

# Formale Sprachen und Automaten

Prof. Dr. Uwe Nestmann - 25. Februar 2016

## Schriftlicher Test

### Studentenidentifikation:

NACHNAME	
VORNAME	
MATRIKELNUMMER	
STUDIENGANG	<input type="checkbox"/> Informatik Bachelor, <input type="checkbox"/> _____

### Aufgabenübersicht:

AUFGABE	SEITE	PUNKTE	THEMENBEREICH
1	2	19	MODELLE REGULÄRER SPRACHEN
2	3	16	UNTERMENGEN-KONSTRUKTION
3	4	20	MINIMIERUNG EINES DFA
4	5	17	GRENZEN REGULÄRER SPRACHEN
5	6	12	MODELLE KONTEXTFREIER SPRACHEN I
6	7	16	MODELLE KONTEXTFREIER SPRACHEN II

Zwei Punkte in diesem Test entsprechen einem Portfoliopunkt.

### Korrektur:

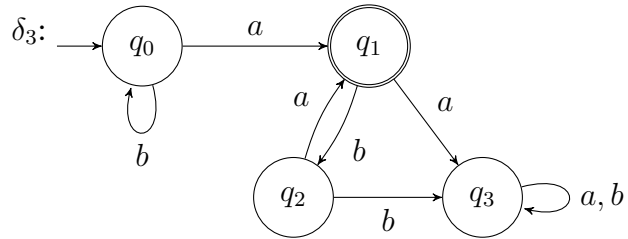
AUFGABE	1	2	3	4	5	6	$\Sigma$
PUNKTE	19	16	20	17	12	16	100
ERREICHT							
KORREKTOR							
EINSICHT							

**Aufgabe 1: Modelle Regulärer Sprachen**

**(19 Punkte)**

Gegeben seien das Alphabet  $\Sigma \triangleq \{ a, b \}$ , die reguläre Sprache  $A_1 \triangleq \{ a^n b a^m b^k b \mid n, m, k \in \mathbb{N} \}$ , die reguläre Grammatik  $G_2 \triangleq (\{ S, T \}, \Sigma, P_2, S)$  und der DFA  $M_3 \triangleq (\{ q_0, q_1, q_2, q_3 \}, \Sigma, \delta_3, q_0, \{ q_1 \})$  mit:

$$P_2: \begin{array}{l} S \rightarrow aT \mid a \mid bS \\ T \rightarrow bT \mid aS \mid b \end{array}$$

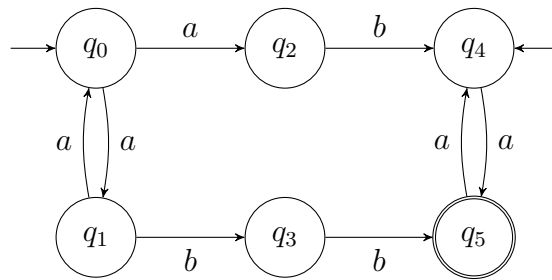


- a. (\*\*, 5 Punkte) Gib einen DFA  $M_1$  mit  $L(M_1) = A_1$  an.
  
- b. (\*\*, 4 Punkte) Gib eine Typ-3 Grammatik  $G_1$  mit  $L(G_1) = A_1$  an.
  
- c. (\*, 3 Punkte) Gib die Ableitung des Wortes  $abaab$  in  $G_2$  an.
  
- d. (\*\*, 2 Punkte) Gib  $L(G_2)$  an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.
  
- e. (\*\*, 3 Punkte) Gib die Ableitung des Wortes  $ababa$  in  $M_3$  an.
  
- f. (\*\*\*, 2 Punkte) Gib  $L(M_3)$  an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

**Aufgabe 2: Untermengen-Konstruktion**

**(16 Punkte)**

Gegeben sei der NFA  $M \triangleq (\{ q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5 \}, \Sigma, \Delta, \{ q_0, q_4 \}, \{ q_5 \})$  mit  $\Sigma = \{ a, b \}$  und  $\Delta$ :



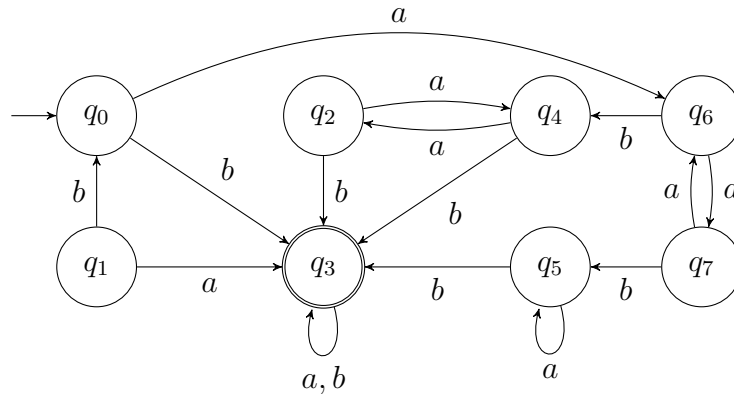
- a. (\*\*, 13 Punkte) Konstruiere nur mit Hilfe der Untermengen-Konstruktion den DFA  $M'$  zum NFA  $M$ . Gib die bei der Untermengen-Konstruktion entstehende Tabelle sowie das Tupel des entstehenden Automaten  $M'$  an.  
 Hinweis: Es ist nicht nötig die Übergangsfunktion  $\delta'$  von  $M'$  anzugeben.

- b. (\*\*\*, 3 Punkte) Gib  $L(M)$  an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

**Aufgabe 3: Minimierung eines DFA**

**(20 Punkte)**

Gegeben sei der DFA  $M \triangleq (Q, \Sigma, \delta, q_0, \{q_3\})$  mit  $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7\}$ ,  $\Sigma = \{a, b\}$  und  $\delta$ :



- a. (\*, 1 Punkt) *Gib an:* Welche Zustände sind nicht erreichbar?
- b. (\*\*, 7 Punkte) *Gib an:* Fülle die folgende Tabelle entsprechend des Table-Filling-Algorithmus zum Minimieren von DFAs aus.  
*Hinweis:* Bitte streiche zunächst alle Zeilen und Spalten für nicht erreichbare Zustände, falls es solche Zustände in  $M$  gibt.

$q_1$							
$q_2$							
$q_3$							
$q_4$							
$q_5$							
$q_6$							
$q_7$							
	$q_0$	$q_1$	$q_2$	$q_3$	$q_4$	$q_5$	$q_6$

- c. (\*\*, 4 Punkte) Die Minimierung unterteilt  $Q$  in Äquivalenzklassen. *Gib alle Äquivalenzklassen an, die sich aus der Tabelle ergeben.*  
*Hinweis:* Die Namen der Klassen in der Form  $[q_0]$  genügen hier nicht. Es müssen auch die zugehörigen Mengen, also so etwas wie  $[q_0] = \{\dots\}$ , angegeben werden.
- d. (\*\*, 5 Punkte) *Gib den minimierten DFA  $M'$  an.*
- e. (\*\*\*, 3 Punkte) *Gib  $L(M)$  an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.*

**Aufgabe 4: Grenzen Regulärer Sprachen**

**(17 Punkte)**

- a. (\*\*\*, 11 Punkte) Beweise nur mit Hilfe des Pumping Lemma, dass die Sprache  $A_1 \triangleq \{ a^m b^n c d^n d^m \mid n, m \in \mathbb{N} \wedge m \leq 3 \}$  mit  $\Sigma_1 \triangleq \{ a, b, c, d \}$  nicht regulär ist.

- b. (\*\*\*, 6 Punkte) Gib alle Myhill-Nerode Äquivalenzklassen für die Sprache  $A_2 \triangleq \{ a^n x \mid n \in \mathbb{N} \wedge x \in \{ b, c \}^* \wedge |x| = n \}$  über  $\Sigma_2 \triangleq \{ a, b, c \}$  an.  
*Hinweis: Die Namen der Klassen in der Form  $[0]$  genügen hier nicht. Es müssen auch die zugehörigen Mengen, also so etwas wie  $[0] = \{ \dots \}$  oder  $[0] = L(\dots)$ , angegeben werden.*

Matrikelnummer: \_\_\_\_\_ Name: \_\_\_\_\_

**Aufgabe 5: Modelle Kontextfreier Sprachen I**

**(12 Punkte)**

Gegeben seien das Alphabet  $\Sigma \triangleq \{ a, b, c \}$  und die kontextfreie Sprache

$$A \triangleq \{ a^n x a^m \mid n, m \in \mathbb{N} \wedge x \in \{ b, c \}^* \wedge |x| = n + m \}$$

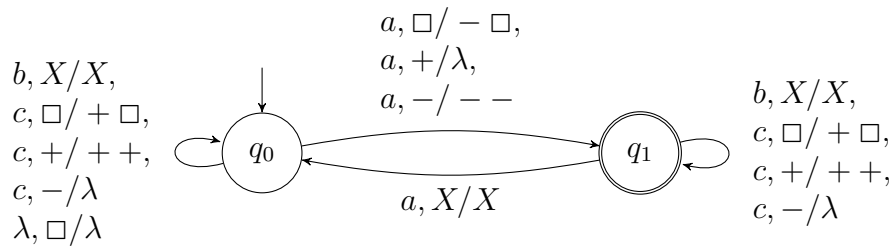
a. (\*\*, 5 Punkte) Gib eine Typ-2 Grammatik  $G$  mit  $L(G) = A \cap L(a^* b^* c^*)$  an.

b. (\*\*, 7 Punkte) Gib einen PDA  $M$  mit  $L_{\text{End}}(M) = L_{\text{Kel}}(M) = A$  an.

**Aufgabe 6: Modelle Kontextfreier Sprachen II**

**(16 Punkte)**

Gegeben seien das Alphabet  $\Sigma \triangleq \{ a, b, c \}$  und der PDA  $M \triangleq (\{ q_0, q_1 \}, \Sigma, \{ \square, +, - \}, \square, \Delta, q_0, \{ q_1 \})$  mit  $\Delta$ :



für  $X \in \{ \square, +, - \}$ .

a. **(\* , 2 Punkte)** Gib eine Ableitung von  $bac$  in  $M$  an, die zeigt das  $bac \in L_{\text{End}}(M)$ .

b. **(\*\* , 2 Punkte)** Gib  $L_{\text{End}}(M)$  an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

c. **(\* , 3 Punkte)** Gib eine Ableitung von  $acab$  in  $M$  an, die zeigt das  $acab \in L_{\text{Kel}}(M)$ .

d. **(\*\*\* , 3 Punkte)** Gib  $L_{\text{Kel}}(M)$  an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

e. **(\*\* , 6 Punkte)** Beweise nur mit Hilfe von Abschlusseigenschaften, dass die Sprache  $A \triangleq \{ w \in \Sigma^* \mid |w|_b \neq |w|_c \wedge |w| > 0 \}$  über dem Alphabet  $\Sigma$  nicht regulär ist.

*Hinweis: Es darf ohne Beweis benutzt werden, dass  $L(e)$  für einen regulären Ausdruck  $e$  regulär und  $\{ b^n c^n \mid n \in \mathbb{N} \}$  nicht regulär aber kontextfrei ist. Sprachen  $L(e)$  für reguläre Ausdrücke  $e$  sowie Operationen auf Mengen müssen nicht berechnet oder umgeformt werden.*

Matrikelnummer: \_\_\_\_\_ Name: \_\_\_\_\_

Auf dieser Seite löse ich einen Teil der Aufgabe \_\_ :  
Teilaufgabe \_\_ :