

Februar – Klausur (Rechenteil)
Differentialgleichungen für Ingenieure

Name: Vorname:

Matr.-Nr.: Studiengang:

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen ist nur die Laplaceta-
belle zugelassen. Taschenrechner und Formelsammlungen sind nicht zugelassen.
Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift
geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Rechenaufgaben. Geben Sie immer den
vollständigen Rechenweg an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der
beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	Σ

1. Aufgabe

10 Punkte

Ermitteln Sie die allgemeine Lösung des Differentialgleichungssystems

$$\frac{d}{dt}\vec{y}(t) = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 4 & 0 & 0 \end{pmatrix} \vec{y}(t) \quad .$$

2. Aufgabe

10 Punkte

Ermitteln Sie die Laplacetransformierte der Lösung y des Anfangswertproblems

$$y'' + 3y' + 2y = 1 + 2x, \quad y(0) = -1, \quad y'(0) = 2.$$

3. Aufgabe

10 Punkte

Lösen Sie mit Hilfe des Separationsansatzes das Anfangswert- und Randproblem in $u(x, t)$:

$$\begin{aligned} u_t &= 9u_{xx} & (0 \leq x \leq \pi) \\ u(x, 0) &= -1 - 2 \cos 2x & (0 \leq x \leq \pi), \\ u_x(0, t) &= 0, \\ u_x(\pi, t) &= 0. \end{aligned}$$

4. Aufgabe

10 Punkte

Lösen Sie das Randwertproblem

$$\begin{aligned} \Delta u(x, y) &= 0 & \text{für } x^2 + y^2 < 1, \\ u(x, y) &= -2x^2 + 2x & \text{für } x^2 + y^2 = 1, \end{aligned}$$

indem Sie ebene Polarkoordinaten (r, φ) und in geeigneter Weise die Ansatzfunktionen $r^{|l|}e^{il\varphi}$, $l \in \mathbb{Z}$, verwenden. Geben Sie u als *reelle* Funktion von r und φ an.

Hinweise: Der Laplaceoperator in Polarkoordinaten lautet $\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}$. Verwenden Sie die Identität $\cos 2\varphi = 2 \cos^2 \varphi - 1$.