

Juli-Klausur (Rechenteil)
Analysis III für Ingenieure

Name: Vorname:

Matr.-Nr.: Studiengang:

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Keine Taschenrechner und Aufzeichnungen zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Rechenaufgaben. Geben Sie immer den **vollständigen Rechenweg** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **60 Minuten**.

Korrektur

1	2	3	4	Σ

1. Aufgabe

9 Punkte

Gegeben sei die Funktion $u : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $(x, y) \mapsto e^{3x} \cos(ay)$. Bestimmen Sie $a \in \mathbb{R}_+$ so, dass u harmonisch ist. Ermitteln Sie die harmonische konjugierte Funktion v , so dass $f := u + iv$ holomorph d.h analytisch ist und $f(0) = 1 + i$ gilt.

2. Aufgabe

10 Punkte

- (i) Bestimmen Sie die Taylorreihe von $f(z) := \frac{1}{z-1}$ mit Entwicklungspunkt i .
- (ii) Leiten Sie daraus die Laurententwicklung der Funktion $g(z) := \frac{1}{z^2 - (1+i)z + i}$ her und geben Sie deren Haupt- und Nebenteil an.
- (iii) Klassifizieren Sie die Singularitäten z_0 und z_1 von g und bestimmen Sie $\text{Res}(g(z), z_i)$ für $i = 0, 1$.

3. Aufgabe

10 Punkte

Berechnen Sie mittels Residuensatz

$$\int_0^{2\pi} \frac{dt}{(10 - 6 \cos t)}.$$

4. Aufgabe

11 Punkte

Sei (u_n) die Folge definiert durch $u_{n+2} = 2u_{n+1} + 8u_n$, $u_0 = 1$ und $u_1 = 2$.

- (i) Berechnen Sie u_2, u_3 und u_4 .
- (ii) Sei $F(z)$ die Z -Transformierte der Folge (u_n) . Zeigen Sie

$$F(z) = \frac{z^2}{z^2 - 2z - 8}.$$

- (iii) Zeigen Sie:

$$\frac{F(z)}{z} = \frac{A}{z-4} + \frac{B}{z+2},$$

wobei $A, B \in \mathbb{R}$. Berechnen Sie A und B .

- (iv) Bestimmen Sie die Folge (u_n) und überprüfen Sie Ihre Ergebnisse anhand der Werte aus i).