Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik SS 2008

G. Bärwolff 22. Mai 2008

Mai-Klausur (Verständnisteil)
Analysis III für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **60 Minuten**.

Korrektur

1	2	3	4	Σ

1. Aufgabe 5 Punkte

Sei $T : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ eine Möbius Transformation mit

$$T(-1) = i, \quad T(1) = -i \quad \text{und } T(i) = -2i.$$

Bestimmen Sie das Bild des Einheitskreises $K := \{z \in \mathbb{C},\ |z| \leq 1\}$ unter T.

2. Aufgabe 3 Punkte

Berechnen Sie

$$\int_{K_{1,\frac{1}{2}}} \frac{3z^6 + 2}{z^2(z^4 - 1)}\, dz$$

über den positiven durchlaufenden Kreis

$$K_{1,\frac{1}{2}} := \{z \in \mathbb{C},\ |z - 1| = \frac{1}{2}\}.$$

3. Aufgabe 10 Punkte

Welche der folgenden Aussagen ist wahr/falsch? Begrunden Sie Ihre Antwort

1. Ist T eine Möbius Transformation mit $T(\infty) = \infty$, dann ist $T(\mathbb{R})$ ein echter Kreis um den Ursprung.
2. Ist $f : x + iy \mapsto u(x, y) + iv(x, y)$ analytisch, dann ist v harmonisch.
3. $\ln |z|$ ist eine Stammfunktion von $z \mapsto \frac{1}{z}, \quad z \neq 0$.
4. Die Funktion $u : (x, y) \mapsto xy^2$ ist der Realteil einer analytischen Funktion.
5. Ist C eine geschlossene Kurve in $\mathbb{C}$, dann ist $\int_C ze^{z^3}\, dz = 0$.

4. Aufgabe 2 Punkte

Sei $K_2 := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2,\ x^2 + y^2 < 4\}$. Lösen Sie das Randwertproblem

$$\begin{aligned} \Delta u(x, y) &= 0 \quad \text{für } (x, y) \in K_2 \\ u(x, y) &= 1 \quad \text{für } x^2 + y^2 = 4 \end{aligned}$$