

Formale Sprachen und Automaten

Prof. Dr. Uwe Nestmann - 26. März 2019

Schriftlicher Test

Studierendenidentifikation:

NACHNAME	
VORNAME	
MATRIKELNUMMER	
STUDIENGANG	<input type="checkbox"/> Informatik Bachelor, <input type="checkbox"/> _____

Aufgabenübersicht:

AUFGABE	SEITE	PUNKTE	THEMENBEREICH
1	3	20	MODELLE REGULÄRER SPRACHEN
2	4	16	UNTERMENGEN-KONSTRUKTION
3	5	22	MINIMIERUNG EINES DFA
4	6	17	GRENZEN REGULÄRER SPRACHEN
5	7	9	MODELLE KONTEXTFREIER SPRACHEN I
6	8	16	MODELLE KONTEXTFREIER SPRACHEN II

Zwei Punkte in diesem Test entsprechen einem Portfoliopunkt.

Korrektur:

AUFGABE	1	2	3	4	5	6	Σ
PUNKTE	20	16	22	17	9	16	100
ERREICHT							
KORREKTOR							
EINSICHT							

Aufgabe 1: Modelle Regulärer Sprachen

(20 Punkte)

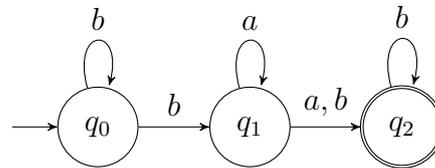
Gegeben seien das Alphabet $\Sigma \triangleq \{ a, b \}$, die reguläre Sprache

$A_1 \triangleq \{ a(ab)^m x \mid m \in \mathbb{N} \wedge x \in \{ aa, b^n a \mid n \in \mathbb{N} \} \}$, die reguläre Grammatik

$G_2 \triangleq (\{ S, T, U \}, \Sigma, P_2, S)$ und der NFA $M_3 \triangleq (\{ q_0, q_1, q_2 \}, \Sigma, \Delta_3, \{ q_0 \}, \{ q_2 \})$ mit:

$$\begin{aligned}
 P_2: \quad S &\rightarrow bS \mid aT \mid a \\
 T &\rightarrow bU \\
 U &\rightarrow aT \mid a
 \end{aligned}$$

$\Delta_3:$



a. (**, 5 Punkte) Gib einen NFA M_1 mit $L(M_1) = A_1$ an.

b. (**, 5 Punkte) Gib eine Typ-3 Grammatik G_1 mit $L(G_1) = A_1$ an.

c. (**, 3 Punkte) Gib die Ableitung des Wortes $bbaba$ in G_2 an.

d. (***, 2 Punkte) Gib $L(G_2)$ an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

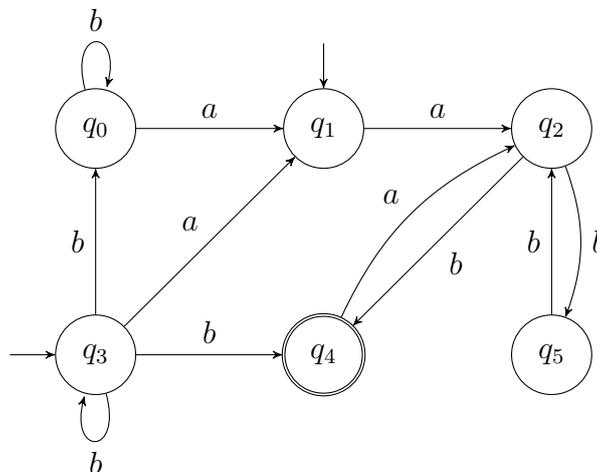
e. (**, 3 Punkte) Gib eine Ableitung des Wortes $bbaab$ in M_3 an, die zeigt, dass $bbaab \in L(M_3)$.

f. (***, 2 Punkte) Gib $L(M_3)$ an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

Aufgabe 2: Untermengen-Konstruktion

(16 Punkte)

Gegeben sei der NFA $M \triangleq (\{ q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5 \}, \Sigma, \Delta, \{ q_1, q_3 \}, \{ q_4 \})$ mit $\Sigma = \{ a, b \}$ und Δ :



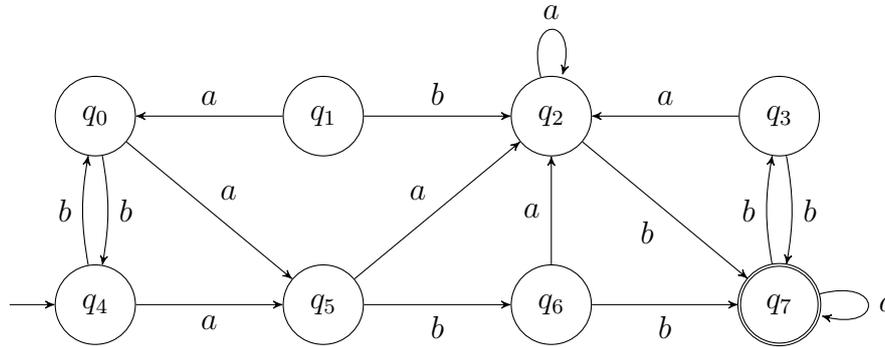
- a. (**, 13 Punkte) *Berechne:* Konstruiere nur mit Hilfe der Untermengen-Konstruktion den DFA M' zum NFA M . Gib die bei der Untermengen-Konstruktion entstehende Tabelle sowie das Tupel des entstehenden Automaten M' an.
Hinweis: Es ist nicht nötig die Übergangsfunktion δ' von M' (graphisch) anzugeben.

- b. (***, 3 Punkte) *Gib $L(M)$ an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.*

Aufgabe 3: Minimierung eines DFA

(22 Punkte)

Gegeben sei der DFA $M \triangleq (Q, \Sigma, \delta, q_4, \{q_7\})$ mit $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7\}$, $\Sigma = \{a, b\}$ und δ :



a. (**, 1 Punkt) Gib an: Welche Zustände sind nicht erreichbar?

b. (**, 9 Punkte) Gib an: Fülle die folgende Tabelle entsprechend des Table-Filling-Algorithmus zum Minimieren von DFAs mit Kreuzen (x) und Kreisen (o) aus.

Hinweis: Bitte streiche zunächst alle Zeilen und Spalten für nicht erreichbare Zustände, falls es solche Zustände in M gibt. Die zweite Tabelle ist ein Ersatz für Verschreiber.

q1							
q2							
q3							
q4							
q5							
q6							
q7							
	q0	q1	q2	q3	q4	q5	q6

q1							
q2							
q3							
q4							
q5							
q6							
q7							
	q0	q1	q2	q3	q4	q5	q6

c. (**, 4 Punkte) Die Minimierung unterteilt Q in Äquivalenzklassen. Gib alle Äquivalenzklassen an, die sich aus der Tabelle ergeben.

Hinweis: Die Namen der Klassen in der Form $[q_0]$ genügen hier nicht. Es müssen auch die zugehörigen Mengen, also so etwas wie $[q_0] = \{ \dots \}$, angegeben werden.

d. (**, 5 Punkte) Gib den minimierten DFA M' an.

e. (***, 3 Punkte) Gib $L(M)$ an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

Aufgabe 4: Grenzen Regulärer Sprachen

(17 Punkte)

Gegeben sei das Alphabet $\Sigma \triangleq \{ a, b, c, d \}$.

- a. (***, 11 Punkte) Beweise nur mit Hilfe des Pumping Lemma, dass die Sprache $A_1 \triangleq \{ a^j b^k c^l d^m \mid j, k, l, m \in \mathbb{N} \wedge ((j \bmod 2 = 1 \wedge k > l) \vee (j \bmod 2 = 0 \wedge l < m)) \}$ nicht regulär ist.

- b. (***, 6 Punkte) Gib alle Myhill-Nerode Äquivalenzklassen für die Sprache $A_2 \triangleq \{ xy \mid x \in \{ a, b, c \}^+ \wedge y \in \{ b, c, d \}^+ \wedge |x|_a \geq |y|_d \geq 1 \}$ an.
Hinweis: Die Namen der Klassen in der Form $[b]$ genügen hier nicht. Es müssen auch die zugehörigen Mengen, also so etwas wie $[\dots] = \dots$, angegeben werden.

Matrikelnummer: _____ Name: _____

Aufgabe 5: Modelle Kontextfreier Sprachen I

(9 Punkte)

Gegeben seien das Alphabet $\Sigma \triangleq \{ a, b, c \}$ und die kontextfreie Sprache

$$A \triangleq \{ xbc^n \mid n \in \mathbb{N}^+ \wedge x \in \{ a, ba \}^+ \wedge |x|_b = n \}$$

a. (**, 4 Punkte) Gib eine Typ-2 Grammatik G mit $L(G) = A$ an.

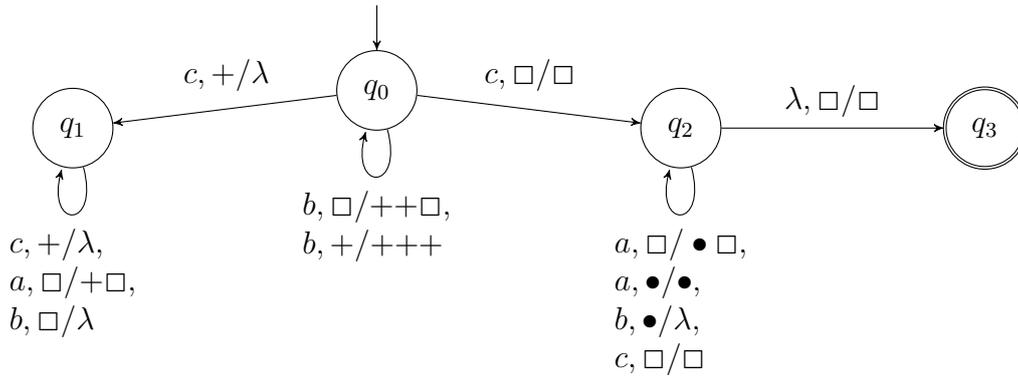
b. (**, 5 Punkte) Gib einen PDA M mit $L_{\text{End}}(M) = L_{\text{Kel}}(M) = A$ an.

Aufgabe 6: Modelle Kontextfreier Sprachen II

(16 Punkte)

Gegeben seien das Alphabet $\Sigma \triangleq \{ a, b, c \}$ und der PDA

$M \triangleq (\{ q_0, q_1, q_2, q_3 \}, \Sigma, \{ \square, +, \bullet \}, \square, \Delta, q_0, \{ q_3 \})$ mit Δ :



- a. **(*, 3 Punkte)** Gib eine Ableitung von $caab$ in M an, die zeigt, dass $caab \in L_{\text{End}}(M)$.

- b. **(***, 2,5 Punkte)** Gib $L_{\text{End}}(M)$ an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

- c. **(*, 3,5 Punkte)** Gib eine Ableitung von $bccacb$ in M an, die zeigt, dass $bccacb \in L_{\text{Kel}}(M)$.

- d. **(***, 3 Punkte)** Gib $L_{\text{Kel}}(M)$ an, ohne auf Automaten oder Grammatiken zu verweisen.

- e. **(**, 4 Punkte)** Beweise nur mit Hilfe von Abschlusseigenschaften, dass die Sprache $A \triangleq \{ a^n b^{n+1} \mid n \in \mathbb{N}^+ \}$ nicht regulär ist.
 Hinweis: Es darf ohne Beweis benutzt werden, dass $L(e)$ für einen regulären Ausdruck e regulär und $B \triangleq \{ a^n b^n \mid n \in \mathbb{N} \}$ nicht regulär aber kontextfrei ist. Sprachen $L(e)$ für reguläre Ausdrücke e sowie Operationen auf Mengen müssen nicht berechnet oder umgeformt werden.

Matrikelnummer: _____ Name: _____

Auf dieser Seite löse ich einen Teil der Aufgabe __ :
Teilaufgabe __ :

Matrikelnummer: _____ Name: _____

Auf dieser Seite löse ich einen Teil der Aufgabe __ :
Teilaufgabe __ :