

2. Klausur
Grundlagen der Elektrotechnik I-A
13. Januar 2002



Musterloesung

Name:

Vorname:

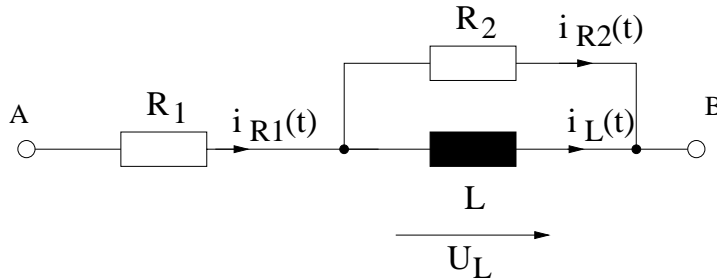
Matr.-Nr.:

Bearbeitungszeit: 90 Minuten

- ➡ Trennen Sie den Aufgabensatz **nicht** auf.
- ➡ Benutzen Sie für die Lösung der Aufgaben **nur** das mit diesem Deckblatt ausgeteilte Papier. **Lösungen, die auf anderem Papier geschrieben werden, können nicht gewertet werden.** Weiteres Papier kann bei den Tutoren angefordert werden.
- ➡ **Notieren Sie bei der Aufgabe einen Hinweis, wenn die Lösung auf einem Extrablatt fortgesetzt wird**
- ➡ **Schreiben Sie deutlich!** Doppelte, unleserliche oder mehrdeutige Lösungen können nicht gewertet werden.
- ➡ Schreiben Sie **nicht** mit Bleistift!
- ➡ Schreiben Sie nur in **blau** oder **schwarz!**

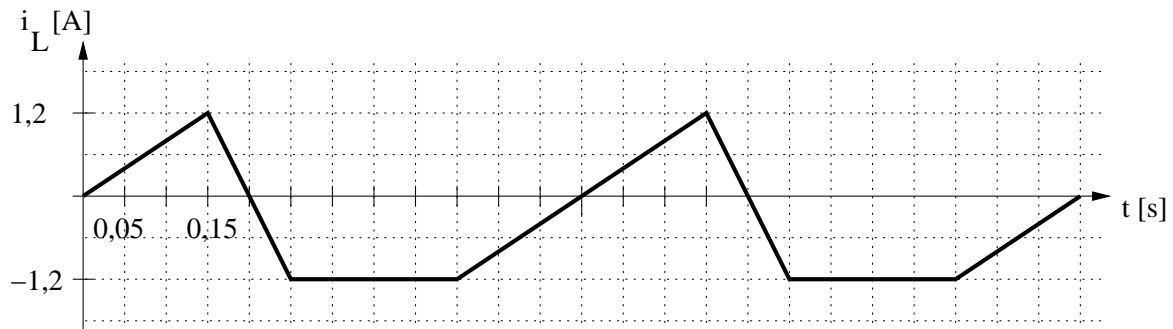
1. Aufgabe (5 Punkte): Strom- u. Spannungsverlauf an R und L

Gegeben ist die folgende Schaltung mit einer Spannungsquelle an den Klemmen A-B.



$$R_2 = \frac{2}{3} \Omega, L = 1H, \quad (1H = 1 \frac{Vs}{A} = 1\Omega \cdot s)$$

Durch die Spule L wurde der folgende Stromverlauf $i_L(t)$ gemessen:



	1.1) $i_L(t)$	1.2) $i_{R2}(t)$	1.3) $i_{R1}(t)$
$0 \leq t <$			
$\leq t <$			
$\leq t <$			
$\leq t <$			

1.1. Stromverlauf i_L beschreiben (1 Punkt)

Beschreiben Sie den oben abgebildeten Stromverlauf in der Periode $[0..T]$ **mathematisch korrekt** und geben Sie die Periodendauer zahlenmässig an. Tragen Sie die Ergebnisse in die abgedruckte Tabelle ein.

Lösung:

Punktevergabe: Stromverlauf abschnittsweise korrekt formuliert:

$$0s \leq t < 0.15s: i_L = \frac{1.2A}{0.15s} \cdot t = 8 \frac{A}{s} \cdot t$$

$$0.15s \leq t < 0.25s: i_L = -\frac{1.2A}{0.05s} \cdot t + 4.8A = -24 \frac{A}{s} \cdot t + 4.8A$$

$$0.25s \leq t < 0.45s: i_L = -1.2A$$

$$0.45s \leq t < 0.60s: i_L = \frac{1.2A}{0.15s} \cdot t - 4.8A = \underline{8 \frac{A}{s} \cdot t - 4.8A} \quad \text{Ergebnis mit Einheiten (0.5 Punkte)}$$

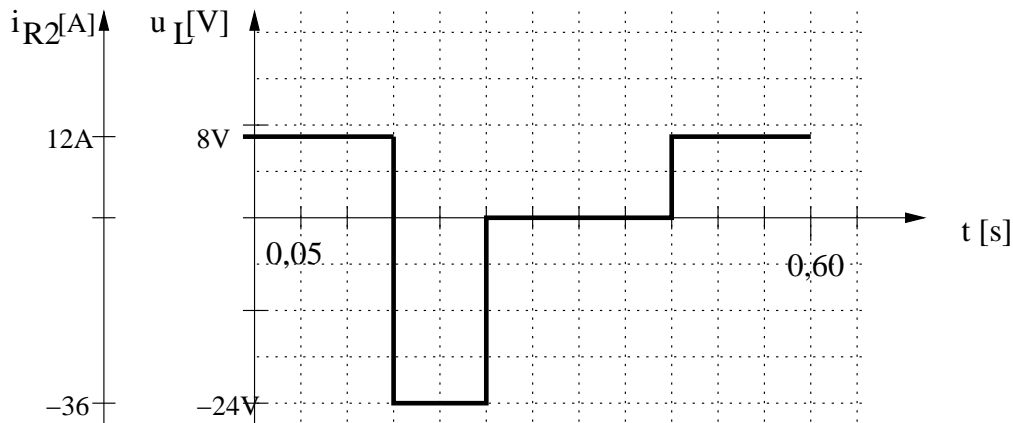
Punkte)

$$T = 0.60s \quad \text{Zahlenwert mit Einheit (0.5 Punkte)}$$

1.2. Stromverlauf i_{R2} beschreiben (1,5 Punkte)

Berechnen Sie den Stromverlauf für $i_{R2}(t)$ und zeichnen Sie ihn in das angegebene Diagramm.

Hinweise: Achsenbezeichnung und Werte an den Achsen deutlich vermerken



Lösung:

$$u_L = L \cdot \frac{di}{dt}, \quad L = 1H = 1 \frac{V \cdot s}{A}:$$

$$0s \leq t < 0.15s: \quad u_L = L \cdot 8 \frac{A}{s} = 8V$$

$$0.15s \leq t < 0.25s: \quad u_L = -24 \cdot L \frac{A}{s} = -24V$$

$$0.25s \leq t < 0.45s: \quad u_L = 0V$$

$$0.45s \leq t < 0.60s: \quad u_L = L \cdot 8 \frac{A}{s} = 8V$$

$$\text{mit } i_{R2} = \frac{u_L}{R_2}, \quad R_2 = \frac{2}{3}\Omega:$$

$$0s \leq t < 0.15s: \quad i_{R2} = 8V \cdot \frac{3}{2\Omega} = 12A$$

$$0.15s \leq t < 0.25s: \quad i_{R2} = 12V \cdot \frac{3}{2\Omega} = -36A \quad \text{(0.5 Punkte)}$$

$$0.25s \leq t < 0.45s: \quad i_{R2} = 0A$$

$$0.45s \leq t < 0.60s: \quad i_{R2} = 8V \cdot \frac{3}{2\Omega} = 12A$$

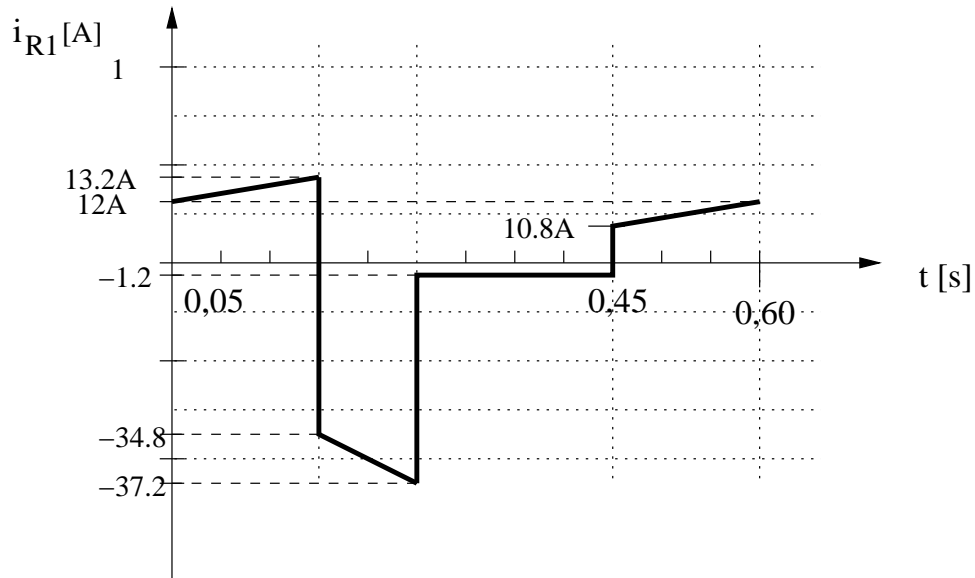
Punktevergabe:

Stromverlauf qualitativ (Achsenbeschriftung+Steigungen korr.) (0,5 Punkte) und quantitativ (0,5 Punkte) korrekt gezeichnet.

1.3. Verlauf des Gesamtstromes (2,5 Punkte)

Berechnen und zeichnen Sie den Verlauf des Gesamtstromes i_{R1} abschnittsweise.

Hinweise: Achten Sie auf mathematisch korrekte Beschreibung in den Abschnitten!



Lösung:

$$i_{R1} = i_L + i_{R2}$$

$$0s \leq t < 0.15s: \quad i_{R1} = 8 \frac{A}{s} \cdot t + 12A$$

$$0.15s \leq t < 0.25s: \quad i_{R1} = \frac{-24 \frac{A}{s} \cdot t - 31,2A}{\quad\quad\quad} \quad (0.5 \text{ Punkte})$$

$$0.25s \leq t < 0.45s: \quad i_{R1} = -1.2A$$

$$0.45s \leq t < 0.60s: \quad i_{R1} = \frac{8 \frac{A}{s} \cdot t + 7,2A}{\quad\quad\quad} \quad (0.5 \text{ Punkte})$$

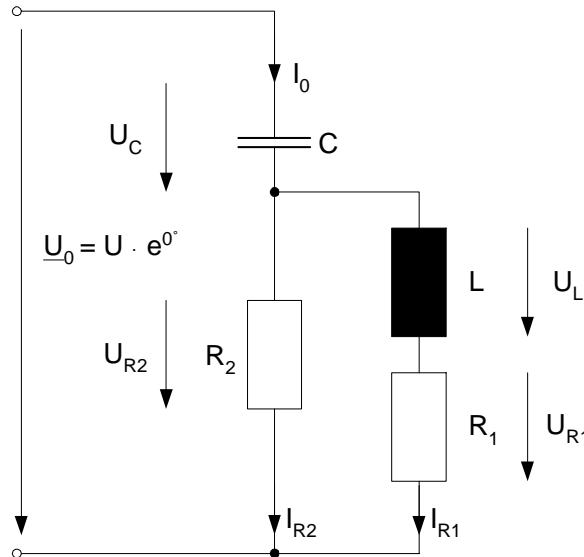
Punktevergabe: Startwert korrekt gezeichnet: $i_{R1}(0) = 12A$, **(0.5 Punkte)**

Steigungen korrekt gezeichnet: $i_{R1}(0,15-) = 13.2A$, $i_{R1}(0,15+) = -34.8A$, $i_{R1}(0,25-) = -37.2A$, $i_{R1}(0,25+) = -1.2A$, $i_{R1}(0,45+) = 10.8A$ **(0.5 Punkte)**

Achsenbezeichnung korrekt angetragen: **(0.5 Punkte)**

2. Aufgabe (5 Punkte): komplexe Größen

Gegeben ist das folgende komplexe Netzwerk



2.1. Voraussetzungen (2 Punkte)

Welche vier Voraussetzungen müssen erfüllt sein, damit das Verhalten einer Schaltung unter Verwendung komplexer Größen beschrieben werden kann.

Lösung:

- Die elektrischen Größen müssen durch harmonische Größen dargestellt werden können.
- Die Frequenz muß konstant sein.
- Das Netzwerk muß aus linearen Bauelementen bestehen.
- Das Netzwerk muß sich im eingeschwungenen Zustand befinden.

Je Antwort 0.5 Punkte

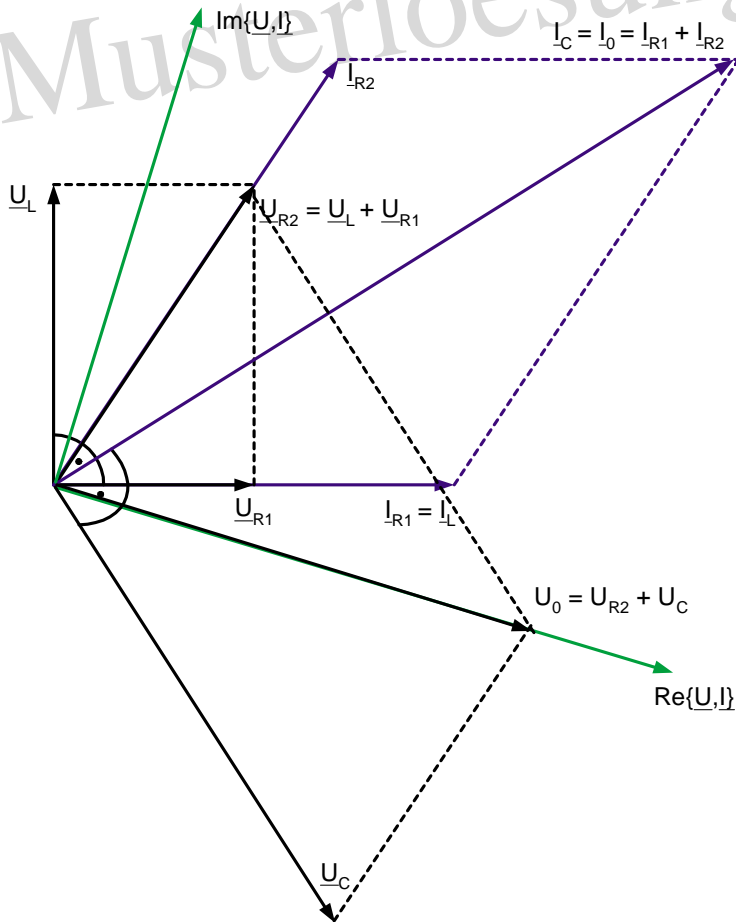
2.2. Zeigerdiagramm (3 Punkte)

Zeichnen Sie das qualitative Zeigerdiagramm aller Ströme und Spannungen des Netzwerkes.

Kennzeichnen Sie im Diagramm rechte Winkel zwischen den einzelnen Größen. Zeichnen Sie die reelle und imaginäre Koordinatenachse ein.

Empfehlung : Beginnen Sie mit dem Strom \underline{I}_{R1}

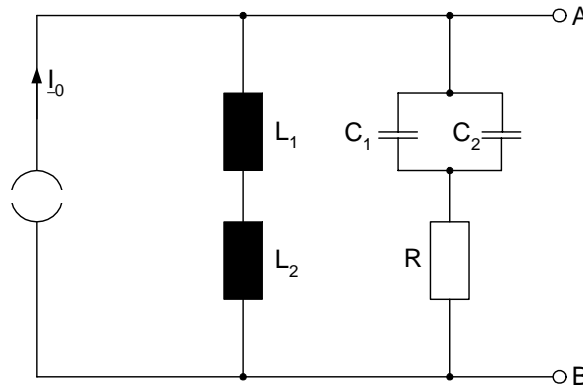
Lösung:



- $\underline{I}_{R1} \parallel \underline{U}_{R1}$ 0.5 Punkte
- $\underline{I}_{R1} \perp \underline{U}_L$ (voreilend) 0.5 Punkte
- $\underline{U}_{AB} = \underline{U}_{R2} = \underline{U}_L + \underline{U}_{R1}$
- $\underline{I}_{R2} \parallel \underline{U}_{R2}$ 0.5 Punkte
- $\underline{I}_0 = \underline{I}_{R1} + \underline{I}_{R2}$ 0.5 Punkte
- $\underline{I}_0 \perp \underline{U}_C$ (nacheilend) 0.5 Punkte
- $\underline{U}_0 = \underline{U}_{AB} + \underline{U}_C$ 0.5 Punkte

3. Aufgabe (5 Punkte): komplexe Netzwerke

Gegeben ist die folgende Anordnung:



$$\underline{I}_0 = 1 \text{ mA} \cdot e^{j0^\circ}, L_1 = 0.7 \text{ H}, L_2 = 0.3 \text{ H}$$

$$C_1 = 2 \text{ nF}, C_2 = 30 \text{ nF}, R = 1 \text{ k}\Omega, f = 1 \text{ kHz}$$

Hinweis: Der Rechenweg muß erkennbar sein.

3.1. (2 Punkte)

Berechnen Sie für die Anordnung, bezüglich der Klemmen A und B, beide Werte der Ersatzspannungsquelle.

Lösung:

$$L = L_1 + L_2$$

$$C = C_1 + C_2$$

$$\underline{Z}_i = \left(R + \frac{1}{j\omega C} \right) \parallel j\omega L \quad 0.5 \text{ Punkte}$$

$$\underline{Z}_i = \frac{j\omega RL + \frac{L}{C}}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}}$$

$$\underline{Z}_i = 19.3 \text{ k}\Omega e^{-j41.3^\circ} \quad 0.5 \text{ Punkte}$$

$$\underline{U}_0 = \underline{I}_0 \cdot \underline{Z}_i \quad 0.5 \text{ Punkte}$$

$$\underline{U}_0 = 19.3 \text{ V} e^{-j41.3^\circ} \quad 0.5 \text{ Punkte}$$

3.2. (2 Punkte)

Eine **andere** Schaltung, bestehend aus zwei Bauelementen, weist bei Impedanzmessungen folgende Werte auf.

$$f = 0 \text{ Hz} \quad \underline{Z} = 100 \Omega$$

$$f = 20 \text{ Hz} \quad \underline{Z} = 512.5 \Omega \cdot e^{j78.75^\circ}$$

- Um welche Bauelemente handelt es sich?
- Wie sind die Bauelemente verschaltet?
- Wie sind die Bauelemente dimensioniert?

Lösung:

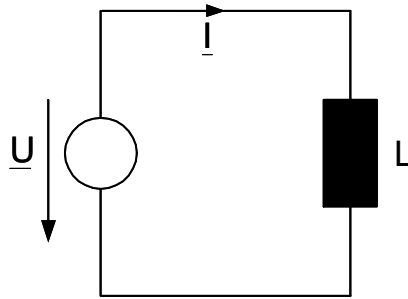
Es handelt sich um eine Reihenschaltung 0.5 Punkte

bestehend aus R und L 0.5 Punkte

$$\underline{Z} = 512\Omega \cdot e^{j78.75^\circ} = (100 + j502.65)\Omega$$
$$X_L = j\omega L \Rightarrow L = \frac{502.65\Omega}{2 \cdot \pi \cdot f}$$
$$R = 100\Omega \text{ und } L = 4H \text{ jeweils } 0.5 \text{ Punkte}$$

3.3. (1 Punkt)

Für die dargestellte Schaltung ist die Zeitfunktion $i(t)$ des Stromes zu bestimmen.



$$\underline{U}_0 = 15V \cdot e^{j45^\circ}, L = 10mH, \omega = 100\frac{1}{s}$$

Lösung:

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{j\omega L} \quad 0.5 \text{ Punkte}$$

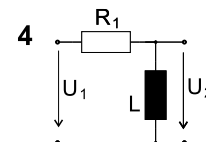
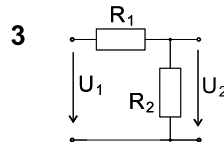
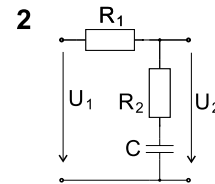
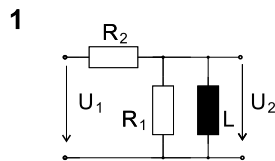
$$\underline{I} = \frac{15V \cdot e^{j45^\circ}}{1\Omega \cdot e^{j90^\circ}}$$

$$\underline{I} = 15A \cdot e^{-j45^\circ}$$

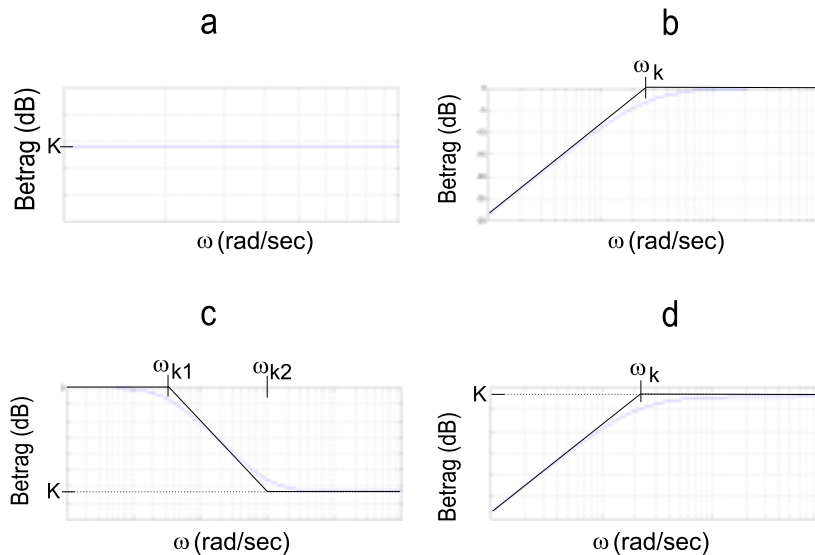
$$i(t) = \sqrt{2} \cdot \operatorname{Re}\{\underline{I}\} \cdot \cos(\omega \cdot t - 0.78) \quad 0.5 \text{ Punkte}$$

4. Aufgabe (5 Punkte): Übertragungsfunktionen

Netzwerke:



Frequenzgänge:



Für die folgenden Berechnungen gelten die Daten: $R_1 = 1000\Omega$, $R_2 = 27\Omega$, $L = 1\mu H$, $C = 33pF$.

4.1. (1.5 Punkte)

Ordnen Sie die oben abgebildeten Betragsfrequenzgänge den gegebenen Netzwerken zu.

Frequenzgang	Netzwerk
a	3
b	4
c	2
d	1

4.2. Frequenzgang a (0.5 Punkte)

Berechnen Sie den Wert K des Betragsfrequenzganges **a** in dB.

Lösung:

$$\left| \frac{U_2}{U_1} \right| = \left| \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right| = \frac{27}{1027} \quad (1)$$

$$\Rightarrow |V| = 20 \log \frac{27}{1027} \approx -31.6 \text{ dB} \quad (2)$$

4.3. Frequenzgang b (0.5 Punkte)

Berechnen Sie den Wert von ω_k für Frequenzgang **b**.

Lösung:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{j\omega L}{R_1 + j\omega L} = \frac{j\omega \frac{L}{R_1}}{1 + j\omega \frac{L}{R_1}} \quad (3)$$

$$\Rightarrow \tau = \frac{L}{R_1} \quad (4)$$

$$\omega_k = \frac{1}{\tau} = \frac{R_1}{L} = \frac{1000 \Omega}{1 \mu\text{H}} = 1 \times 10^9 \text{ Hz} \quad (5)$$

4.4. Frequenzgang c (1.5 Punkte)

Berechnen Sie für Frequenzgang **c** die Werte von ω_{k1} , ω_{k2} und K .

Lösung:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{\frac{1}{j\omega C} + R_2}{\frac{1}{j\omega C} + R_1 + R_2} = \frac{1 + j\omega R_2 C}{1 + j\omega (R_1 + R_2) C} \quad (6)$$

$$\Rightarrow \tau_1 = C (R_1 + R_2) \Rightarrow \omega_{k1} = \frac{1}{1027 \Omega 33 \text{ pF}} \approx 3.0 \times 10^7 \text{ Hz} \quad (7)$$

$$\Rightarrow \tau_2 = C R_2 \Rightarrow \omega_{k2} = \frac{1}{27 \Omega 33 \text{ pF}} \approx 1.1 \times 10^9 \text{ Hz} \quad (8)$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \left| \frac{U_2}{U_1} \right|_{\text{dB}} = \left| \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right|_{\text{dB}} \approx -31.6 \text{ dB} \quad (9)$$

4.5. Frequenzgang d (1 Punkt)

Berechnen Sie die Werte von ω_k und K für Frequenzgang **d**.

Lösung:

Musterloesung

$$L \parallel R_1 = \frac{j\omega LR_1}{R_1 + j\omega L} \quad (10)$$

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{L \parallel R_1}{L \parallel R_1 + R_2} = \frac{j\omega LR_1}{R_1 R_2 + j\omega L (R_1 + R_2)} \quad (11)$$

$$= \frac{j\omega \frac{L}{R_2}}{1 + j\omega L \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}} \quad (12)$$

$$\Rightarrow \tau = L \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} \quad (13)$$

$$\Rightarrow \omega_k = \frac{R_1 R_2}{L (R_1 + R_2)} \approx 2.6 \times 10^7 \text{ Hz} \quad (14)$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} |V|_{dB} = \left| \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right|_{dB} = 20 \log \frac{1000}{1027} \approx -0.23 \text{ dB} \quad (15)$$