

April – Klausur (Verständnisteil)  
Differentialgleichungen für Ingenieure

Name: ..... Vorname: .....

Matr.-Nr.: ..... Studiengang: .....

---

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen ist nur die Laplaceta-  
belle zugelassen. Taschenrechner und Formelsammlungen sind nicht zugelassen.  
Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift  
geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen  
Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie,  
wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

---

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der  
beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

---

**Korrektur**

1	2	3	4	5	$\Sigma$

## 1. Aufgabe

9 Punkte

Von einer reellen linearen Differentialgleichung  $n$ -ter Ordnung

$$y^{(n)}(x) + a_{n-1}y^{(n-1)}(x) + \dots + a_1y'(x) + a_0y(x) = f(x)$$

mit konstanten Koeffizienten  $a_0, \dots, a_{n-1}$  und einer stetigen Funktion  $f$  sind die homogene Lösung  $y_{\text{hom}}(x)$  und die allgemeine Lösung  $y(x)$  durch

$$y_{\text{hom}}(x) = C_1e^{2x} + C_2xe^{-x} + C_3e^{-x}, \quad C_1, C_2, C_3 \in \mathbb{R}$$
$$y(x) = y_{\text{hom}}(x) + e^x$$

gegeben. Ermitteln Sie die Ordnung  $n$ , die  $n$  Zahlen  $a_0, \dots, a_{n-1}$  und die Funktion  $f(x)$ .

## 2. Aufgabe

6 Punkte

Lösen Sie mit dem additiven Ansatz  $u(x, y) = X(x) + Y(y)$  die partielle Differentialgleichung

$$u_{xx} - u_{yy} = x.$$

**Hinweis:** Die Lösung enthält freie Konstanten.

## 3. Aufgabe

10 Punkte

Ein dynamisches System  $(x(t), y(t))$  wird beschrieben durch die nicht-linearen Gleichungen

$$(x-1)(y-3) = \dot{x},$$
$$(x-2)(y-2) = \dot{y}.$$

Bestimmen Sie alle Gleichgewichtspunkte und deren Stabilitätscharakter.

## 4. Aufgabe

7 Punkte

Finden Sie eine stetig differenzierbare Lösung  $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{C}$  zur Aufgabe

$$\int_0^t f''(u)f(t-u) du = 6t^3, \quad f(0) = 0, \quad f'(0) = 0.$$

## 5. Aufgabe

8 Punkte

Welche der folgenden Aussagen sind wahr und welche sind falsch? Geben Sie jeweils eine Begründung oder ein Gegenbeispiel an. Jede richtige und vollständig begründete Antwort gibt 2 Punkte. Antworten ohne Begründung oder mit einer falschen Begründung bringen keine Punkte.

- Es gibt eine homogene DGL 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten, für die die Funktionen  $xe^x$  und  $e^{2x}$  eine Lösungsbasis bilden.
- Wenn zwei Funktionen  $\vec{y}_1, \vec{y}_2 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$  linear unabhängig sind, so ist für alle reellen  $t$  die Determinante der Wronskimatrix  $(\vec{y}_1(t) \quad \vec{y}_2(t))$  stets verschieden von 0.
- Es gibt zwei verschiedene stetige Funktionen  $f, g : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{C}$ , die dieselbe Laplacetransformierte besitzen:  $\mathcal{L}[f] = \mathcal{L}[g]$ .
- Die Legendrepolynome  $P_0(x)$ ,  $P_1(x)$  und  $P_2(x)$  sind linear unabhängig.