

Formale Sprachen und Automaten

Prof. Dr. Uwe Nestmann - 07. April 2016

Schriftlicher Test

Studentenidentifikation:

NACHNAME	
VORNAME	
MATRIKELNUMMER	
STUDIENGANG	<input type="checkbox"/> Informatik Bachelor, <input type="checkbox"/> _____

Aufgabenübersicht:

AUFGABE	SEITE	PUNKTE	THEMENBEREICH
1	2	19	MODELLE REGULÄRER SPRACHEN
2	3	18	UNTERMENGEN-KONSTRUKTION
3	4	20	MINIMIERUNG EINES DFA
4	5	19	GRENZEN REGULÄRER SPRACHEN
5	6	11	MODELLE KONTEXTFREIER SPRACHEN I
6	7	13	MODELLE KONTEXTFREIER SPRACHEN II

Zwei Punkte in diesem Test entsprechen einem Portfoliopunkt.

Korrektur:

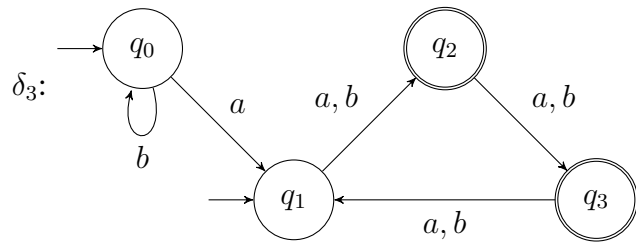
AUFGABE	1	2	3	4	5	6	Σ
PUNKTE	19	18	20	19	11	13	100
ERREICHT							
KORREKTOR							
EINSICHT							

Aufgabe 1: Modelle Regulärer Sprachen

(19 Punkte)

Gegeben seien das Alphabet $\Sigma \triangleq \{ a, b \}$, die reguläre Sprache $A_1 \triangleq \{ (ab)^n (ba)^m b \mid n, m \in \mathbb{N} \}$, die reguläre Grammatik $G_2 \triangleq (\{ S, T, U \}, \Sigma, P_2, S)$ und der NFA $M_3 \triangleq (\{ q_0, q_1, q_2, q_3 \}, \Sigma, \Delta_3, \{ q_0, q_1 \}, \{ q_3, q_2 \})$ mit:

$$\begin{aligned}
 P_2: \quad S &\rightarrow \lambda \mid a \mid b \mid aU \mid bT \\
 T &\rightarrow aU \mid bT \mid a \mid b \\
 U &\rightarrow bT \mid b
 \end{aligned}$$



- a. (**, 4 Punkte) Gib einen NFA M_1 mit $L(M_1) = A_1$ an.

- b. (**, 4 Punkte) Gib eine Typ-3 Grammatik G_1 mit $L(G_1) = A_1$ an.

- c. (**, 3 Punkte) Gib die Ableitung des Wortes $bbaba$ in G_2 an.

- d. (**, 2 Punkte) Gib $L(G_2)$ an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

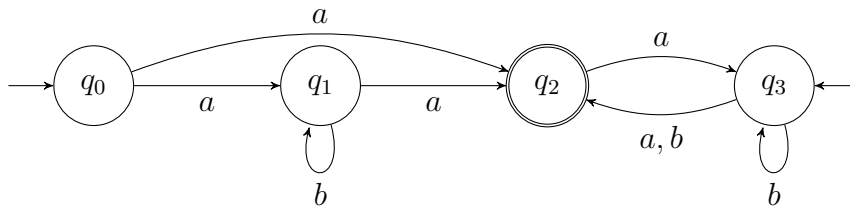
- e. (**, 3 Punkte) Gib eine Ableitung des Wortes $aabba$ in M_3 an.

- f. (**, 3 Punkte) Gib $L(M_3)$ an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

Aufgabe 2: Untermengen-Konstruktion

(18 Punkte)

Gegeben sei der NFA $M \triangleq (\{ q_0, q_1, q_2, q_3 \}, \Sigma, \Delta, \{ q_0, q_3 \}, \{ q_2 \})$ mit $\Sigma = \{ a, b \}$ und Δ :



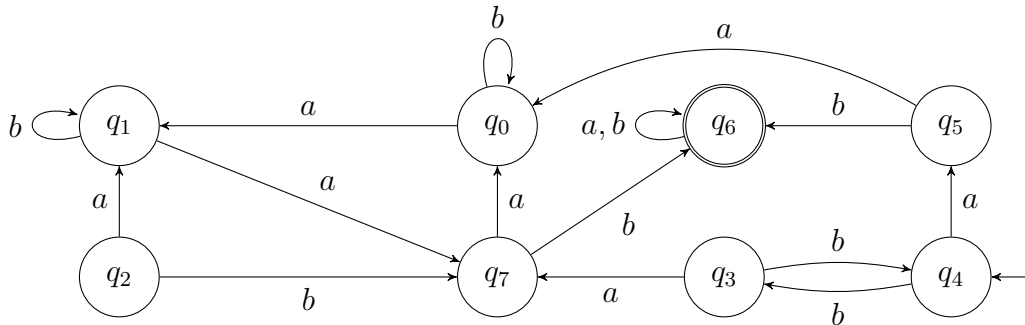
- a. (**, 15 Punkte) *Berechne:* Konstruiere nur mit Hilfe der Untermengen-Konstruktion den DFA M' zum NFA M . Gib die bei der Untermengen-Konstruktion entstehende Tabelle sowie das Tupel des entstehenden Automaten M' an.
Hinweis: Es ist nicht nötig die Übergangsfunktion δ' von M' graphisch anzugeben.

- b. (***, 3 Punkte) *Gib $L(M)$ an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.*

Aufgabe 3: Minimierung eines DFA

(20 Punkte)

Gegeben sei der DFA $M \triangleq (Q, \Sigma, \delta, q_4, \{q_6\})$ mit $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7\}$, $\Sigma = \{a, b\}$ und δ :



- a. (**, 1 Punkt) Gib an: Welche Zustände sind nicht erreichbar?
- b. (**, 7 Punkte) Gib an: Fülle die folgende Tabelle entsprechend des Table-Filling-Algorithmus zum Minimieren von DFAs aus.
Hinweis: Bitte streiche zunächst alle Zeilen und Spalten für nicht erreichbare Zustände, falls es solche Zustände in M gibt.

q_1							
q_2							
q_3							
q_4							
q_5							
q_6							
q_7							
	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6

- c. (**, 4 Punkte) Die Minimierung unterteilt Q in Äquivalenzklassen. Gib alle Äquivalenzklassen an, die sich aus der Tabelle ergeben.
Hinweis: Die Namen der Klassen in der Form $[q_0]$ genügen hier nicht. Es müssen auch die zugehörigen Mengen, also so etwas wie $[q_0] = \{ \dots \}$, angegeben werden.
- d. (**, 5 Punkte) Gib den minimierten DFA M' an.

- e. (***, 3 Punkte) Gib $L(M)$ an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

Aufgabe 4: Grenzen Regulärer Sprachen

(19 Punkte)

- a. (***, 13 Punkte) Beweise nur mit Hilfe des Pumping Lemma, dass die Sprache $A_1 \triangleq \{ a^k b^l c^m \mid k, l, m \in \mathbb{N} \wedge (k \bmod 2 = 0 = l \bmod 2) \wedge l < m \}$ nicht regulär ist.

- b. (***, 6 Punkte) Gib alle Myhill-Nerode Äquivalenzklassen für die Sprache $A_2 \triangleq \{ x c^n \mid n \in \mathbb{N} \wedge x \in \{ a, b \}^* \wedge |x|_a = |x|_b \}$ über $\Sigma_2 \triangleq \{ a, b, c \}$ an.
Hinweis: Die Namen der Klassen in der Form $[a]$ genügen hier nicht. Es müssen auch die zugehörigen Mengen, also so etwas wie $[a] = \{ \dots \}$ oder $[a] = L(\dots)$, angegeben werden.

Matrikelnummer: _____ Name: _____

Aufgabe 5: Modelle Kontextfreier Sprachen I

(11 Punkte)

Gegeben seien das Alphabet $\Sigma \triangleq \{ a, b, c \}$ und die kontextfreie Sprache

$$A \triangleq \{ a^k b^l c^m \mid k, l, m \in \mathbb{N} \wedge (k \bmod 2 = 0 = l \bmod 2) \wedge l < m \}$$

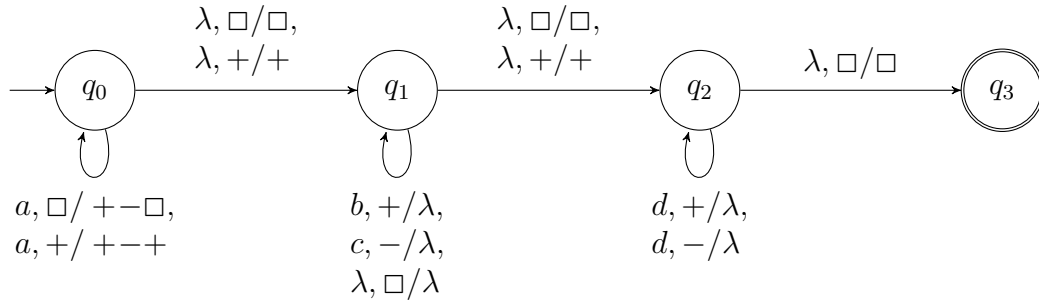
a. (**, 4 Punkte) Gib eine Typ-2 Grammatik G mit $L(G) = A$ an.

b. (**, 7 Punkte) Gib einen PDA M mit $L_{\text{End}}(M) = L_{\text{Kel}}(M) = A$ an.

Aufgabe 6: Modelle Kontextfreier Sprachen II

(13 Punkte)

Gegeben seien das Alphabet $\Sigma \triangleq \{ a, b, c, d \}$ und der PDA $M \triangleq (\{ q_0, q_1, q_2, q_3 \}, \Sigma, \{ \square, +, - \}, \square, \Delta, q_0, \{ q_3 \})$ mit Δ :



- a. **(* , 1 Punkt)** *Gib an:* Ist M ein DPDA?

- b. **(* , 3 Punkte)** *Gib eine Ableitung von abc in M an, die zeigt das $abc \in L_{\text{Kel}}(M)$.*

- c. **(*** , 2 Punkte)** *Gib $L_{\text{Kel}}(M)$ an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.*

- d. **(* , 4 Punkte)** *Gib eine Ableitung von add in M an, die zeigt das $add \in L_{\text{End}}(M)$.*

- e. **(*** , 3 Punkte)** *Gib $L_{\text{End}}(M)$ an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.*

Matrikelnummer: _____ Name: _____

Auf dieser Seite löse ich einen Teil der Aufgabe __ :
Teilaufgabe __ :