TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERLIN
Fakultät II, Institut für Mathematik
Scharlach / Bohle

WS 02/03
17.4.2003

Nachklausur
Analysis und Geometrie für Informatiker

Name: ..... Vorname: .....

Matr.–Nr.: .....

Neben einem einseitig handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen. Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Jedes Blatt sollte mit Namen und Matrikelnummer versehen werden. Mit Bleistift geschriebene Abgaben können **nicht** gewertet werden.

Die Klausur ist mit mindestens 20 von 40 Punkten bestanden. Die Bearbeitungszeit beträgt **120 Minuten** .

1	2	3	4	5	6	7	Z	$\sum$

Rechenwege und Begründungen nicht vergessen!

1. Aufgabe (6 Punkte)

Berechnen Sie die Krümmung und die Torsion der Kurve

$$c(t) = (6\cos(t) + 2, 3\cos(t), 2\cos(t) + 7\sin(t)), \qquad t \in \mathbb{R}\,.$$

2. Aufgabe (6 Punkte)

Berechnen Sie den Flächeninhalt von

$$S = \{(x, y, \sqrt{8 - x^2 - y^2}) \mid x > 0, x^2 + y^2 \leq 4\}.$$

3. Aufgabe (5 Punkte)

Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$y' = \frac{1 - y^2}{1 - x} y^{-1}, \qquad y(0) = 2.$$

4. Aufgabe (7 Punkte)

Sei $f\colon D \to \mathbb{R}$, $D \subset \mathbb{R}^2$ definiert durch $f(x, y) = \sqrt{\frac{x^2}{y-1}\sinh(y)}$.

i) Geben Sie den maximalen Definitionsbereich D an (mit Skizze).

ii) Ist D offen, abgeschlossen oder weder offen noch abgeschlossen?

iii) Ist f differenzierbar auf D?

iv) Stellen Sie die Gleichung der Tangentialebene an den Graphen im Punkt $(1, 2, f(1, 2))$ auf.

5. Aufgabe (6 Punkte)

Finden Sie die lokalen Extrema der Funktion $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$,

$$f(x, y) = -(\frac{1}{3}x^3 + x^2 + y^2 - xy + x - 7y + \frac{1}{3}),$$

und bestimmen Sie gegebenenfalls den Typ der Extremstellen.

6. Aufgabe (4 Punkte)

Untersuchen Sie, ob die Funktion $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$,

$$f(x, y) = \begin{cases} x\sin(\frac{y}{x}) & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

auf $\mathbb{R}^2$ stetig ist.

7. Aufgabe (6 Punkte)

Bestimmen Sie die allgemeine (reelle) Lösung der Differentialgleichung

$$y'' - 4y' + 4y - 1 = 2x.$$

Zusatzaufgabe (2 Punkte)

Bestimmen Sie die allgemeine (reelle) Lösung der Differentialgleichung

$$y''' - 2y'' + 2y' = 0.$$