**TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERLIN** WS 02/03
**Fakultät II, Institut für Mathematik** 13.2.2003
Scharlach / Bohle

# Klausur
# Analysis und Geometrie für Informatiker

---

Name: ............................ Vorname: ............................

Matr.–Nr.: ..............................

---

Neben einem einseitig handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen. Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Jedes Blatt sollte mit Namen und Matrikelnummer versehen werden. Mit Bleistift geschriebene Abgaben können **nicht** gewertet werden.

---

Die Klausur ist mit mindestens 20 von 40 Punkten bestanden. Die Bearbeitungszeit beträgt **120 Minuten** .

---

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | Z | $\sum$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |

**Rechenwege und Begründungen nicht vergessen!**

## 1. Aufgabe
(6 Punkte)

Berechnen Sie die Krümmung und die Torsion der Kurve

$$c(t) = (2\cosh(t), \sqrt{2}e^t, -2\sinh(t)), \qquad t \in \mathbb{R}\,.$$

(Hinweis: $\cosh(t) = 1/2(e^t + e^{-t})$ und $\sinh(t) = 1/2(e^t - e^{-t})$.)

## 2. Aufgabe
(6 Punkte)

Berechnen Sie den Flächeninhalt von

$$S = \{(x, y, \frac{1}{\sqrt{2}}x^2 + y) \mid 0 \leq y \leq 1, |x| \leq \sinh(y)\}.$$

(Tip: $2\cosh^2(z) = 1 + \cosh(2z)$.)

## 3. Aufgabe
(4 Punkte)

Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$y' = e^{2\ln(\frac{x+1}{y})}, \qquad y(1) = 1.$$

## 4. Aufgabe
(7 Punkte)

Sei $f\colon D \to \mathbb{R}$, $D \subset \mathbb{R}^2$ definiert durch $f(x,y) = \ln(e^{\frac{x}{y}}(x^2 - y))$.

i) Geben Sie den maximalen Definitionsbereich $D$ an (mit Skizze).

ii) Ist $D$ offen, abgeschlossen oder weder offen noch abgeschlossen?

iii) Ist $f$ differenzierbar auf $D$?

iv) Stellen Sie die Gleichung der Tangentialebene an den Graphen im Punkt $(\sqrt{2}, 1, f(\sqrt{2}, 1))$ auf.

## 5. Aufgabe
(7 Punkte)

Finden Sie die lokalen Extrema der Funktion $f\colon\ \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$,

$$f(x,y) = -(xy^2 + x^2 + xy),$$

und bestimmen Sie den Typ der Extremstellen.

## 6. Aufgabe
(4 Punkte)

Untersuchen Sie, ob die Funktion $f\colon\ \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$,

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{|x|+y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

auf $\mathbb{R}^2$ stetig ist.

## 7. Aufgabe
(6 Punkte)

Bestimmen Sie die allgemeine (reelle) Lösung der Differentialgleichung

$$y'' - 6y' + 9y = e^x(1 + 2x).$$

## Zusatzaufgabe
(2 Punkte)

Bestimmen Sie die allgemeine (reelle) Lösung der Differentialgleichung

$$y''' + 3y'' + 4y' + 2 = 0.$$