt mit Notizen zugelassen. Taschenrechner und Formelsammlungen sind nicht zugelassen. Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Rechenaufgaben. Geben Sie immer den **vollständigen Rechenweg** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	Σ

1. Aufgabe

10 Punkte

Von einer analytischen Funktion $f(z)$ sind der Imaginärteil durch

$$\operatorname{Im} f(x + iy) = -y^3 + 3x^2y + y, \quad x, y \in \mathbb{R},$$

und die Eigenschaft $f(1) = 0$ gegeben.

Ermitteln Sie den Realteil von $f(x+iy)$ mit Hilfe der Cauchy-Riemann-Differentialgleichungen.

2. Aufgabe

10 Punkte

Berechnen Sie das von einer Zahl $\alpha \in \mathbb{R}$ mit $\alpha > 1$ abhängige Integral

$$\int_0^{2\pi} \frac{1}{\alpha + \cos \varphi} d\varphi,$$

indem Sie es als ein komplexes Kurvenintegral auf dem Einheitskreis auffassen.

Hinweise: Schreiben Sie $\cos \varphi$ mit der Eulerschen Formel um. Benutzen Sie, dass für $\alpha > 1$ gilt: $-\alpha - \sqrt{\alpha^2 - 1} < -1 < -\alpha + \sqrt{\alpha^2 - 1} < 0$.

3. Aufgabe

8 Punkte

Berechnen Sie die \mathcal{Z} -Transformierte der Folge $(n^2)_{n \in \mathbb{N}_0}$ in geschlossener Form.

4. Aufgabe

12 Punkte

Berechnen Sie die Eigenwerte und Eigenfunktionen des Rand-Eigenwert-Problems

$$y'' + 4y' + (4 + \lambda)y = 0, \quad y(0) = y(2\pi) = 0.$$

Hinweis: Sie müssen dafür die DGL nicht in selbstadjungierte Form umschreiben.