

**Oktober – Klausur (Rechenteil)**  
**Differentialgleichungen für Ingenieure**

Name: ..... Vorname: .....

Matr.-Nr.: ..... Studiengang: .....

---

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Rechenaufgaben. Geben Sie immer den **vollständigen Rechenweg** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

---

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

---

**Korrektur**

1	2	3	4	$\Sigma$

## 1. Aufgabe

8 Punkte

Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme der trennbaren DGL  $y' = 2x(y - 1)^2$ :

a)  $y' = 2x(y - 1)^2$ ,  $y(0) = 0$ ;      b)  $y' = 2x(y - 1)^2$ ,  $y(0) = 1$ .

## 2. Aufgabe

12 Punkte

a) Zeigen Sie, dass  $\vec{y}_1(t) = \begin{pmatrix} t^2 + t \\ t \end{pmatrix}$  und  $\vec{y}_2(t) = \begin{pmatrix} t \\ 1 \end{pmatrix}$  eine Lösungsbasis des folgenden Differentialgleichungssystems bilden:

$$\dot{\vec{y}} = \begin{pmatrix} \frac{t+1}{t} & -t \\ \frac{1}{t} & -1 \end{pmatrix} \vec{y}, \quad t \neq 0.$$

b) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung des DGL-Systems

$$\dot{\vec{y}} = \begin{pmatrix} \frac{t+1}{t} & -t \\ \frac{1}{t} & -1 \end{pmatrix} \vec{y} + \begin{pmatrix} 2te^{2t} \\ 2e^{2t} \end{pmatrix}.$$

## 3. Aufgabe

12 Punkte

Bestimmen Sie alle Gleichgewichtslösungen des Differentialgleichungssystems

$$\begin{aligned} \dot{x} &= x^2 - y \\ \dot{y} &= 2(x + 2)(y - 1). \end{aligned}$$

Welche GGL sind asymptotisch stabil? Welche sind instabil?

## 4. Aufgabe

8 Punkte

Berechnen Sie mit Hilfe der Laplace-Transformation die Lösung des Anfangswertproblems

$$y'' + 2y' + y = 2e^{-t}, \quad y(0) = 1, y'(0) = -1.$$