

Oktober – Klausur (Rechenteil)
Differentialgleichungen für Ingenieure

Name: Vorname:

Matr.-Nr.: Studiengang:

Falls Ihr Studiengang 40% Hausaufgaben fordert:

In welchem Semester haben Sie die erreicht?

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Rechenaufgaben. Geben Sie immer den **vollständigen Rechenweg** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	Σ

1. Aufgabe

7 Punkte

- a) Berechnen Sie die allgemeine Lösung $y(x)$ der trennbaren Differentialgleichung

$$y' = y^2 \sin x, \quad y \neq 0.$$

- b) Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$y' = y^2 \sin x, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1,$$

und geben Sie ein möglichst großes Intervall an, auf dem die Lösung definiert ist.

2. Aufgabe

13 Punkte

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung $\vec{y}(t)$ des Differentialgleichungssystems

$$\vec{y}' = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \vec{y} + \begin{pmatrix} 2e^{2t} \\ 0 \end{pmatrix}.$$

3. Aufgabe

12 Punkte

- a) Wandeln Sie die nicht-lineare Differentialgleichung zweiter Ordnung

$$\ddot{x} = (x - 2)(x + \dot{x})$$

für die Funktion $x(t)$ in ein zweidimensionales System für

$$\begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{pmatrix} \text{ um.}$$

- b) Berechnen Sie alle Gleichgewichtslösungen des Systems aus Teil a).

Welche Gleichgewichtslösungen sind asymptotisch stabil? Welche sind instabil?

4. Aufgabe

8 Punkte

Lösen Sie folgendes Anfangswertproblem für die Funktion $y(t)$ mittels Laplace-Transformation:

$$y'' + 2y' + y = 12te^{-t}, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = -1.$$