# Technische Universität Berlin

**Fakultät II – Institut für Mathematik** WS 09/10
**Dr. Penn-Karras** 7. April 2010

## April – Klausur (Verständnisteil)
## Differentialgleichungen für Ingenieure

Name: ............................ Vorname: ............................

Matr.–Nr.: ......................... Studiengang: .........................

---

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

---

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

---

**Korrektur**

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Σ |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | |
| | | | | | |

## 1. Aufgabe

12 Punkte

a) Geben Sie eine lineare, homogene Differentialgleichung mit konstanten, reellen Koeffizienten an, die die Lösungen $y_1(t) = e^{-2t}\cos t$ und $y_2(t) = 1$ hat. Wählen Sie die Ordnung der Differentialgleichung so niedrig wie möglich. Begründen Sie Ihre Wahl der Ordnung.

b) Geben Sie ein Fundamentalsystem zu dieser DGl an.

c) Wie muss der Ansatz vom Typ der rechten Seite gewählt werden, wenn die DGL zusätzlich folgende Inhomogenität hat:

i)

$$b(t) = \cos t$$

ii)

$$b(t) = e^{-2t}\sin t$$

## 2. Aufgabe

9 Punkte

Zu dem Differentialgleichungssystem

$$\dot{\vec{x}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \vec{x}$$

bilden

$$\vec{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{x}_2 = e^t \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

ein Fundamentalsystem. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung des folgenden inhomogenen DGL-Systems:

$$\dot{\vec{x}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \vec{x} + \begin{pmatrix} e^t \\ 0 \end{pmatrix} .$$

## 3. Aufgabe

8 Punkte

Bestimmen Sie alle Lösungen der partiellen Differentialgleichung

$$u_t = \sin(t) u_x \ ,$$

die von der Form $u(x,t) = X(x)T(t)$ sind.

## 4. Aufgabe

5 Punkte

a) Begründen Sie, warum das Anfangswertproblem

$$\begin{aligned} y' &= e^y - e \cdot \cos(y-1) \\ y(3) &= 1 \end{aligned}$$

eine eindeutige Lösung besitzt.

b) Geben Sie diese Lösung an.

## 5. Aufgabe

6 Punkte

Schreiben Sie die folgende Differentialgleichung 2. Ordnung

$$x'' + (x')^2 + 2xx' + x^2 + 2x = 0$$

in ein Differentialgleichungssystem 1. Ordnung um. Bestimmen Sie die Gleichgewichtspunkte dieses Systems.