

Nachklausur
Grundlagen der Elektrotechnik I-A
8. April 2003



Musterloesung

Name:

Vorname:

Matr.-Nr.:

Bearbeitungszeit: 135 Minuten

- ➡ Trennen Sie den Aufgabensatz **nicht** auf.
- ➡ Benutzen Sie für die Lösung der Aufgaben **nur** das mit diesem Deckblatt ausgeteilte Papier. **Lösungen, die auf anderem Papier geschrieben werden, können nicht gewertet werden.** Weiteres Papier kann bei den Tutoren angefordert werden.
- ➡ **Notieren Sie bei der Aufgabe einen Hinweis, wenn die Lösung auf einem Extrablatt fortgesetzt wird**
- ➡ **Schreiben Sie deutlich!** Doppelte, unleserliche oder mehrdeutige Lösungen können nicht gewertet werden.
- ➡ Schreiben Sie **nicht** mit Bleistift!
- ➡ Schreiben Sie nur in **blau** oder **schwarz!**

1. Aufgabe (5 Punkte): Fragen aus verschiedenen Gebieten

Beantworten die folgenden Fragen aus den verschiedenen Gebieten **kurz** mit einem Text, einer Formel oder einer Skizze.

1.1. Widerstand (0,5 Punkte)

Wie errechnet sich der Widerstand eines Leiters mit der Querschnittsfläche A der Länge l aus einem Material mit dem spezifischen Widerstand ϱ ?

Lösung:

$$R = \varrho \cdot \frac{l}{A} \quad (1)$$

1.2. Erster Kirchhoffscher Satz (0,5 Punkte)

Wie lautet das erste Kirchhoffsche Gesetz?

Lösung:

In einem Knoten ist die Summe aller Ströme 0

$$\sum I = 0 \quad (2)$$

1.3. Zweiter Kirchhoffscher Satz (0,5 Punkte)

Wie lautet das zweite Kirchhoffsche Gesetz?

Lösung:

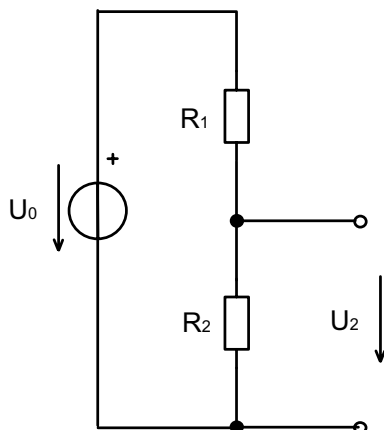
In einer geschlossenen Masche ist die vorzeichenrichtig gebildete Summe aller Spannungen 0

$$\sum U = 0 \quad (3)$$

Bei Vertauschen mit Aufgabe

1.4. Spannungsteiler (0,5 Punkte)

Wie berechnen Sie die Spannung U_2 in dem gegebenen Spannungsteiler?



1.5. Mittelwerte (0,5 Punkte)

Nach welcher **allgemeinen** Formel berechnet man den Gleichrichtmittelwert einer **nicht-sinusförmigen** Wechselspannung?

Lösung:

$$|U| = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} |u(t)| dt \quad (4)$$

1.6. Ortskurven Inversion (0,5 Punkte)

Wie lautet die **mathematische Vorschrift** zur Inversion einer Ortskurve z. B. von der komplexen Widerstandsdarstellung zur komplexen Leitwertsdarstellung?

Lösung:

$$\underline{Z} \cdot \underline{Y} = 1 \quad (5)$$

Hieraus ergibt sich

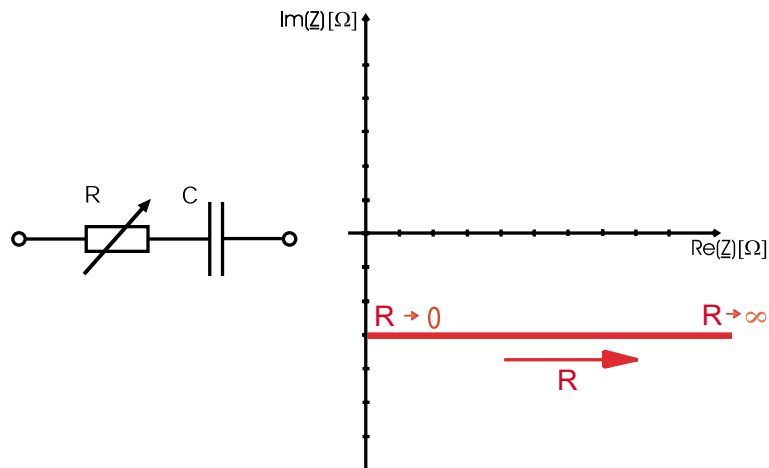
$$\begin{aligned} |\underline{Z}| \cdot |\underline{Y}| &= 1 \\ \text{arc}(\underline{Z}) &= -\text{arc}(\underline{Y}) \end{aligned} \quad (6)$$

1.7. Ortskurven (0,5 Punkte)

Zeichnen Sie die Ortskurve des komplexen Widerstandes bei fester Frequenz ω und veränderlichem Widerstand R . Geben Sie die Punkte für $R = 0$ und $R \rightarrow \infty$ an.

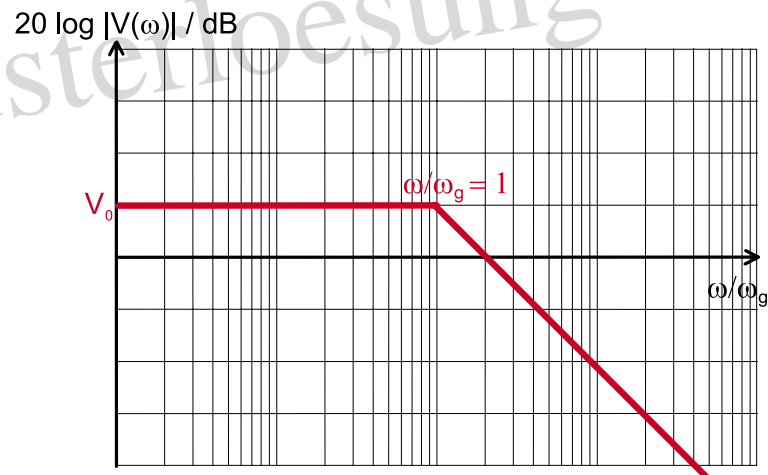
Lösung:

$$\underline{Z}(R) = R + \frac{1}{j\omega C} = R - j\frac{1}{\omega C} \quad (7)$$



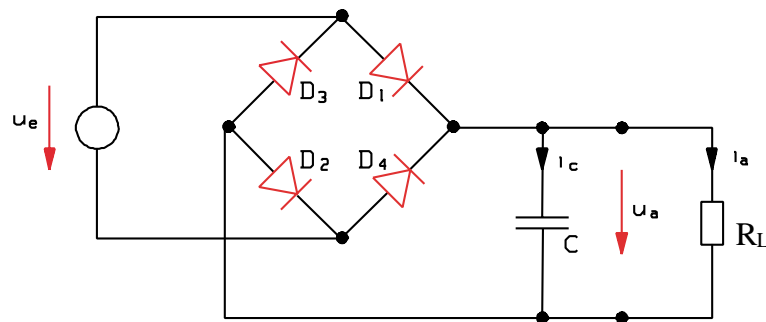
1.8. Bodediagramme (0,5 Punkte)

Skizzieren Sie den Betragsfrequenzgang für einen **Tiefpaß**. Kennzeichnen Sie die Grenzfrequenz.



1.9. Brückengleichrichter (0,5 Punkte)

Ergänzen Sie die Dioden in der Brückengleichrichterschaltung (Zweiweg-Gleichrichter).



1.10. Z-Diode

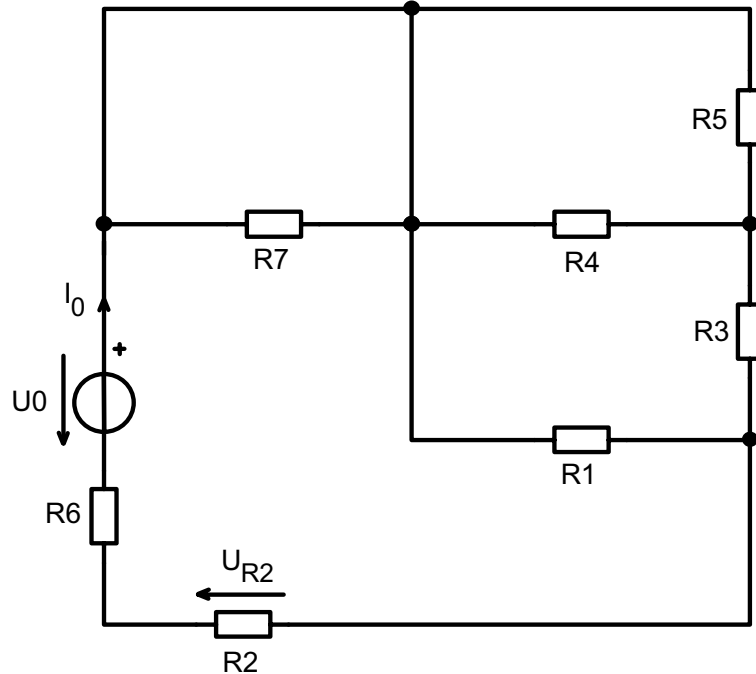
Was bedeutet die Aufschrift **ZPD 6.8** auf einer Z-Diode.

Lösung:

Die Zenerspannung beträgt 6,8 V

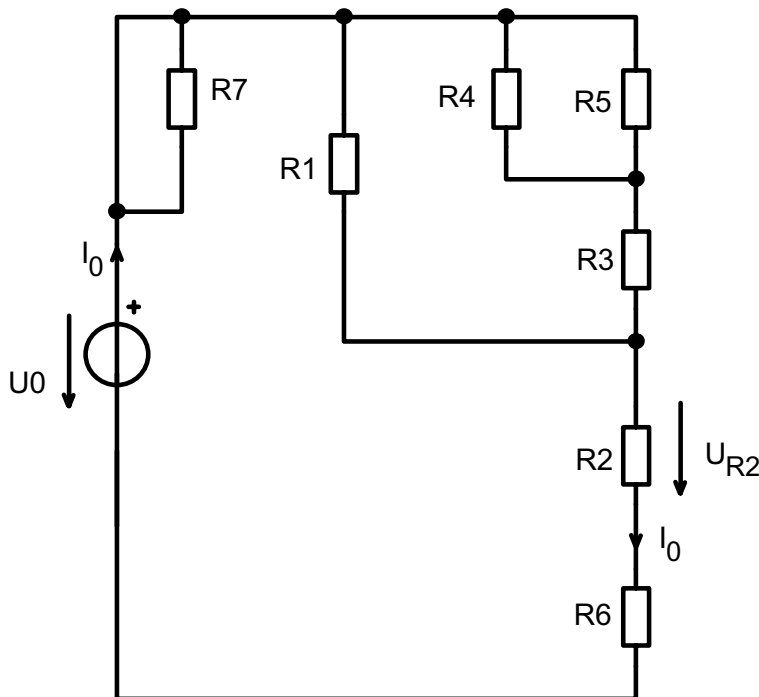
2. Aufgabe (5 Punkte): Widerstandsnetzwerke

Gegeben ist folgende Schaltung:



2.1. Netzwerk Umzeichnen (1 Punkt)

Zeichnen Sie das Schaltbild so um, daß Reihen- und Parallelschaltungen klar zu erkennen sind.



(1 Punkt)

Es gelten die folgenden Werte für die Bauteile:
 $R_6 = 3\Omega$, $R_2 = R_3 = 6\Omega$, $R_1 = R_4 = R_5 = 12\Omega$

$$U_0 = 45V$$

$$\rho_{CU} = 0,018\Omega mm^2 m^{-1}$$

2.2. Netzwerk Berechnung (3 Punkte)

Fassen Sie alle Widerstände zu R_G zusammen und berechnen Sie I_0 und U_2 .

Lösung:

$$R_G = R_2 + R_6 + (R_1 \parallel (R_3 + (R_4 \parallel R_5))) \quad (8)$$

$$= \underline{15\Omega} \quad (1 \text{ Punkt}) \quad (9)$$

$$I_0 = \frac{U_0}{R_G} = \frac{45V}{15\Omega} \quad (10)$$

$$= \underline{3A} \quad (1 \text{ Punkt}) \quad (11)$$

$$U_2 = I_{R_2} \cdot R_2 = I_2 \cdot R_2 \quad (12)$$

$$= \underline{18V} \quad (1 \text{ Punkt}) \quad (13)$$

2.3. Spezifischer Widerstand (1 Punkt)

Der Widerstand R_3 wird durch einen Kupferdraht mit einer Querschnittsfläche von $0,036\text{mm}^2$ realisiert. Welche Länge l hat dann der Kupferdraht? Erinnern Sie sich an $\rho_{CU} = 0,018\Omega mm^2 m^{-1}$

Lösung:

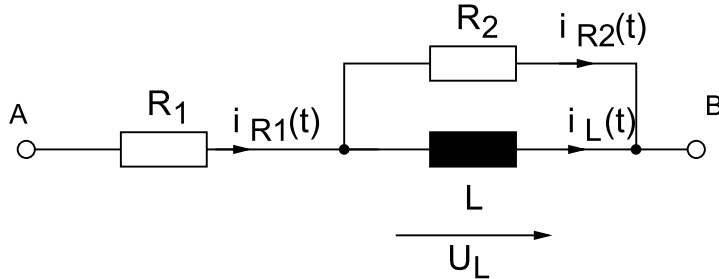
$$l = \frac{R \cdot A}{\rho} \quad (14)$$

$$= \frac{4\Omega \cdot 0,036\text{mm}^2}{0,018 \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{m}} \quad (15)$$

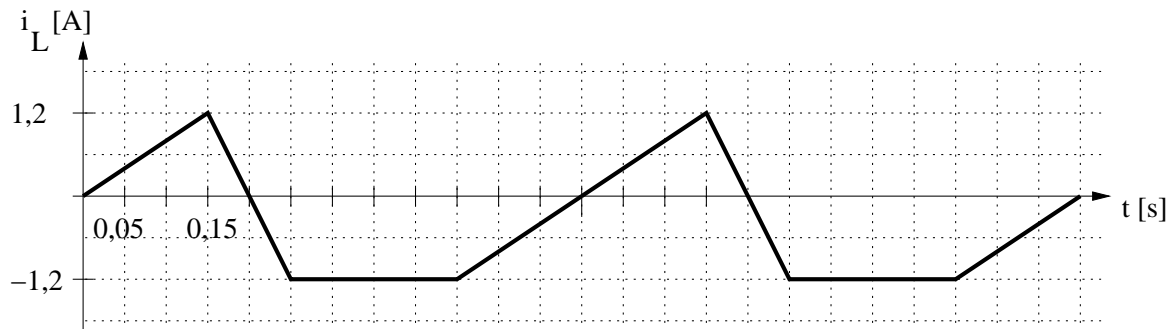
$$= \underline{8m} \quad (1 \text{ Punkt}) \quad (16)$$

3. Aufgabe (5 Punkte): Strom- u. Spannungsverlauf an R und L

Gegeben ist die folgende Schaltung mit einer Spannungsquelle an den Klemmen A-B.



$R_2 = \frac{2}{3}\Omega, L = 1H,$ ($1H = 1\frac{Vs}{A} = 1\Omega \cdot s$)
 Durch die Spule L wurde der folgende Stromverlauf $i_L(t)$ gemessen:



	3.1) $i_L(t)$	3.2) $i_{R2}(t)$	3.3) $i_{R1}(t)$
$0 \leq t <$			
$\leq t <$			
$\leq t <$			
$\leq t <$			

3.1. Stromverlauf i_L beschreiben (1 Punkt)

Beschreiben Sie den oben abgebildeten Stromverlauf in der Periode $[0..T]$ **mathematisch korrekt** und geben Sie die Periodendauer zahlenmässig an. Tragen Sie die Ergebnisse in die abgedruckte Tabelle ein.

Lösung:

Punktevergabe: Stromverlauf abschnittsweise korrekt formuliert:

$$0s \leq t < 0.15s: i_L = \frac{1.2A}{0.15s} \cdot t = 8 \frac{A}{s} \cdot t$$

$$0.15s \leq t < 0.25s: i_L = -\frac{1.2A}{0.05s} \cdot t + 4.8A = -24 \frac{A}{s} \cdot t + 4.8A$$

$$0.25s \leq t < 0.45s: i_L = -1.2A$$

$$0.45s \leq t < 0.60s: i_L = \frac{1.2A}{0.15s} \cdot t - 4.8A = \underline{8 \frac{A}{s} \cdot t - 4.8A} \quad \text{Ergebnis mit Einheiten (0.5 Punkte)}$$

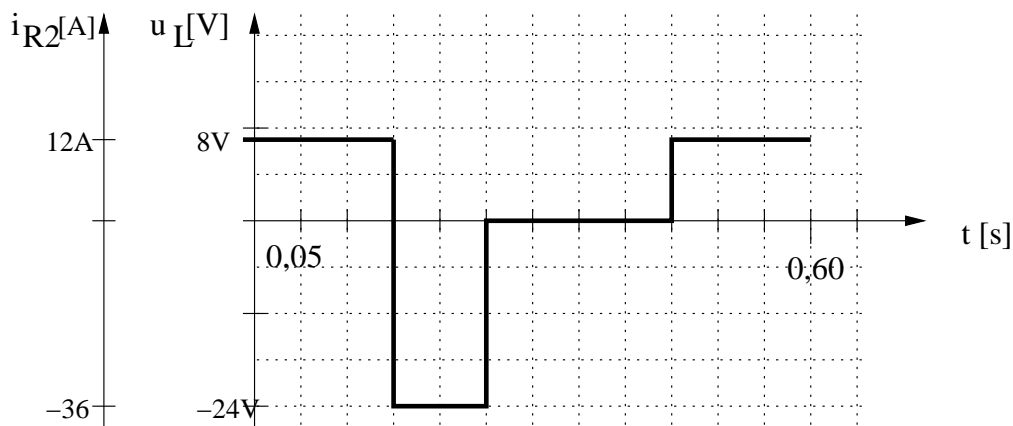
Punkte)

$$T = 0.60s \quad \text{Zahlenwert mit Einheit (0.5 Punkte)}$$

3.2. Stromverlauf i_{R2} beschreiben (1,5 Punkte)

Berechnen Sie den Stromverlauf für $i_{R2}(t)$ und zeichnen Sie ihn in das angegebene Diagramm.

Hinweise: Achsenbezeichnung und Werte an den Achsen deutlich vermerken



Lösung:

$$u_L = L \cdot \frac{di}{dt}, \quad L = 1H = 1 \frac{V \cdot s}{A}$$

$$0s \leq t < 0.15s: \quad u_L = L \cdot 8 \frac{A}{s} = 8V$$

$$0.15s \leq t < 0.25s: \quad u_L = -24 \cdot L \frac{A}{s} = -24V$$

$$0.25s \leq t < 0.45s: \quad u_L = 0V$$

$$0.45s \leq t < 0.60s: \quad u_L = L \cdot 8 \frac{A}{s} = 8V$$

$$\text{mit } i_{R2} = \frac{u_L}{R_2}, \quad R_2 = \frac{2}{3}\Omega:$$

$$0s \leq t < 0.15s: \quad i_{R2} = 8V \cdot \frac{3}{2\Omega} = 12A$$

$$0.15s \leq t < 0.25s: \quad i_{R2} = 12V \cdot \frac{3}{2\Omega} = \underline{-36A} \quad \text{(0.5 Punkte)}$$

$$0.25s \leq t < 0.45s: \quad i_{R2} = 0A$$

$$0.45s \leq t < 0.60s: \quad i_{R2} = 8V \cdot \frac{3}{2\Omega} = 12A$$

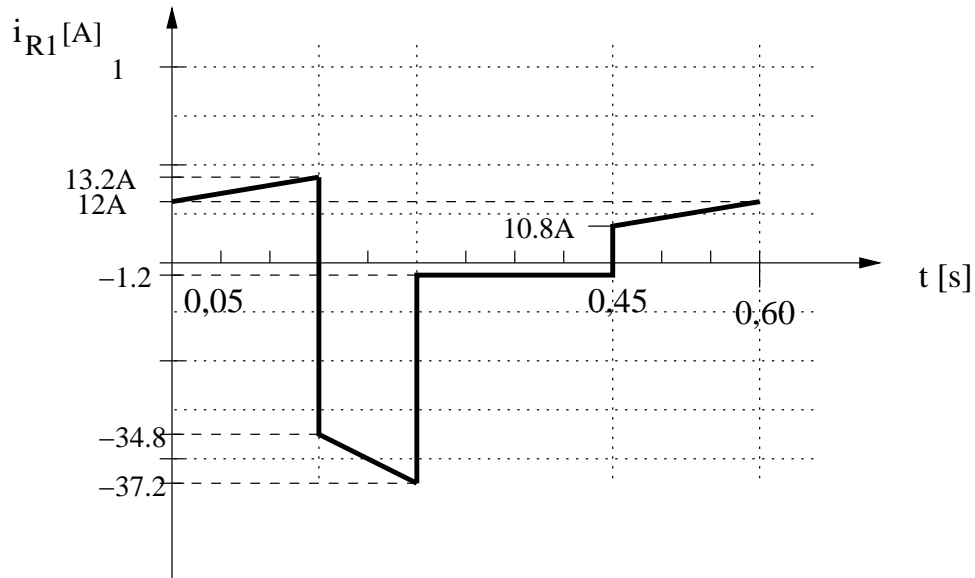
Punktevergabe:

Stromverlauf qualitativ (Achsenbeschriftung+Steigungen korr.) (0,5 Punkte) und quantitativ (0,5 Punkte) korrekt gezeichnet.

3.3. Verlauf des Gesamtstromes (2,5 Punkte)

Berechnen und zeichnen Sie den Verlauf des Gesamtstromes i_{R1} abschnittsweise.

Hinweise: Achten Sie auf mathematisch korrekte Beschreibung in den Abschnitten!



Lösung:

$$i_{R1} = i_L + i_{R2}$$

$$0s \leq t < 0.15s: \quad i_{R1} = 8 \frac{A}{s} \cdot t + 12A$$

$$0.15s \leq t < 0.25s: \quad i_{R1} = \frac{-24 \frac{A}{s} \cdot t - 31,2A}{\quad\quad\quad} \quad (0.5 \text{ Punkte})$$

$$0.25s \leq t < 0.45s: \quad i_{R1} = -1.2A$$

$$0.45s \leq t < 0.60s: \quad i_{R1} = \frac{8 \frac{A}{s} \cdot t + 7,2A}{\quad\quad\quad} \quad (0.5 \text{ Punkte})$$

Punktevergabe: Startwert korrekt gezeichnet: $i_{R1}(0) = 12A$, **(0.5 Punkte)**

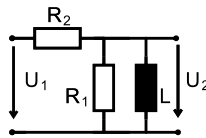
Steigungen korrekt gezeichnet: $i_{R1}(0,15-) = 13.2A$, $i_{R1}(0,15+) = -34.8A$, $i_{R1}(0,25-) = -37.2A$, $i_{R1}(0,25+) = -1.2A$, $i_{R1}(0,45+) = 10.8A$ **(0.5 Punkte)**

Achsenbezeichnung korrekt angetragen: **(0.5 Punkte)**

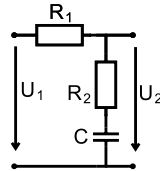
4. Aufgabe (5 Punkte): Übertragungsfunktionen

Netzwerke:

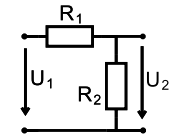
1



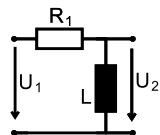
2



3

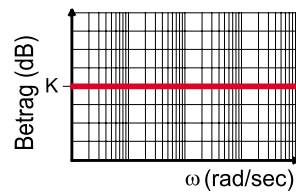


4

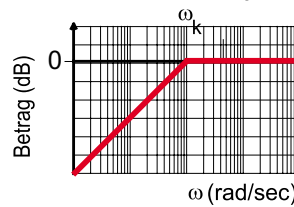


Frequenzgänge:

a



b



Betrag (dB)

ω (rad/sec)

Betrag (dB)

ω (rad/sec)

Betrag (dB)

ω (rad/sec)

Betrag (dB)

ω (rad/sec)

Betrag (dB)

ω (rad/sec)

Betrag (dB)

ω (rad/sec)

Für die folgenden Berechnungen gelten die Daten: $R_1 = 1000\Omega$, $R_2 = 27\Omega$, $L = 1\mu H$, $C = 33pF$.

4.1. (1.5 Punkte)

Ordnen Sie die oben abgebildeten Betragsfrequenzgänge den gegebenen Netzwerken zu.

Frequenzgang	Netzwerk
a	3
b	4
c	2
d	1

4.2. Frequenzgang a (0.5 Punkte)

Berechnen Sie den Wert K des Betragsfrequenzganges a in dB.

Lösung:

Musterloesung

$$\left| \frac{U_2}{U_1} \right| = \left| \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right| = \frac{27}{1027} \quad (17)$$

$$\Rightarrow |V| = 20 \log \frac{27}{1027} \approx -31.6 \text{ dB} \quad (18)$$

4.3. Frequenzgang b (0.5 Punkte)

Berechnen Sie den Wert von ω_k für Frequenzgang **b**.

Lösung:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{j\omega L}{R_1 + j\omega L} = \frac{j\omega \frac{L}{R_1}}{1 + j\omega \frac{L}{R_1}} \quad (19)$$

$$\Rightarrow \tau = \frac{L}{R_1} \quad (20)$$

$$\omega_k = \frac{1}{\tau} = \frac{R_1}{L} = \frac{1000\Omega}{1\mu\text{H}} = 1 \times 10^9 \frac{1}{\text{s}} \quad (21)$$

4.4. Frequenzgang c (1.5 Punkte)

Berechnen Sie für Frequenzgang **c** die Werte von ω_{k1} , ω_{k2} und K .

Lösung:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{\frac{1}{j\omega C} + R_2}{\frac{1}{j\omega C} + R_1 + R_2} = \frac{1 + j\omega R_2 C}{1 + j\omega (R_1 + R_2) C} \quad (22)$$

$$\Rightarrow \tau_1 = C(R_1 + R_2) \Rightarrow \omega_{k1} = \frac{1}{1027\Omega 33\text{pF}} \approx 3.0 \times 10^7 \text{ Hz} \quad (23)$$

$$\Rightarrow \tau_2 = CR_2 \Rightarrow \omega_{k2} = \frac{1}{27\Omega 33\text{pF}} \approx 1.1 \times 10^9 \frac{1}{\text{s}} \quad (24)$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \left| \frac{U_2}{U_1} \right|_{\text{dB}} = \left| \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right|_{\text{dB}} \approx -31.6 \text{ dB} \quad (25)$$

4.5. Frequenzgang d (1 Punkt)

Berechnen Sie die Werte von ω_k und K für Frequenzgang **d**.

Lösung:

Musterloesung

$$L \parallel R_1 = \frac{j\omega LR_1}{R_1 + j\omega L} \quad (26)$$

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{L \parallel R_1}{L \parallel R_1 + R_2} = \frac{j\omega LR_1}{R_1 R_2 + j\omega L (R_1 + R_2)} \quad (27)$$

$$= \frac{j\omega \frac{L}{R_2}}{1 + j\omega L \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}} \quad (28)$$

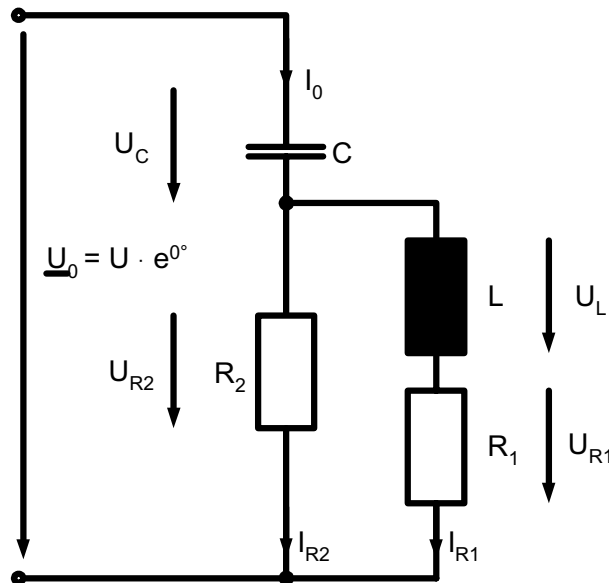
$$\Rightarrow \tau = L \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} \quad (29)$$

$$\Rightarrow \omega_k = \frac{R_1 R_2}{L (R_1 + R_2)} \approx 2.6 \times 10^7 \frac{1}{s} \quad (30)$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} |V|_{dB} = \left| \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right|_{dB} = 20 \log \frac{1000}{1027} \approx -0.23 dB \quad (31)$$

5. Aufgabe (5 Punkte): komplexe Größen

Gegeben ist das folgende komplexe Netzwerk



5.1. Voraussetzungen (2 Punkte)

Welche vier Voraussetzungen müssen erfüllt sein, damit das Verhalten einer Schaltung unter Verwendung komplexer Größen beschrieben werden kann.

Lösung:

- Die elektrischen Größen müssen durch harmonische Größen dargestellt werden können.
- Die Frequenz muß konstant sein.
- Das Netzwerk muß aus linearen Bauelementen bestehen.
- Das Netzwerk muß sich im eingeschwungenen Zustand befinden.

Je Antwort 0.5 Punkte

5.2. Zeigerdiagramm (3 Punkte)

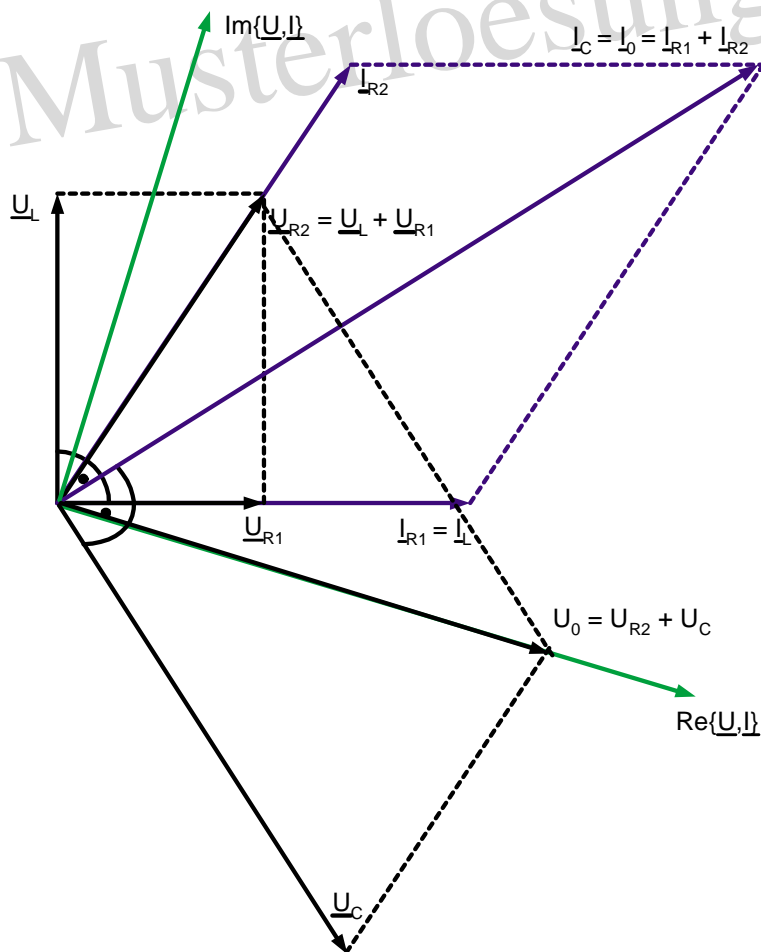
Zeichnen Sie das qualitative Zeigerdiagramm aller Ströme und Spannungen des Netzwerkes.

Kennzeichnen Sie im Diagramm rechte Winkel zwischen den einzelnen Größen.

Zeichnen Sie die reelle und imaginäre Koordinatenachse ein.

Empfehlung : Beginnen Sie mit dem Strom \underline{I}_{R1}

Lösung:



$$\underline{I}_{R1} \parallel \underline{U}_{R1} \quad 0.5 \text{ Punkte}$$

$$\underline{I}_{R1} \perp \underline{U}_L \text{ (voreilend)} \quad 0.5 \text{ Punkte}$$

$$\underline{U}_{AB} = \underline{U}_{R2} = \underline{U}_L + \underline{U}_{R1}$$

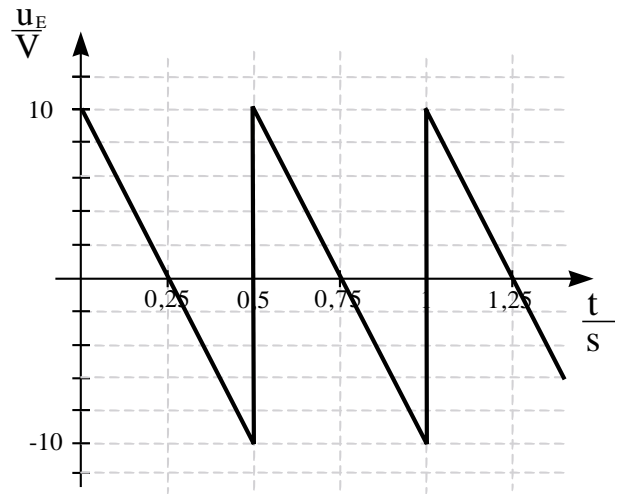
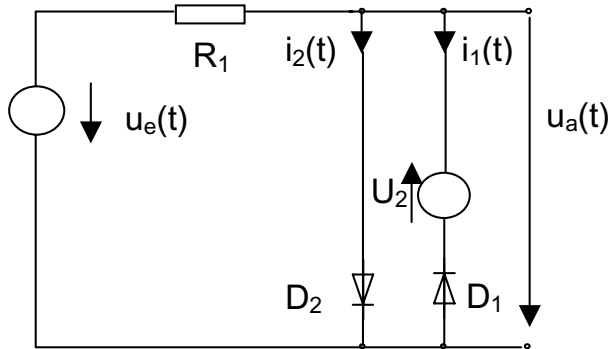
$$\underline{I}_{R2} \parallel \underline{U}_{R2} \quad 0.5 \text{ Punkte}$$

$$\underline{I}_0 = \underline{I}_{R1} + \underline{I}_{R2} \quad 0.5 \text{ Punkte}$$

$$\underline{I}_0 \perp \underline{U}_C \text{ (nacheilend)} \quad 0.5 \text{ Punkte}$$

$$\underline{U}_0 = \underline{U}_{AB} + \underline{U}_C \quad 0.5 \text{ Punkte}$$

6. Aufgabe (5 Punkte): Dioden



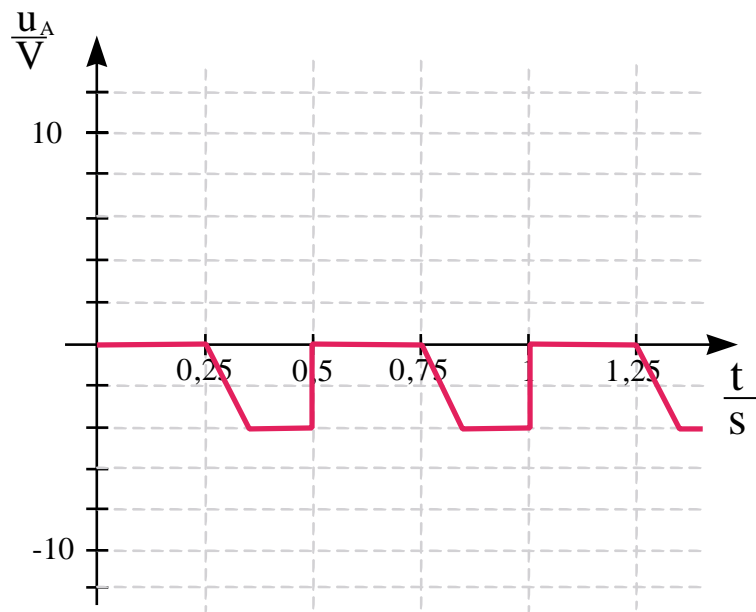
Hierin ist $U_2 = 4V$, $R_1 = 100\Omega$: Für die Dioden D_1 und D_2 gilt $r_f = 100\Omega$, $r_r \rightarrow \infty$ und $U_{T0} = 0,7V$.

6.1. Spannungsverlauf (1 Punkt)

Zeichnen Sie den Spannungsverlauf von $u_A(t)$ bei idealen Dioden ($r_r \rightarrow \infty$, $r_f = 0\Omega$, $U_{T0} = 0V$) in das Diagramm ein.

Lösung:

Ein wunderschönes Bildchen liefert 1 Punkt



6.2. Ersatzschaltbilder (1,5 Punkte)

Zeichnen Sie die Ersatzschaltbilder für die angegebene Schaltung bei $u_E = -9,5V$, $u_E = -3V$ und $u_E = 3V$ mit realen Dioden ($r_r \rightarrow \infty$, $r_f = 100\Omega$, $U_{T0} = 0,7V$). Zeichnen Sie hierbei nur die stromdurchflossenen Zweige. Zeichnen Sie die Spannungspfeile in **jedes** Schaltbild mit ein.

Lösung:

Punkte für jedes Schaltbild **nur** bei richtigen Spannungspfeilen.

Bild 1 0,5 Punkte

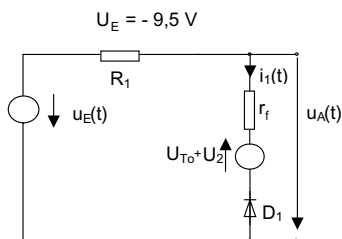


Bild 2 0,5 Punkte

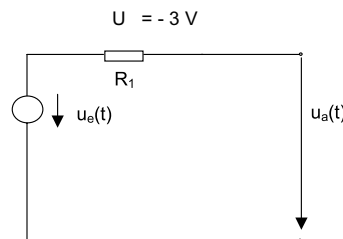
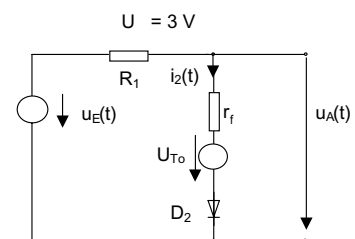


Bild 3 0,5 Punkte



6.3. Berechnung (2,5 Punkte)

Berechnen Sie Minimal- und Maximalwert der Ausgangsspannung $u_A(t)$ bei realen Dioden. Zeichnen Sie den Verlauf von $u_A(t)$ bei realen Dioden in das Diagramm ein.

Lösung:

Aus dem Fall $U_E \ll -4V$ (Bild 1) errechnet man:

$$\frac{U_{r_f}}{r_f} = \frac{U_E + U_2 + U_{T0}}{R_1 + r_f} \quad (0.5 \text{ Punkte}) \quad (32)$$

$$U_{A,min} = -U_{T0} - U_2 - U_{r_f} \quad (33)$$

$$= -U_{T0} - U_2 - r_f \cdot \frac{U_{E,min} + U_2 + U_{T0}}{R_1 + r_f} \quad (34)$$

$$= -0,7V - 4V - \frac{100\Omega(-10V + 4V + 0,7V)}{100\Omega + 100\Omega} \quad (35)$$

$$= -7,35V \quad (0.5 \text{ Punkte}) \quad (36)$$

Aus dem Fall $U_E \gg U_{T0}V$ (Bild 3) errechnet man:

$$\frac{U_{r_f}}{r_f} = \frac{U_E - U_{T0}}{R_1 + r_f} \quad (0.5 \text{ Punkte}) \quad (37)$$

$$U_{A,max} = U_{T0} + U_{r_f} \quad (38)$$

$$= U_{T0} + r_f \cdot \frac{U_{E,max} - U_{T0}}{R_1 + r_f} \quad (39)$$

$$= 0,7V + \frac{100\Omega(10V - 0,7V)}{100\Omega + 100\Omega} \quad (40)$$

$$= 5,35V \quad (0.5 \text{ Punkte}) \quad (41)$$

Lösung:

Ein wunderschönes Bildchen liefert **0,5 Punkte**

