

Juli-Klausur (Verständnisteil)
Analysis III für Ingenieure

Name: Vorname:

Matr.-Nr.: Studiengang:

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **60 Minuten**.

Korrektur

1	2	3	4	5	Σ

1. Aufgabe

8 Punkte

Bestimmen Sie für die folgenden Funktionen f und Punkte z_0 die Art der Singularität von f in z_0 .

a) $f(z) = \frac{z^3 + 3z + 2i}{z^2 + 1}$, $z_0 = i$,

b) $f(z) = \frac{\cos z - 1}{z^4}$, $z_0 = 0$.

Bestimmen jeweils in a) und b) $\text{Res}(f, z_0)$.

2. Aufgabe

10 Punkte

Bestimmen Sie mit Hilfe des Residuensatzes

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{1+x^2} dx.$$

3. Aufgabe

7 Punkte

Die Kreislinie $|z - 1| = 1$ wird bei der Abbildung $w = T(z) := \frac{1}{z}$ auf die Gerade $\text{Re}(w) = \frac{1}{2}$ abgebildet. Begründen Sie diese Aussage!

4. Aufgabe

7 Punkte

Bestimmen Sie die Laurentreihe von

$$f(z) = \frac{z^3 + z^2 + 3^z + 1}{z^2}$$

um den Entwicklungspunkt $z_0 = 0$. Geben Sie Haupt- und Nebenteil der Laurentreihe an. Klassifizieren Sie die Singularität von f in $z_0 = 0$. Bestimmen Sie das Residuum von f im Punkt $z_0 = 0$.

5. Aufgabe

8 Punkte

Die Funktion $f : \mathbb{C} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{C}$ sei analytisch. Für $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ gelte $f(\frac{1}{n}) = 1$ und $f(\frac{i}{n}) = -1$. Welche Art von Singularität besitzt f im Nullpunkt?