

Zwischentest zur Computerorientierten Mathematik I

11.12.2015, Beginn: 12:15 Uhr, Bearbeitungszeit: 90 Minuten

Es sind keine Hilfsmittel erlaubt. Bitte nicht mit Bleistift oder mit roter Farbe schreiben!

Nachname, Vorname: _____

Matrikelnummer: _____

Studiengang: _____

1	2	3	4	5	6	Summe
10	10	12	8	10	6	56

Sie haben den Test bestanden, wenn Sie mindestens 50 % der Punkte erreichen.

1. Aufgabe

(2 + 2 + 2 + 2 + 2 Punkte)

Geben Sie die asymptotische Laufzeit folgender Codefragmente in Abhängigkeit von der positiven ganzen Zahl n an. Die Laufzeit soll dabei **möglichst knapp** in Θ -Notation ausgedrückt werden. Nehmen Sie dazu an, dass elementare Operationen wie `print`, `+`, `-`, `*`, `/`, `//`, `**` sowie Zuweisungen und Vergleiche jeweils eine konstante Laufzeit haben.

(a) `i = -n`
`while i < n:`
 `i += 10`

Antwort: $\Theta(\underline{\hspace{2cm}})$

(b) `i = n`
`while i**2 > 0:`
 `i -= 1`

Antwort: $\Theta(\underline{\hspace{2cm}})$

(c) `j = 3`
`while j < n:`
 `j *= 3`

Antwort: $\Theta(\underline{\hspace{2cm}})$

(d) `for i in range(1, n//2):`
 `for j in range(1, i):`
 `print(i)`

Antwort: $\Theta(\underline{\hspace{2cm}})$

(e) `for i in range(1, n):`
 `count=0`
 `for j in range(1, i):`
 `count=count+1`
 `if count == 3:`
 `break`

Antwort: $\Theta(\underline{\hspace{2cm}})$

2. Aufgabe

(3 + 3 + 2 + 2 Punkte)

Gegeben seien zwei natürliche Zahlen $a \geq b \geq 1$. Der größte gemeinsame Teiler $\text{ggT}(a, b)$ ist die größte natürliche Zahl, die sowohl a als auch b teilt. Das kleinste gemeinsame Vielfache $\text{kgV}(a, b)$ ist die kleinste natürliche Zahl, die durch beide Zahlen a und b teilbar ist.

- (a) Berechnen Sie den größten gemeinsamen Teiler der Zahlen $a = 248$ und $b = 236$, indem Sie den euklidischen Algorithmus ausführen.
- (b) Geben Sie eine Funktion $\text{ggT}(a, b)$ in Python an, die den größten gemeinsamen Teiler für zwei gegebene natürliche Zahlen $a \geq b \geq 1$ berechnet.
- (c) Geben Sie die Laufzeit (=Anzahl elementarer Rechenoperationen wie Vergleiche/Division usw.) ihrer Implementierung im Worst-Case als Funktion von b in Θ -Notation an.
- (d) Verwenden Sie Ihre Python-Funktion $\text{ggT}(a, b)$ aus Aufgabenteil (b), um eine Python-Funktion $\text{kgV}(a, b)$ anzugeben, die das kleinste gemeinsame Vielfache für zwei gegebene natürliche Zahlen $a \geq b \geq 1$ berechnet.

3. Aufgabe

(3 + 3 + 3 + 3 Punkte)

Nachfolgend sind einige Funktionen in Pythoncode gegeben. Geben Sie zu konkreten Eingaben an, was die jeweilige Funktion zurückgibt.

(a)

```
def func1(word):
    k = len(word)
    for el in word:
        k -= 1
        if el == '.':
            return k
    return -1
```

Input: word = "123.1" Output: _____

Input: word = "1234.1" Output: _____

Input: word = ".234" Output: _____

(b)

```
def func2(n, ex):
    k = 0
    while k**ex < n:
        k += 1
    return k-1
```

Input: (n, ex) = (31,3) Output: _____

Input: (n, ex) = (33,5) Output: _____

Input: (n, ex) = (52,2) Output: _____

(c)

```
def func3(num):
    if num == 0:
        return 0
    elif num % 10 == 3:
        return func3(num//10)+1
    else:
        return func3(num//10)
```

Input: num = 10 Output: _____

Input: num = 345 Output: _____

Input: num = 300443 Output: _____

Teil (d) auf der nächsten Seite!

```
(d) def func4(word):
    if len(word) <= 1:
        return False
    L = list(word)
    a = L.pop()
    b = L.pop()
    if a == b:
        return True
    s = ''.join(L)
    s += b
    return func4(s)
```

Input: word = "yxyx" Output: _____

Input: word = "" Output: _____

Input: word = "xyyx" Output: _____

4. Aufgabe

(2 + 2 + 2 + 2 Punkte)

Geben Sie bei jedem der folgenden Funktionen an, ob die Funktion

- (i) bei einer gültigen Eingabe in eine Endlosschleife oder Endlosrekursion laufen kann,
- (ii) bei einer gültigen Eingabe einen Laufzeitfehler produzieren kann,
- (iii) keinen der vorigen Fehler hat, aber nicht immer das gewünschte Ergebnis berechnet,
- (iv) für jede gültige Eingabe terminiert und das korrekte Ergebnis berechnet.

Geben Sie bei jedem Fehler einen Input an, der den Fehler produziert bzw. nicht das gewünschte Ergebnis liefert.

- (a) Die folgende Funktion soll die Binärdarstellung einer natürlichen Zahl n berechnen:

```
def binaer(n):  
    if n == 0:  
        return '0'  
    return str(n%2) + binaer(n//2)
```

- Endlos Laufzeitfehler falsches Ergebnis korrekt

Fehler produzierender Input: _____

- (b) Die folgende Funktion soll bestimmen, ob in einer Liste eine '1' enthalten ist:

```
def find_one(L):  
    if L[-1] == '1':  
        return True  
    return find_one(L[0:-1])
```

- Endlos Laufzeitfehler falsches Ergebnis korrekt

Fehler produzierender Input: _____

Teile (c)+(d) auf der nächsten Seite!

- (c) Die folgende Funktion soll aus einer nicht-leeren int-Liste L eine neue Liste erstellen, in der die Differenzen aufeinanderfolgender Elemente stehen:

```
def differences(L):  
    result = []  
    for i in range(len(L)-1):  
        result.append(L[i] - L[i+1])  
    return result
```

- Endlos Laufzeitfehler falsches Ergebnis korrekt

Fehler produzierender Input: _____

- (d) Die folgende Funktion soll die gegebene nicht-leere int-Liste L umdrehen:

```
def reverse(L):  
    if len(L) == 1: return L  
    if len(L) == 2: return [L[1], L[0]]  
    K = []  
    i = 0  
    while i <= 3:  
        i = i+1  
        K.append(L.pop())  
    if i >= 3:  
        return K + reverse(L)
```

- Endlos Laufzeitfehler falsches Ergebnis korrekt

Fehler produzierender Input: _____

5. Aufgabe

(2 + 2 + 2 + 2 + 2 Punkte)

Geben Sie ohne Begründung an:

- (a) Sei G ein (einfacher, ungerichteter) Graph mit n Knoten, wobei $n \geq 7$. Der Graph G habe weiterhin genau 7 Zusammenhangskomponenten. Wie viele Kanten hat G mindestens?

Antwort: _____

- (b) Sei G ein (einfacher, ungerichteter) Graph mit 8 Knoten mit Graden 1, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 3. Wie viele Kanten hat G ?

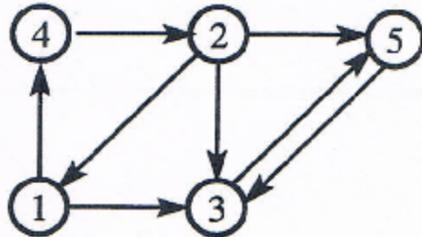
Antwort: _____

- (c) Sei G ein (einfacher, ungerichteter) Graph mit n Knoten und $n - 1$ Kanten. Geben Sie zwei verschiedene zusätzliche Eigenschaften für den Graphen an, von denen jede einzeln sicherstellt, dass G ein Baum ist.

Antwort: _____

Antwort: _____

- (d) Sei G der folgende gerichtete Graph:



- (i) Geben Sie die Adjazenzmatrix für G samt Beschriftung der Zeilen und Spalten an:

- (ii) Geben Sie die Knotenmengen der starken Zusammenhangskomponenten von G an.

Antwort: _____

6. Aufgabe

(2 + 2 + 2 Punkte)

Es ist jeweils genau eine Auswahlmöglichkeit anzukreuzen.

(a) Die Binärdarstellung der Zahl 77 ist:

1011001

1001110

1001101

1010101

1010010

(b) Die Ternärdarstellung (zur Basis 3) der Zahl 70 ist:

2201

1222

2112

2121

1212

(c) Die 5-stellige 2-Komplementdarstellung der Zahl -5 zur Basis 2 ist:

11101

11011

00111

10101

11010

Platz für Nebenrechnungen: