

Formale Sprachen und Automaten

Prof. Dr. Uwe Nestmann - 05. April 2018

Schriftlicher Test

Studierendenidentifikation:

NACHNAME	
VORNAME	
MATRIKELNUMMER	
STUDIENGANG	<input type="checkbox"/> Informatik Bachelor, <input type="checkbox"/> _____

Aufgabenübersicht:

AUFGABE	SEITE	PUNKTE	THEMENBEREICH
1	2	20	MODELLE REGULÄRER SPRACHEN
2	3	15	UNTERMENGEN-KONSTRUKTION
3	4	22	MINIMIERUNG EINES DFA
4	5	17	GRENZEN REGULÄRER SPRACHEN
5	6	11	MODELLE KONTEXTFREIER SPRACHEN I
6	7	15	MODELLE KONTEXTFREIER SPRACHEN II

Zwei Punkte in diesem Test entsprechen einem Portfoliopunkt.

Korrektur:

AUFGABE	1	2	3	4	5	6	Σ
PUNKTE	20	15	22	17	11	15	100
ERREICHT							
KORREKTOR							
EINSICHT							

Aufgabe 1: Modelle Regulärer Sprachen

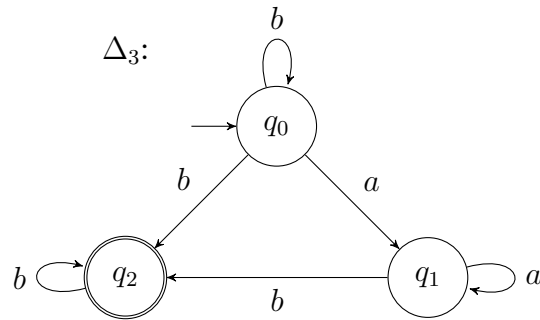
(20 Punkte)

Gegeben seien das Alphabet $\Sigma \triangleq \{ a, b \}$, die reguläre Sprache

$A_1 \triangleq \{ xa^{m+2} \mid x \in \{ ab, b \}^* \wedge m \in \mathbb{N} \}$, die reguläre Grammatik

$G_2 \triangleq (\{ S, T, U \}, \Sigma, P_2, S)$ und der NFA $M_3 \triangleq (\{ q_0, q_1, q_2 \}, \Sigma, \Delta_3, \{ q_0 \}, \{ q_2 \})$ mit:

$$\begin{aligned}
 P_2: \quad S &\rightarrow aS \mid bT \\
 T &\rightarrow aT \mid bU \\
 U &\rightarrow aU \mid bT \mid a
 \end{aligned}$$



- a. (**, 5 Punkte) Gib einen DFA M_1 mit $L(M_1) = A_1$ an.

- b. (**, 4 Punkte) Gib eine Typ-3 Grammatik G_1 mit $L(G_1) = A_1$ an.

- c. (**, 3 Punkte) Gib die Ableitung des Wortes $abbaa$ in G_2 an.

- d. (***, 3 Punkte) Gib $L(G_2)$ an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

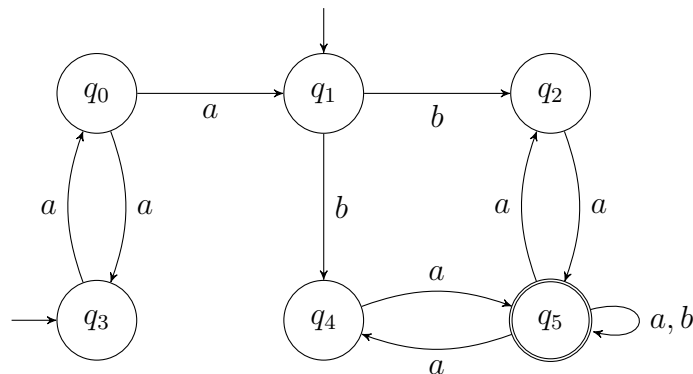
- e. (**, 3 Punkte) Gib eine Ableitung des Wortes $bbaab$ in M_3 an, die zeigt, dass $bbaab \in L(M_3)$.

- f. (***, 2 Punkte) Gib $L(M_3)$ an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

Aufgabe 2: Untermengen-Konstruktion

(15 Punkte)

Gegeben sei der NFA $M \triangleq (\{ q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5 \}, \Sigma, \Delta, \{ q_1, q_3 \}, \{ q_5 \})$ mit $\Sigma = \{ a, b \}$ und Δ :



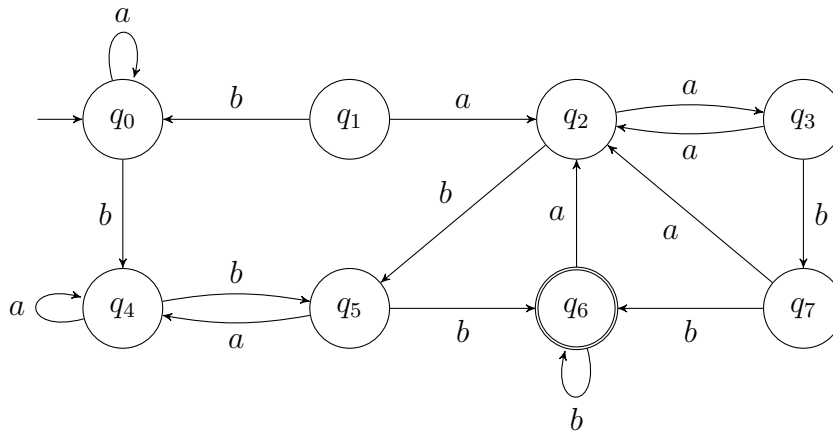
- a. (**, 13 Punkte) *Berechne:* Konstruiere nur mit Hilfe der Untermengen-Konstruktion den DFA M' zum NFA M . *Gib* die bei der Untermengen-Konstruktion entstehende Tabelle sowie das Tupel des entstehenden Automaten M' an.
Hinweis: Es ist nicht nötig die Übergangsfunktion δ' von M' (graphisch) anzugeben.

- b. (***, 2 Punkte) *Gib* $L(M)$ an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

Aufgabe 3: Minimierung eines DFA

(22 Punkte)

Gegeben sei der DFA $M \triangleq (Q, \Sigma, \delta, q_0, \{q_6\})$ mit $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7\}$, $\Sigma = \{a, b\}$ und δ :



- a. (**, 1 Punkt) *Gib an: Welche Zustände sind nicht erreichbar?*
- b. (**, 9 Punkte) *Gib an: Fülle die folgende Tabelle entsprechend des Table-Filling-Algorithmus zum Minimieren von DFAs mit Kreuzen (x) und Kreisen (o) aus. Hinweis: Bitte streiche zunächst alle Zeilen und Spalten für nicht erreichbare Zustände, falls es solche Zustände in M gibt. Die zweite Tabelle ist ein Ersatz für Verschreiber.*

q_1							
q_2							
q_3							
q_4							
q_5							
q_6							
q_7							
	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6

q_1							
q_2							
q_3							
q_4							
q_5							
q_6							
q_7							
	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6

- c. (**, 4 Punkte) *Die Minimierung unterteilt Q in Äquivalenzklassen. Gib alle Äquivalenzklassen an, die sich aus der Tabelle ergeben. Hinweis: Die Namen der Klassen in der Form $[q_0]$ genügen hier nicht. Es müssen auch die zugehörigen Mengen, also so etwas wie $[q_0] = \{ \dots \}$, angegeben werden.*
- d. (**, 5 Punkte) *Gib den minimierten DFA M' an.*
- e. (***, 3 Punkte) *Gib $L(M)$ an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.*

Aufgabe 4: Grenzen Regulärer Sprachen

(17 Punkte)

Gegeben sei das Alphabet $\Sigma \triangleq \{ a, b, c \}$.

- a. (***, 11 Punkte) Beweise nur mit Hilfe des Pumping Lemma, dass die Sprache

$A \triangleq \{ a^j b^k c^l a^m \mid j, k, l, m \in \mathbb{N} \wedge k \bmod 2 = l \wedge k \leq m \}$ nicht regulär ist.

- b. (***, 6 Punkte) Gib alle Myhill-Nerode Äquivalenzklassen für die Sprache

$B \triangleq \{ c^n a x \mid x \in \{ a, b, c \}^* \wedge n \in \mathbb{N}^+ \wedge |x|_a + |x|_b = n - 1 \}$ über Σ an.

Hinweis: Die Namen der Klassen in der Form $[a]$ genügen hier nicht. Es müssen auch die zugehörigen Mengen, also so etwas wie $[a] = \{ \dots \}$ oder $[a] = L(\dots)$, angegeben werden.

Matrikelnummer: _____ Name: _____

Aufgabe 5: Modelle Kontextfreier Sprachen I

(11 Punkte)

Gegeben seien das Alphabet $\Sigma \triangleq \{ a, b, c \}$ und die kontextfreie Sprache

$$A \triangleq \{ bxc^n b^m \mid n, m \in \mathbb{N}^+ \wedge x \in \{ a, b \}^* \wedge (2 \cdot |bx|_a) + |bx|_b = m \}$$

a. (**, 5,5 Punkte) Gib eine Typ-2 Grammatik G mit $L(G) = A$ an.

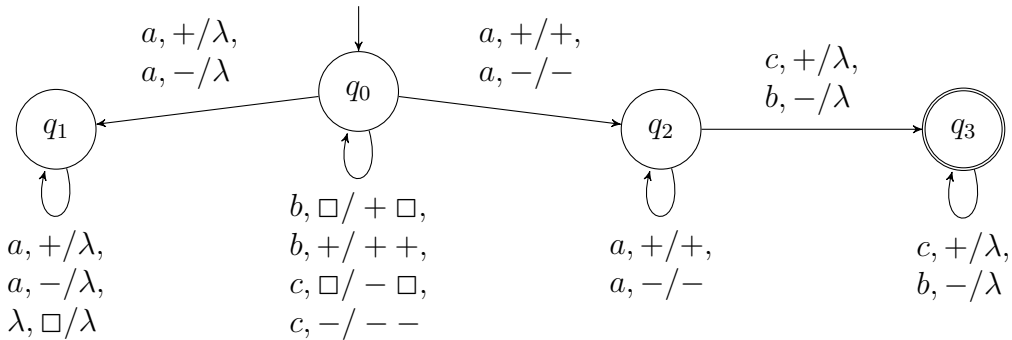
b. (**, 5,5 Punkte) Gib einen PDA M mit $L_{\text{End}}(M) = L_{\text{Kel}}(M) = A$ an.

Aufgabe 6: Modelle Kontextfreier Sprachen II

(15 Punkte)

Gegeben seien das Alphabet $\Sigma \triangleq \{ a, b, c \}$ und der PDA

$M \triangleq (\{ q_0, q_1, q_2, q_3 \}, \Sigma, \{ \square, +, - \}, \square, \Delta, q_0, \{ q_3 \})$ mit Δ :



- a. **(* , 3 Punkte)** Gib eine Ableitung von $ccaab$ in M an, die zeigt, dass $ccaab \in L_{\text{End}}(M)$.

- b. **(*** , 3 Punkte)** Gib $L_{\text{End}}(M)$ an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

- c. **(* , 3 Punkte)** Gib eine Ableitung von $bbaa$ in M an, die zeigt, dass $bbaa \in L_{\text{Kel}}(M)$.

- d. **(*** , 2 Punkte)** Gib $L_{\text{Kel}}(M)$ an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

- e. **(** , 4 Punkte)** Beweise nur mit Hilfe von Abschlusseigenschaften, dass die Sprache $A \triangleq \{ a^{n-1}b^n, a^n c^m b^n \mid n, m \in \mathbb{N}^+ \}$ nicht regulär ist.
 Hinweis: Es darf ohne Beweis benutzt werden, dass $L(e)$ für einen regulären Ausdruck e regulär und $B \triangleq \{ a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}^+ \}$ nicht regulär aber kontextfrei ist. Sprachen $L(e)$ für reguläre Ausdrücke e sowie Operationen auf Mengen müssen nicht berechnet oder umgeformt werden.

Matrikelnummer: _____ Name: _____

Auf dieser Seite löse ich einen Teil der Aufgabe __ :
Teilaufgabe __ :