Technische Universität Berlin
Fakultät II – Institut für Mathematik WS 07/08
Prof. Dr. Bärwolff 20. Februar 2008

Februar – Klausur (Verständnisteil)
Differentialgleichungen für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen ist nur die Laplacetabelle zugelassen. Taschenrechner und Formelsammlungen sind nicht zugelassen. Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	Σ

1. Aufgabe

10 Punkte

Von einer reellen Differentialgleichung mit konstanten reellen Koeffizienten

$$y^{(4)} + a_3 y^{(3)} + a_2 y'' + a_1 y' + a_0 y = 0$$

sind drei Lösungen bekannt: 1, x und $\cos 2x$. Ermitteln Sie hieraus die vier Zahlen a_0, a_1, a_2 sowie a_3 und geben Sie für diese DGL eine Lösungsbasis an.

2. Aufgabe

6 Punkte

Lösen Sie mit dem additiven Ansatz $u(x, y) = X(x) + Y(y)$ die partielle Differentialgleichung

$$x u_{yy} + y u_{xx} = 0.$$

Hinweis: Die Lösung enthält freie Konstanten.

3. Aufgabe

9 Punkte

Ein dynamisches System $(x(t), y(t))$ wird beschrieben durch die nicht-linearen Gleichungen

$$\begin{aligned} -x - 3y\mathrm{e}^{-x} &= \dot{x}, \\ 3x\mathrm{e}^{-y} - y &= \dot{y}. \end{aligned}$$

Bestimmen Sie alle Gleichgewichtspunkte und deren Stabilitätscharakter.

4. Aufgabe

7 Punkte

Finden Sie eine Lösung f der Integralgleichung

$$\int_0^t f(u) f(t-u)\, \mathrm{d}u = 6t^3 \mathrm{e}^{2t}.$$

5. Aufgabe

8 Punkte

Welche der folgenden Aussagen sind wahr und welche sind falsch? Geben Sie jeweils eine Begründung oder ein Gegenbeispiel an. Jede richtige und vollständig begründete Antwort gibt 2 Punkte. Antworten ohne Begründung oder mit einer falschen Begründung bringen keine Punkte.

a) $y(x) = 1 + x$ ist die einzige Lösung des Anfangswertproblems

$$y' = \mathrm{e}^{1+x-y}, \qquad y(0) = 1.$$

b) Gegeben ist die lineare DGL $y'' + y' + y = x^2$. Ist $y_1(x)$ eine Lösung für y, so ist auch $2y_1(x)$ eine Lösung.

c) Wenn eine reelle Funktion f eine Laplacetransformierte besitzt, so ist f stetig.

d) Alle reellen Lösungen $u(x, y)$ der Laplace-Gleichung $u_{xx} + u_{yy} = 0$ lassen sich mit geeigneten Funktionen X, Y in der Form $u(x, y) = X(x)Y(y)$ anschreiben.