Name: .... **Matr.-Nr.: ....**

Wiederholung Multiple-Choice-Test zu Berechenbarkeit und Komplexität (A)
TU Berlin, 04.04.2019

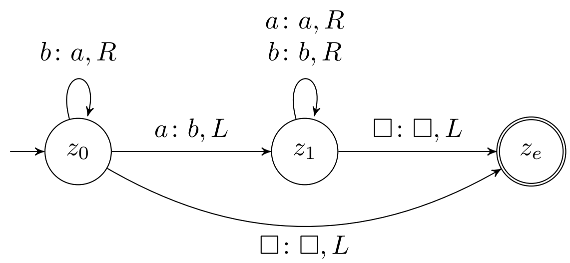
(Niedermeier/Bentert/Zschoche, Wintersemester 2018/2019)

Arbeitszeit: 20 Minuten, Gesamtpunktzahl: 25

Hinweis: Je Aufgabe ist **mindestens** eine Antwortmöglichkeit korrekt.
Sobald eine **falsche** Antwortmöglichkeit angekreuzt wurde, gibt es **Null** Punkte für die betroffene Aufgabe.

Aufgabe 1: Turing-Maschinen (6 Punkte)

Betrachten Sie die Turing-Maschine $M = (\{z_0, z_1, z_e\}, \{a, b\}, \{a, b, \square\}, \delta, z_0, \square, \{z_e\})$, wobei δ die folgende graphische Darstellung hat:



Welche der folgenden Aussagen sind korrekt?

Hinweis zur Notation: Im Folgenden steht „Eingabe“ für den Bandinhalt vor der Berechnung und „Ausgabe“ für den Bandinhalt nach der Berechnung. Der Lese/Schreibkopf steht zu Beginn der Berechnung auf dem ersten Zeichen der Eingabe.

- [X] Die gegebene Turing-Maschine berechnet bei Eingabe *bbab* die Ausgabe *aabb*.
- [X] Die gegebene Turing-Maschine akzeptiert die Eingabe *a*.
- [ ] Die gegebene Turing-Maschine berechnet bei Eingabe *abab* die Ausgabe *baab*.
- [X] Die gegebene Turing-Maschine berechnet bei Eingabe $a^i b^j$ mit $i, j \geq 1$ die Ausgabe $ba^{i-1}b^j$.
- [X] Die gegebene Turing-Maschine berechnet bei Eingabe $b^i a^j$ mit $i, j \geq 1$ die Ausgabe $a^i ba^{j-1}$.

Aufgabe 2: GOTO-Berechenbarkeit (3 Punkte)

Welche der folgenden Aussagen sind korrekt?

- [X] Es existiert eine GOTO-berechenbare Funktion, die LOOP-berechenbar ist.
- [X] Es existiert eine GOTO-berechenbare Funktion, die nicht LOOP-berechenbar ist.
- [ ] Es existiert eine GOTO-berechenbare Funktion, die nicht Turing-berechenbar ist.
- [X] Es existiert eine GOTO-berechenbare Funktion, die Turing-berechenbar ist.

Aufgabe 3: LOOP-Programme (6 Punkte)

Betrachten Sie folgendes LOOP-Programm:

Input: Eine natürliche Zahl $n \geq 0$.

$x_2 := x_2 + 0$;
$x_0 := x_0 + 0$;
LOOP x_1 **DO**
    $x_2 := x_2 + 1$;
    LOOP x_2 **DO**
        $x_0 := x_0 + 1$
    END;
END;

Die „Eingabe" ist in x_1 gespeichert, die „Ausgabe" steht am Ende in x_0 und für alle $i \in \mathbb{N} \setminus \{1\}$ ist in der Variable x_i initial 0 gespeichert.

Welche Funktion berechnet das gegebene LOOP-Programm?

- [X] $(n^2+n)/2$
- [ ] $n^2 - n$
- [ ] $n!$
- [X] $\sum_{i=1}^{n} i$

Aufgabe 4: Berechenbare Funktionen (4 Punkte)

Welche der folgenden Aussagen sind korrekt?

- [X] Die nirgends definierte Funktion Ω, die durch $\Omega(x) = \bot$ gegeben ist, ist berechenbar.
- [X] Die Ackermannfunktion ist berechenbar.
- [ ] Die Funktion $P\colon \{0,1\}^* \to \{0,1\}$, die durch

$$P(x) = \begin{cases} 1, & \text{falls } x \text{ eine PCP-Instanz kodiert, die eine Lösung hat} \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

gegeben ist, ist berechenbar.

- [ ] Folgende Funktion $P\colon \{1\}^* \to \mathbb{N}$ ist berechenbar: Zu jeder Zeichenkette x, die nur aus $1'$en besteht, ist $P(x)$ die Größe einer kleinsten Turing-Maschine, die bei leerer Eingabe das Wort x aufs Band schreibt und dann in einen akzeptierenden Zustand geht. Hierbei ist die Größe einer Turing-Maschine definiert als die Anzahl ihrer Zustände.

Aufgabe 5: Turing-Maschinen (6 Punkte)

Welche der folgenden Aussagen sind korrekt?

- [ ] Für jede totale Funktion $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ gibt es höchstens eine Turing-Maschine, die diese berechnet.
- [ ] Für jede totale Funktion $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ gibt es mindestens eine Turing-Maschine, die diese berechnet.
- [X] Wenn eine totale Funktion f von einer Mehrband-Turing-Maschine berechnet werden kann, dann kann die Funktion f auch von einer Einband-Turing-Maschine berechnet werden.
- [X] Seien $f, g\colon \mathbb{N} \to \{0,1\}$ zwei berechenbare Funktionen. Die Funktion $h\colon \mathbb{N} \to \{0,1\}$, die durch $h(x) = (f(x) + g(x)) \pmod 2$ gegeben ist, ist auch berechenbar.
- [X] Jede Turing-berechenbare totale Funktion $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ kann von einer Turing-Maschine akzeptiert werden, deren Lese/Schreibkopf sich in jedem Rechenschritt nach rechts oder nach links bewegt.