

Name:

Matr.-Nr.:

Multiple-Choice-Test Berechenbarkeit und Komplexität TU Berlin, 02.06.2017

(Niedermeier/Froese/Molter, Sommersemester 2017)

Arbeitszeit: 20 Minuten, Gesamtpunktzahl: 25

Hinweis: Je Aufgabe ist **mindestens** eine Antwortmöglichkeit korrekt.

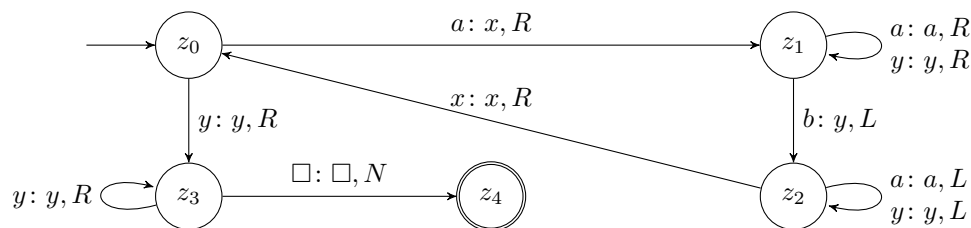
Sobald **eine falsche** Antwort angekreuzt wurde, gibt es auf die jeweilige Frage **0 Punkte!**

Aufgabe 1: Turing-Maschine

(6 Punkte)

Gegeben sei die Turing-Maschine $M = (\{z_0, z_1, z_2, z_3, z_4\}, \{a, b\}, \{a, b, x, y, \square\}, \delta, z_0, \square, \{z_4\})$,

wobei δ die folgende graphische Darstellung hat:



Welche der folgenden Eingabewörter werden von M akzeptiert?

$aabb$

ab

$bbaa$

$baba$

Aufgabe 2: Varianten von Turing-Maschinen

(5 Punkte)

Welche der folgenden Aussagen über Turing-Maschinen (TM) sind korrekt?

Für jede Sprache, die von einer Mehrband-TM M mit k Bändern akzeptiert wird, gibt es eine Einband-TM M' , die dieselbe Sprache akzeptiert.

Es existiert eine Sprache, die nicht von einer TM mit unendlich vielen Zuständen akzeptiert werden kann.

Jede Sprache, die von einer Einband-TM M akzeptiert wird, kann auch von einer Einband-TM M' akzeptiert werden, deren Lese-Schreib-Kopf sich ausschließlich nach rechts bewegt.

Für jede Sprache, die von einer Einband-TM M akzeptiert wird, gibt es eine TM M' mit einem in nur eine Richtung unendlichen Band, die ebenfalls diese Sprache akzeptiert.

Aufgabe 3: Turing-Berechenbarkeit

(6 Punkte)

Welche der folgenden Funktionen sind Turing-berechenbar?

$f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ mit $f(n) = \begin{cases} 0, & \text{falls in den Nachkommastellen der Kreiszahl } \pi \\ & \text{genau } n \text{ viele 9'en vorkommen,} \\ 1, & \text{sonst.} \end{cases}$

$f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ mit $f(n) = \begin{cases} 1, & \text{falls die } n\text{-te Nachkommastelle der Kreiszahl } \pi \text{ eine 5 ist,} \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = \pi - 2^x$

$f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ mit $f(n) = \begin{cases} 1, & \text{falls } \frac{n}{2} > \pi, \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$

Aufgabe 4: Primitive und partielle Rekursion

(4 Punkte)

Für eine partielle Funktion $f : \mathbb{N}^{k+1} \rightarrow \mathbb{N}$ ist der μ -Operator gemäß Vorlesung wie folgt definiert:

$$\mu(f)(x_1, \dots, x_k) := \begin{cases} n, & f(n, x_1, \dots, x_k) = 0 \text{ und} \\ & f(n', x_1, \dots, x_k) \neq 0 \text{ und definiert für alle } n' < n, \\ \perp, & \text{sonst.} \end{cases}$$

Gegeben seien die folgenden primitiv-rekursiven Funktionen:

$$\text{modsub} : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}, \text{ modsub}(x, y) = \max\{0, x - y\},$$

$$\text{exp} : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, \text{ exp}(x) = 2^x.$$

Außerdem sei $f : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$ definiert als $f(x, y) := \text{modsub}(y, \text{exp}(x))$.

Welche der folgenden Aussagen sind korrekt?

$\mu(f)(4) = 2.$

$\mu(f)$ ist total.

$\mu(f)(9) = 3.$

$\mu(f)(9) = 4.$

$\mu(f)(n) \leq \log_2(n)$ für alle $n \in \mathbb{N}.$

$\mu(f)(n) \leq \mu(f)(n + 1)$ für alle $n \in \mathbb{N}.$

Aufgabe 5: Ackermannfunktion

(4 Punkte)

Sei $\text{ack} : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$ die Ackermannfunktion in der Variante von Rószsa Péter:

$$\text{ack}(0, y) = y + 1$$

$$\text{ack}(x, 0) = \text{ack}(x - 1, 1)$$

$$\text{ack}(x, y) = \text{ack}(x - 1, \text{ack}(x, y - 1))$$

Welche der folgenden Aussagen sind korrekt?

$g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ mit $g(y) = \text{ack}(0, y)$ ist LOOP-berechenbar.

$\mu(\text{ack}) : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ ist LOOP-berechenbar.

Es existiert eine primitiv-rekursive Funktion $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ und ein $m \in \mathbb{N}$, sodass $f(n) > \text{ack}(n, n)$ für alle $n > m.$

$\text{ack}(2, 0) = 2.$

ack ist eine totale, μ -rekursive Funktion.