

3. Klausur
Grundlagen der Elektrotechnik I-A
15. Februar 2003



Musterloesung

Name:

Vorname:

Matr.-Nr.:

Bearbeitungszeit: 90 Minuten

- ➡ Trennen Sie den Aufgabensatz **nicht** auf.
- ➡ Benutzen Sie für die Lösung der Aufgaben **nur** das mit diesem Deckblatt ausgeteilte Papier. **Lösungen, die auf anderem Papier geschrieben werden, können nicht gewertet werden.** Weiteres Papier kann bei den Tutoren angefordert werden.
- ➡ **Notieren Sie bei der Aufgabe einen Hinweis, wenn die Lösung auf einem Extrablatt fortgesetzt wird**
- ➡ **Schreiben Sie deutlich!** Doppelte, unleserliche oder mehrdeutige Lösungen können nicht gewertet werden.
- ➡ Schreiben Sie **nicht** mit Bleistift!
- ➡ Schreiben Sie nur in **blau** oder **schwarz!**

1. Aufgabe (4 Punkte): Fragen aus verschiedenen Gebieten

Beantworten die folgenden Fragen aus den verschiedenen Gebieten **kurz** mit einem Text, einer Formel oder einer Skizze.

1.1. Widerstand (0,5 Punkte)

Wie errechnet sich der Widerstand eines Leiters mit der Querschnittsfläche A der Länge l aus einem Material mit dem spezifischen Leitwert κ ?

Lösung:

$$R = \frac{l}{A \cdot \kappa} \quad (1)$$

1.2. Erster Kirchhoffscher Satz (0,5 Punkte)

Wie lautet das erste Kirchhoffsche Gesetz?

Lösung:

In einem Knoten ist die Summe aller Ströme 0

$$\sum I = 0 \quad (2)$$

1.3. Zweiter Kirchhoffscher Satz (0,5 Punkte)

Wie lautet das zweite Kirchhoffsche Gesetz?

Lösung:

In einer geschlossenen Masche ist die vorzeichenrichtig gebildete Summe aller Spannungen 0

$$\sum U = 0 \quad (3)$$

Bei Vertauschen mit Aufgabe

1.4. Überlagerungsprinzip (0,5 Punkte)

Welche Bedingungen müssen erfüllt sein, damit das Überlagerungsprinzip angewendet werden kann?

Lösung:

- *Lineare Bauelemente: Strom und Spannung sind über eine Konstante verknüpft*
- *konstante Frequenz*

1.5. Mittelwerte (0,5 Punkte)

Nach welcher **allgemeinen** Formel berechnet man den Effektivwert einer nicht-sinusförmigen Wechselspannung?

Lösung:

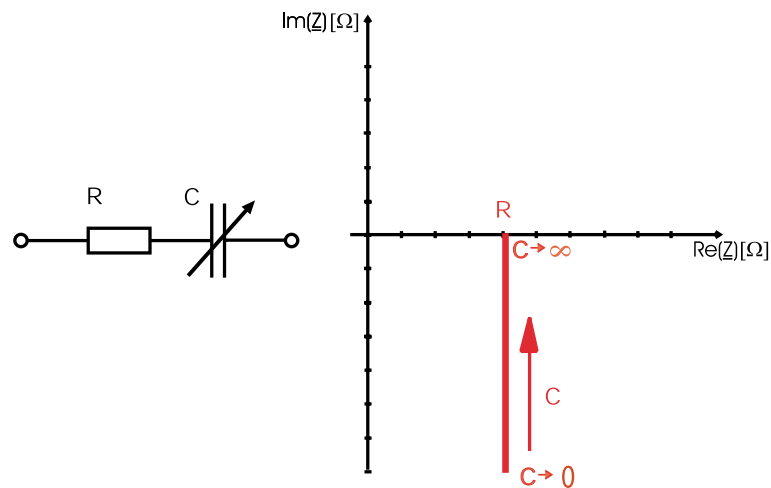
$$U_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} (u(t))^2 dt} \quad (4)$$

1.6. Ortskurven (0,5 Punkte)

Zeichnen Sie die Ortskurve des komplexen Widerstandes bei fester Frequenz ω und veränderlicher Kapazität C . Geben Sie die Punkte für $C = 0$ und $C \rightarrow \infty$ an.

Lösung:

$$\underline{Z}(C) = R + \frac{1}{j\omega C} = R - j\frac{1}{\omega C} \quad (5)$$



1.7. Z-Diode (0,5 Punkte)

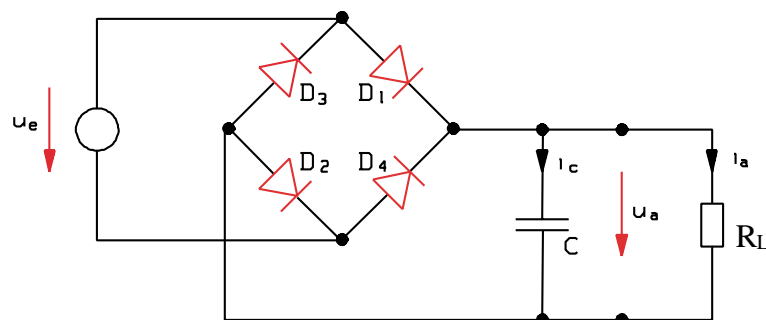
In welcher Betriebsrichtung betreibt man eine Z-Diode?

Lösung:

In Sperrrichtung

1.8. Brückengleichrichter (0,5 Punkte)

Ergänzen Sie die Dioden in der Brückengleichrichterschaltung (Zweiweg-Gleichrichter).

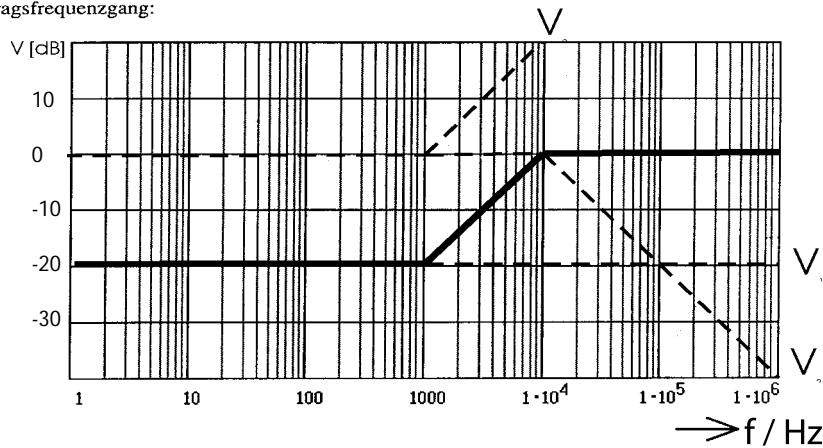


2. Aufgabe (4 Punkte): Übertragungsfunktion und Bodediagramm

2.1. Bodediagramme (1,5 Punkte)

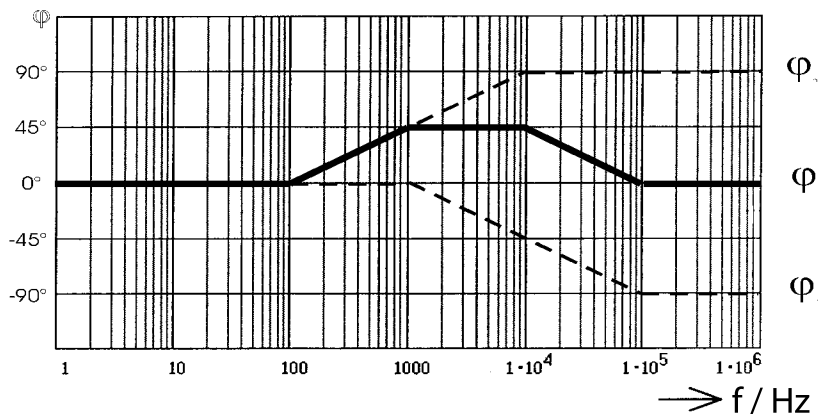
Gegeben ist das Bodediagramm (asymptotisch) eines Vierpols:

Betragsfrequenzgang:



(0,5 Punkt)

Phasenfrequenzgang:



(0,5 Punkt)

Die Übertragungsfunktion setzt sich aus drei Einzelübertragungsfunktionen zusammen ($V_{ges} = V_1 V_2 V_3$).

Bestimmen Sie die Einzelübertragungsfunktionen und zeichnen Sie deren Bodediagramme gestrichelt in die beiden Bodediagramme ein. Geben Sie die Gesamtübertragungsfunktion der Schaltung **allgemein** in **Normalform** an!

Die genaue Bestimmung der Knickfrequenzen erfolgt später.

Lösung:

$$V_{ges} = V_1 V_2 V_3 \quad (6)$$

$$\text{mit: } V_1 = k \quad (7)$$

$$V_2 = 1 + j\omega\tau_2 \quad (8)$$

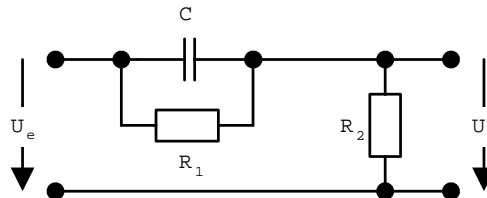
$$V_3 = \frac{1}{1 + j\omega\tau_3} \quad (9)$$

$$V_{ges} = k \frac{1 + j\omega\tau_2}{1 + j\omega\tau_3} \quad (10)$$

$$(0, 5 \text{ Punkte}) \quad (11)$$

2.2. Übertragungsfunktion (1,5 Punkte)

Gegeben ist folgendes Netzwerk:



Bestimmen Sie dessen Übertragungsfunktion in Normalform!

Lösung:

$$\underline{V}(\omega) = \frac{U_a}{U_e} = \frac{R_2}{R_2 + R_1 \parallel \underline{Z}_C} \quad (12)$$

$$\text{mit: } \underline{Z}_C \parallel R_1 = \frac{\frac{1}{j\omega C} \cdot R_1}{\frac{1}{j\omega C} + R_1} = \frac{R_1}{1 + j\omega R_1 C}$$

$$= \frac{R_2}{R_2 + \frac{R_1}{1 + j\omega R_1 C}} = \frac{R_2}{\frac{R_2 + j\omega C R_2 R_1 + R_1}{1 + j\omega C R_1}} \quad (13)$$

$$= \frac{R_2 + j\omega C R_1 R_2}{R_1 + R_2 + j\omega C R_1 R_2} \quad (14)$$

$$= \underbrace{\frac{R_2}{R_1 + R_2}}_k \cdot (1 + j\omega \underbrace{C R_1}_{\tau_2}) \cdot \frac{1}{1 + j\omega C \underbrace{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}_{\tau_3}} \quad (1,5 \text{ Punkte}) \quad (15)$$

2.3. Knickfrequenz (1 Punkt)

Bestimmen Sie aus dem Bodediagramm unter Aufgabe 2.1 die Werte für die Knickfrequenzen. Sie wollen diese Übertragungsfunktionen mit dem Netzwerk aus Aufgabe 2.2 realisieren. Berechnen sie Werte für R_1 und R_2 , die Kapazität ist gegeben zu $C_1 = 17,68 \mu F$.

Lösung:

$$f_{k1} = \infty \quad (16)$$

$$f_{k2} = 1 \text{ kHz} \quad (17)$$

$$f_{k3} = 10 \text{ kHz} \quad (0,5 \text{ Punkte}) \quad (18)$$

$$(19)$$

Bestimmung von R_1 unter Verwendung von τ_2 :

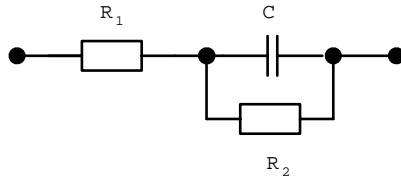
$$\omega_o = \frac{1}{\tau_2} = 2\pi f_{k2} = \frac{1}{R_1 C}$$
$$R_1 = \frac{1}{C} \cdot \frac{1}{\omega_o} = \frac{1}{17,68 \mu F} \cdot \frac{1}{2\pi \cdot 1 \text{kHz}} = 9 \Omega \quad (20)$$

Bestimmung von R_2 unter Verwendung von τ_2 :

$$\tau_3 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \cdot C$$
$$\underbrace{C R_1}_{\tau_2} \cdot R_2 = R_1 \tau_3 + R_2 \tau_3$$
$$R_2(\tau_2 - \tau_3) = R_1 \tau_3$$
$$R_2 = R_1 \frac{\tau_3}{\tau_2 - \tau_3} = R_1 \frac{\frac{1}{2\pi \cdot 10 \text{kHz}}}{\frac{1}{2\pi} \left(\frac{1}{1 \text{kHz}} - \frac{1}{10 \text{kHz}} \right)}$$
$$R_2 = R_1 \frac{\frac{1}{10}}{1 - \frac{1}{10}} = \frac{1}{9} R_1 \quad (21)$$

3. Aufgabe (4 Punkte): Ortskurve

Gegeben ist die folgende Schaltung



$$R_1 = 50\Omega, R_2 = 100\Omega, C = 1\mu F$$

3.1. Impedanz einer Reihenschaltung (2 Punkte)

Bestimmen Sie allgemein die Impedanz $\underline{Z}(\omega)$. Berechnen Sie den komplexen Widerstand für die folgende Frequenzen $\omega_1 = 10^4 s^{-1}$ in der Form $\underline{Z} = A + jB$. Welcher Wert ergibt sich für den Grenzübergang $\omega \rightarrow \infty$ und für $\omega = 0$.

Lösung:

$$\underline{Z}(\omega) = R_1 + \frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C} \quad (22)$$

$$\underline{Z}(\omega) = R_1 + \frac{R_2}{1 + (\omega R_2 C)^2} - j \frac{\omega C R_2^2}{1 + (\omega R_2 C)^2} \quad (23)$$

$$\underline{Z}(\omega_1) = 50\Omega + \frac{100\Omega}{1 + j10^4 s^{-1} \cdot 100\Omega \cdot 1 \cdot 10^{-6} \mu F} = 100\Omega - j \cdot 150\Omega \quad (24)$$

$$\underline{Z}(\omega = 0) = R_1 + R_2 = 50\Omega \quad (25)$$

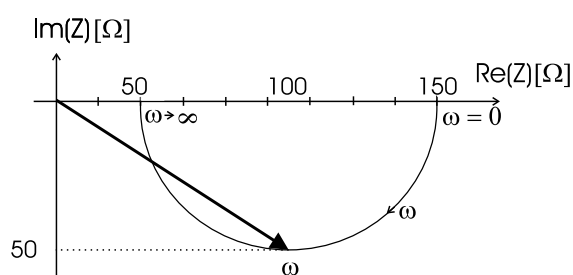
$$\underline{Z}(\omega \rightarrow \infty) = R_1 = 50\Omega \quad (2 \text{ Punkte}) \quad (26)$$

3.2. Ortskurve von \underline{Z} (1 Punkt)

Zeichnen Sie quantitativ Ortskurve von $\underline{Z}(\omega)$ und kennzeichnen Sie die Punkte $\underline{Z}(\omega = 0)$, $\underline{Z}(\omega_1)$ und $\underline{Z}(\omega \rightarrow \infty)$. **Achsenbeschriftungen nicht vergessen !**

Lösung:

s. Zeichnung (1 Punkt)



3.3. Ortskurve von \underline{Y} (1 Punkt)

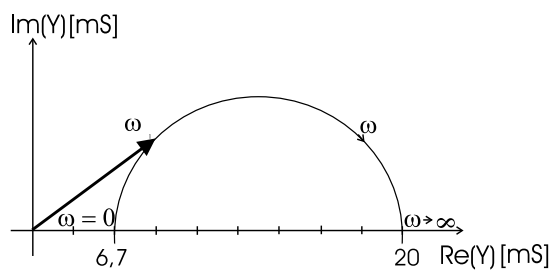
Zeichnen Sie qualitativ die Ortskurve $\underline{Y}(\omega)$ und kennzeichnen Sie die Punkte $\underline{Y}(\omega = 0)$, $\underline{Y}(\omega \rightarrow \infty)$ und $\underline{Y}(\omega_1)$.

Lösung:

$$\underline{Y}(\omega = 0) = \frac{1}{R_1 + R_2} = 6,7mS \quad (27)$$

$$\underline{Y}(\omega \rightarrow \infty) = \frac{1}{R_1 + R_2} = 20mS \quad (28)$$

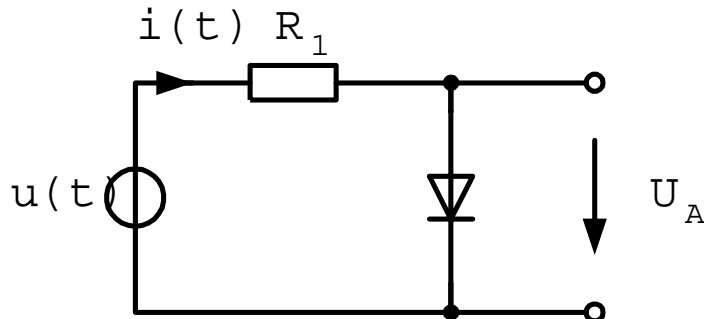
$$\underline{Y}(\omega_1) = \frac{1}{100\Omega - j \cdot 50\Omega} = 8mS + j4mS \quad (0,5 \text{ Punkte}) \quad (29)$$



(0,5 Punkte)

4. Aufgabe (4 Punkte): Diode

Gegeben ist folgendes Schaltbild:

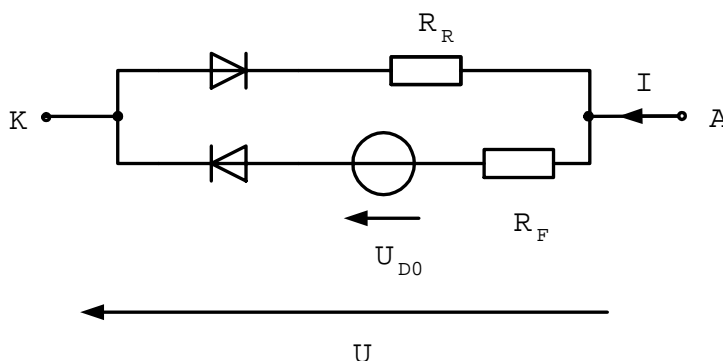


$$U_{D0} = 0,7V, R_1 = 100\Omega, R_F = 1\Omega, R_R = 1M\Omega, u(t) = 10V \cdot \sin(\omega t), \omega = 100\pi s^{-1}$$

4.1. Ersatzschaltbild (1,5 Punkte)

Zeichnen Sie das vollständige Ersatzschaltbild der Diode! Kennzeichnen Sie Anode und Katode und tragen Sie Strom- und Spannungspfeile für die Durchlassrichtung ein!

Lösung:



4.2. (1 Punkt)

Bestimmen Sie den Strom $i(t)$ zum Zeitpunkt $t = 15ms$!

Lösung:

$$i(t) = \frac{u(t)}{R} \quad (30)$$

$$u(t = 15ms) = 10V \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad (31)$$

$$= 10V \cdot \sin(100\pi s^{-1} \cdot 0,015s) \quad (32)$$

$$= 10V \cdot \sin(1,5\pi) = 10V \cdot \sin\left(\frac{3}{2}\pi\right) = -10V \quad (33)$$

$$R = R_1 + R_R = 100\Omega + 1M\Omega = 1000,1K\Omega \approx 1M\Omega \quad (34)$$

$$i(t = 15ms) = \frac{-10V}{1M\Omega} = \underline{\underline{-10\mu A}} \quad (35)$$

4.3. (1,5 Punkte)

Bestimmen Sie den Strom $i(t)$ zum Zeitpunkt $t = 5ms$!

Lösung:

$$i(t) = \frac{u(t)}{R} \quad (36)$$

$$u(t = 5ms) = 10V \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad (37)$$

$$= 10V \cdot \sin(100\pi s^{-1} \cdot 0,005s) \quad (38)$$

$$= 10V \cdot \sin(0,5\pi) = 10V \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 10V \quad (39)$$

Maschengleichung :

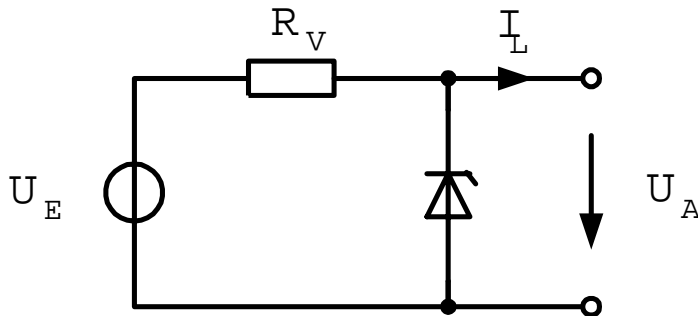
$$u(t = 5ms) = i(t = 5ms) \cdot (R_1 + R_F) + U_{D0} \quad (40)$$

$$i(t = 5ms) = \frac{u(t = 5ms) - U_{D0}}{R_1 + R_F} \quad (41)$$

$$= \frac{10V - 0,7V}{100\Omega + 1\Omega} = \underline{92mA} \quad (42)$$

5. Aufgabe (4 Punkte): Zener-Diode

Gegeben ist folgende Spannungsstabilisierungsschaltung, bei der eine Ausgangsspannung von 5,1V nicht überschritten werden soll.

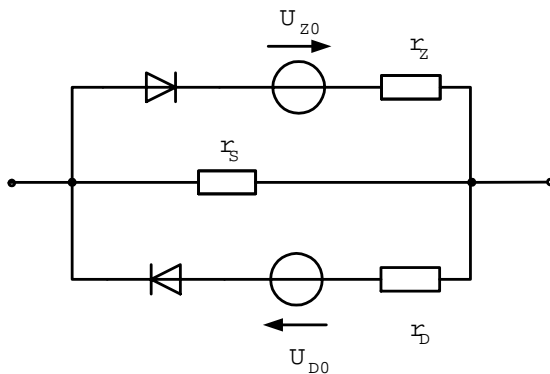


$$U_{Z0} = 4,8V, U_E = 10V \pm 10\%, P_{Zmax} = 0,25W, r_Z = 1\Omega, U_{Amax} = 5,1V, r_S \rightarrow \infty$$

5.1. Ersatzschaltbild (1 Punkt)

Zeichnen Sie das vollständige Ersatzschaltbild für den Arbeitsbereich der Z-Diode!

Lösung:



5.2. Vorwiderstand (1 Punkt)

Bestimmen Sie den Vorwiderstand R_V der Schaltung so, dass die maximale Diodenverlustleistung nicht überschritten wird! Wie groß ist der maximal zulässige Zenerdiodenstrom I_{Zmax} ?

Lösung:

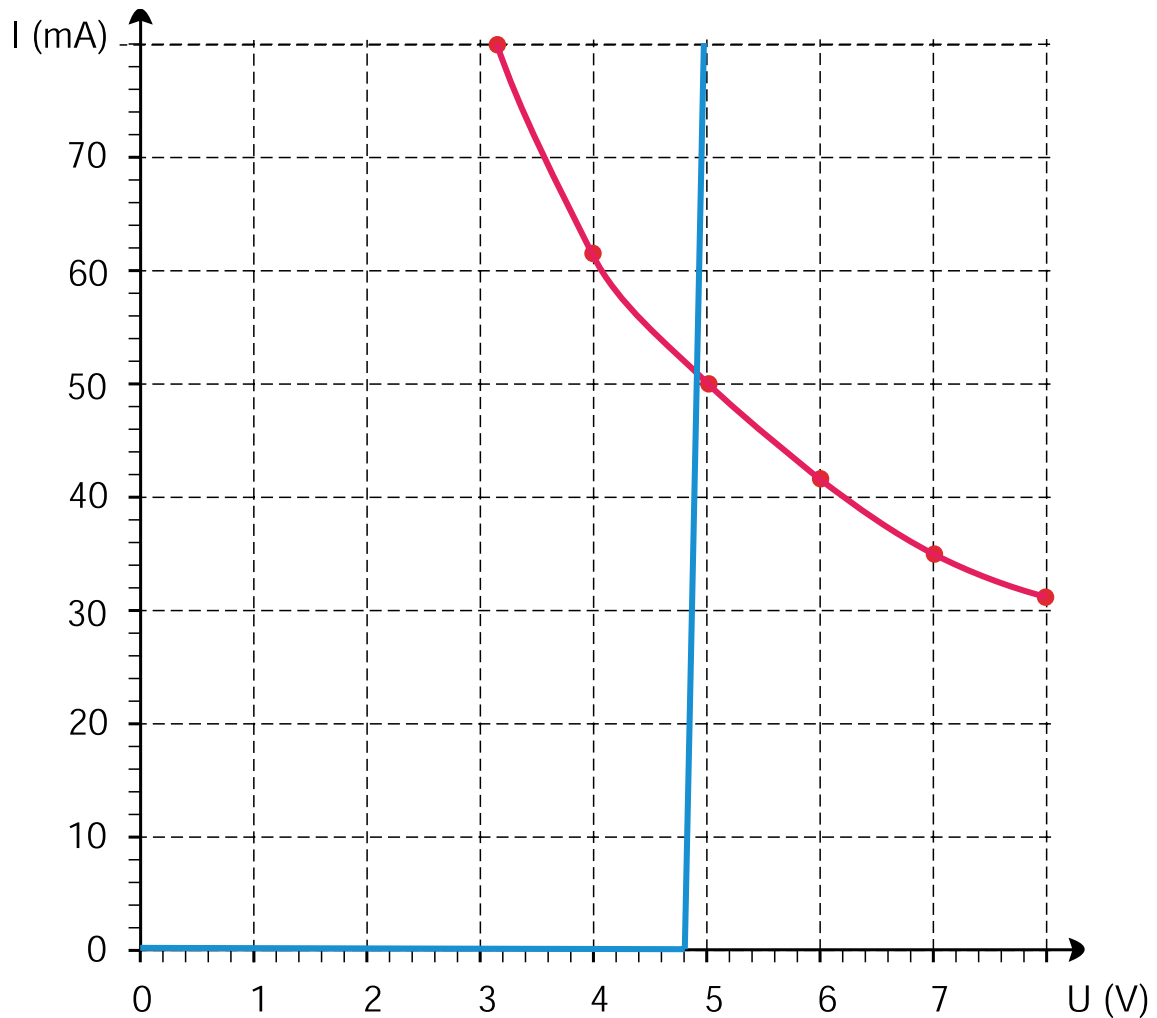
$$I_{Zmax} = \frac{P_{Zmax}}{U_Z} = \frac{0,25W}{5,1V} = \underline{49mA} \quad (43)$$

$$R_V = \frac{U_{Emax} - U_Z}{I_{Zmax}} \quad (44)$$

$$R_V = \frac{11V - 5,1V}{49mA} = \underline{120,4\Omega} \quad (45)$$

5.3. Kennlinie (1 Punkt)

Zeichnen Sie **quantitativ richtig** die Kennlinie der Z-Diode und deren Verlust-Kennlinie in das Diagramm ein.

**5.4. Glättungsfaktor (1 Punkt)**

Um welchen Faktor ist die Ausgangsspannungsänderung kleiner als die Eingangsspannungsänderung (Glättungsfaktor) für $R_V = 150\Omega$ und einem Laststrom $I_L = 10\text{mA}$?

Lösung:

Musterloesung

$$G = \frac{\Delta U_E}{\Delta U_A} = \frac{\Delta U_E}{\Delta U_Z} \quad (46)$$

$$\Delta U_E = U_{E_{max}} - U_{E_{min}} = 11V - 9V = 2V \quad (47)$$

Maschengleichung:

$$U_E = (I_Z + I_L) \cdot R_V + U_{Z0} + I_Z \cdot r_Z \quad (48)$$

$$I_Z = \frac{U_E - U_{Z0} - R_V \cdot I_L}{R_V + r_Z} \quad (49)$$

für $U_E = 11V$:

$$I_{Z_{max}} = 31,12mA \quad (50)$$

für $U_E = 9V$:

$$I_{Z_{min}} = 17,88mA \quad (51)$$

$$\Delta U_Z = r_Z \cdot (I_{Z_{max}} - I_{Z_{min}}) = 13,24mV \quad (52)$$

$$G = \frac{2V}{13,24mV} = \underline{151} \quad (53)$$