Name: .... **Matr.-Nr.:** ....

Multiple-Choice-Test zu Berechenbarkeit und Komplexität (A)
TU Berlin, 07.12.2019

(Niedermeier/Bentert/Kellerhals, Wintersemester 2019/2020)

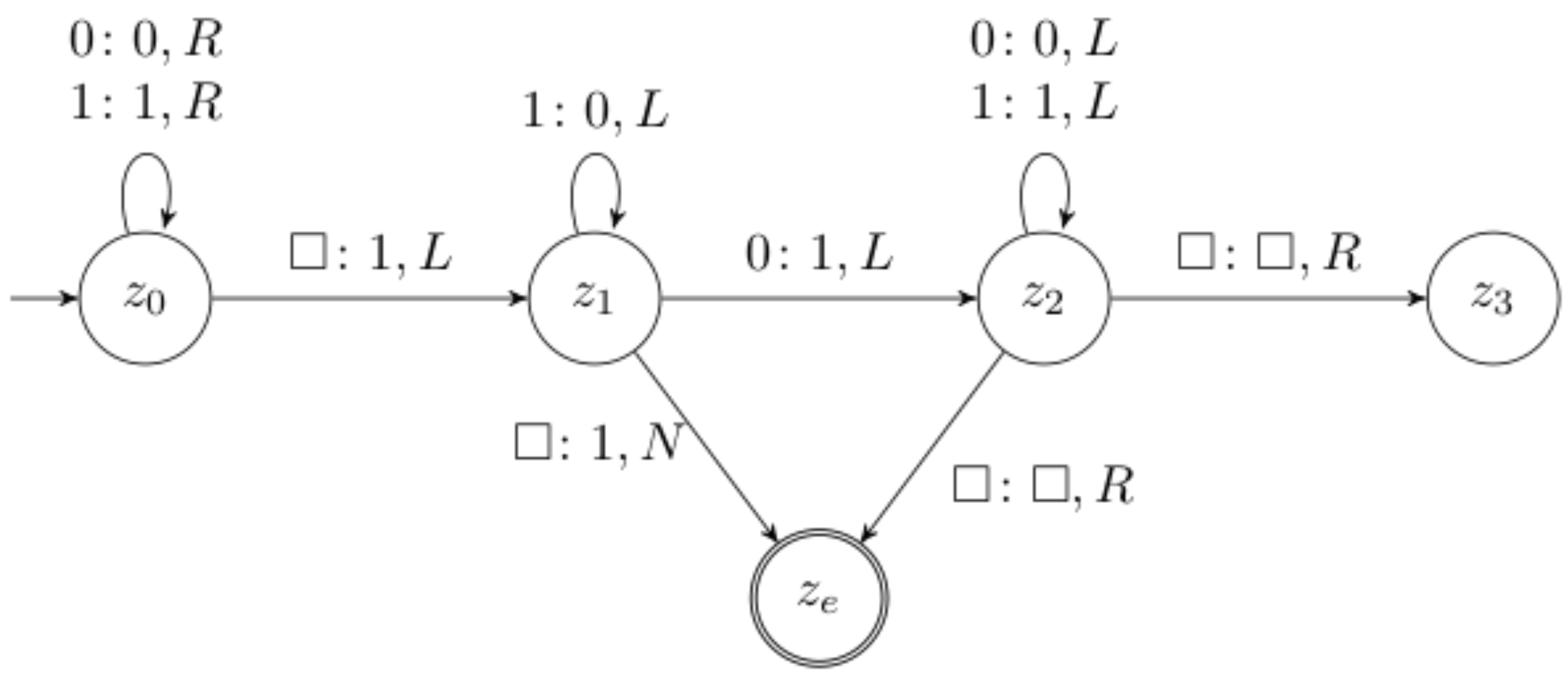
Arbeitszeit: 20 Minuten, Gesamtpunktzahl: 25

Hinweis: Je Aufgabe ist **mindestens** eine Antwortmöglichkeit korrekt.

Wenn eine **falsche** Antwortmöglichkeit angekreuzt wurde, so gibt es **Null** Punkte für die betroffene Aufgabe.

Aufgabe 1: Turing-Maschinen (6 Punkte)

Betrachten Sie die nichtdeterministische Turing-Maschine $M = (\{z_0, z_1, z_2, z_3, z_e\}, \{0, 1\}, \{0, 1, \Box\}, \delta, z_0, \Box, \{z_e\})$, wobei δ die folgende graphische Darstellung hat:



Welche der folgenden Aussagen sind korrekt?

Hinweis zur Notation: Im Folgenden steht „Eingabe“ für den Bandinhalt vor dem Start der Berechnung und „Ausgabe“ für den Bandinhalt nach Ende der Berechnung. Der Lese/Schreibkopf steht zu Beginn der Berechnung auf dem ersten Zeichen der Eingabe.

- ☐ Die gegebene Turing-Maschine berechnet bei Eingabe 10010 die Ausgabe 10011.
- ☐ Die gegebene Turing-Maschine akzeptiert die Eingabe 00110 mit Wahrscheinlichkeit 50%.
- ☐ Die gegebene Turing-Maschine berechnet bei Eingabe 10010 die Ausgabe 100111.
- ☐ Die gegebene Turing-Maschine berechnet bei Eingabe einer natürlichen Zahl x in Binärzahldarstellung die Ausgabe $x + 21$.
- ☐ Die gegebene Turing-Maschine berechnet bei Eingabe einer natürlichen Zahl x in Binärzahldarstellung die Ausgabe $2x + 3$.
- ☐ Es sei n die Länge einer beliebigen Eingabe, d.h., die Anzahl der Zellen auf dem Band der Turing-Maschine, die vor dem Start der Berechnung mit anderen Symbolen als $\Box$ beschrieben sind. Die gegebene Turing-Maschine terminiert nach maximal $2n+3$ Schritten.

Aufgabe 2: WHILE-Berechenbarkeit (3 Punkte)

Welche der folgenden Aussagen sind korrekt?

- ☐ Jede Turing-berechenbare Funktion ist auch LOOP-berechenbar.
- ☐ Jede LOOP-berechenbare Funktion ist auch Turing-berechenbar.
- ☐ Jede GOTO-berechenbare Funktion ist auch WHILE-berechenbar.
- ☐ Jede Turing-berechenbare Funktion ist auch GOTO-berechenbar.
- ☐ Jede totale Funktion ist LOOP-berechenbar.
- ☐ Jede totale Funktion ist Turing-berechenbar.

Aufgabe 3: **LOOP-Programme** (4 Punkte)

Betrachten Sie folgendes LOOP-Programm, bei dem die Addition und Subtraktion zweier Variablen als LOOP-Konstrukte gegeben seien:

Eingabe: Zwei natürliche Zahlen n und k, sodass $n > k \geq 1$.

$x_3 \coloneqq x_1 - x_2;$
$x_3 \coloneqq x_3 - 1;$
$x_4 \coloneqq x_1 + 0;$
$x_5 \coloneqq x_1 + 0;$
$x_0 \coloneqq x_1 + 0;$
LOOP x_3 **DO**
    $x_4 \coloneqq x_4 - 1;$
    $x_5 \coloneqq x_0 + 0;$
    $x_0 \coloneqq x_6 + 0;$
    LOOP x_4 **DO**
        $x_0 \coloneqq x_0 + x_5$
    END
END

Die Zahl n sei in x_1 gespeichert, und die Zahl k sei in x_2 gespeichert. Die „Ausgabe“ steht nach Ende der Berechnung in x_0 und für alle $i \in \mathbb{N} \setminus \{1, 2\}$ ist in x_i initial 0 gespeichert.

Welche Funktion berechnet das gegebene LOOP-Programm?

- ☐ $\frac{n!}{k!}$
- ☐ $\sum_{i=1}^{n-k-1} i$
- ☐ $\frac{(n-k)(n-k-1)}{2}$
- ☐ $n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot (k+1)$

Aufgabe 4: **Berechenbare Funktionen** (6 Punkte)

Es sei f die „nirgends definierte“ Funktion ($f(x) = \perp$ für alle $x \in \mathbb{N}$) und $h(x) = 4$ für alle $x \in \mathbb{N}$. Ferner sei g eine beliebige totale Funktion (d.h. $g(x) \neq \perp$ für alle $x \in \mathbb{N}$), die **nicht** Turing-berechenbar ist. Welche der folgenden Aussagen sind korrekt?

- ☐ Die Funktion $f(x)$ ist LOOP-berechenbar.
- ☐ Die Funktion $g(h(x))$ kann LOOP-berechenbar sein.
- ☐ Die Funktion $g(h(x))$ ist Turing-berechenbar.
- ☐ Die Funktion $f(g(x))$ ist Turing-berechenbar.

Aufgabe 5: **Mächtigkeit von Turing-Maschinen** (6 Punkte)

Welche der folgenden Aussagen sind korrekt?

- ☐ Für jede nichtdeterministische Turing-Maschine M existiert eine deterministische Turing-Maschine M', sodass für deren akzeptierte Sprachen $T(M) = T(M')$ gilt.
- ☐ Für jede Turing-berechenbare partielle Funktion $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ gibt es eine Turing-Maschine, die f berechnet und deren Arbeitsalphabet $\Gamma = \{0, 1, \Box\}$ ist.
- ☐ Jede Turing-berechenbare partielle Funktion $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ kann von einer Turing-Maschine mit exakt fünf Bändern berechnet werden.
- ☐ Für jede totale Funktion $f\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ gibt es höchstens eine deterministische Turing-Maschine, die diese berechnet.

A