

Juli-Klausur (Rechenteil)
Analysis III für Ingenieure

Name: Vorname:

Matr.-Nr.: Studiengang:

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Rechenaufgaben. Geben Sie immer den **vollständigen Rechenweg** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **60 Minuten**.

Korrektur

1	2	3	4	5	Σ

1. Aufgabe

7 Punkte

Von einer analytischen Funktion $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, seien der Realteil durch

$$\operatorname{Re}(f(x + iy)) = u(x, y) = 2xy - x + y, \quad x, y \in \mathbb{R}$$

und die Eigenschaft $f(i) = 1$ gegeben.

Bestimmen Sie $f(z)$ mit Hilfe der Cauchy-Riemannschen Gleichungen.

2. Aufgabe

8 Punkte

Finden Sie eine Möbius Transformation $T : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, die den Kreis

$$K := \{z \in \mathbb{C}, |z| = 1\}$$

auf eine Gerade abbildet mit $z_0 = 0$ als einzigem Fixpunkt.

3. Aufgabe

10 Punkte

1. Es sei $\alpha > 1$. Beweisen Sie:

$$-\alpha - \sqrt{\alpha^2 - 1} < -1 < -\alpha + \sqrt{\alpha^2 - 1} < 0.$$

2. Berechnen Sie das von einer Zahl $\alpha \in \mathbb{R}$ mit $\alpha > 1$ abhängige Integral

$$\int_0^{2\pi} \frac{1}{\alpha + \cos \varphi} d\varphi,$$

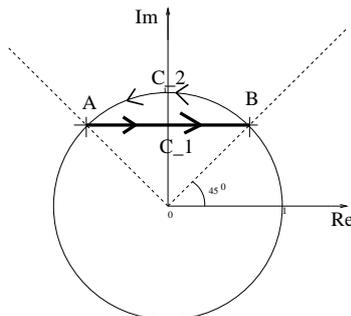
indem Sie es als ein komplexes Kurvenintegral auf dem Einheitskreis auffassen.

4. Aufgabe

8 Punkte

Berechnen Sie $\int_{C_i} (z^3 - z + 1) dz$, $i = 1, 2$, dabei ist

- C_1 die gerichtete Strecke von A zu B und
- C_2 der positive durchlaufende Kreisbogen mit dem Radius 1 um den Ursprung, der B mit A verbindet (Sehen Sie die Skizze).



5. Aufgabe

7 Punkte

Berechnen Sie die inverse Laplace-Transformierte der Funktion

$$F(s) = \frac{(s + 1)(s^2 - 1)}{s^4 - 1}.$$