

**Oktober-Klausur (Rechenteil)**  
**Analysis III für Ingenieure**

Name: ..... Vorname: .....  
Matr.-Nr.: ..... Studiengang: .....

---

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Keine Taschenrechner und Aufzeichnungen zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Rechenaufgaben. Geben Sie immer den **vollständigen Rechenweg** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **60 Minuten**.

---

**Korrektur**

1	2	3	4	$\Sigma$

## 1. Aufgabe

8 Punkte

Gegeben sei die Funktion  $v : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $(x, y) \mapsto -\sin x \sinh y$ .

- (i) Zeigen Sie, dass  $v$  der Imaginärteil einer analytischen Funktion  $f$  ist.
- (ii) Bestimmen Sie diese Funktion  $f$  mit  $f(0) = 1$ .

## 2. Aufgabe

8 Punkte

- (i) Bestimmen Sie die Singularitäten der Funktion  $f(z) := \frac{\cos z - 1}{z^2(z - \pi)}$ . Von welchem Typ sind diese Singularitäten? Begründen Sie ihre Entscheidung.
- (ii) Bestimmen Sie die Residuen in den Singularitäten aus (i).

## 3. Aufgabe

10 Punkte

Berechnen Sie die Werte der folgenden Integrale mit Hilfe komplexer Integration:

$$\int_0^{2\pi} \frac{3 + 2 \cos t}{5 - 4 \sin t} dt.$$

## 4. Aufgabe

14 Punkte

- (i) Entwickeln Sie die Funktion  $f(z) = \frac{1}{z^3(z^2 - 1)}$  in eine Laurentreihe in den Gebieten

$$G_1 := \{z \in \mathbb{C} : 0 < |z| < 1\} \quad \text{und} \quad G_2 := \{z \in \mathbb{C} : |z| > 1\}.$$

- (ii) Bestimmen Sie die inverse  $Z$ -Transformierte der Funktion  $f(z)$ .