

Nachklausur
Grundlagen der Elektrotechnik I-A
6. April 2004



Name:

Vorname:

Matr.-Nr.:

Bearbeitungszeit: 135 Minuten

- Trennen Sie den Aufgabensatz **nicht** auf.
- Benutzen Sie für die Lösung der Aufgaben **nur** das mit diesem Deckblatt ausgeteilte Papier. **Lösungen, die auf anderem Papier geschrieben werden, können nicht gewertet werden.** Weiteres Papier kann bei den Tutoren angefordert werden.
- **Notieren Sie bei der Aufgabe einen Hinweis, wenn die Lösung auf einem Extrablatt fortgesetzt wird**
- **Schreiben Sie deutlich!** Doppelte, unleserliche oder mehrdeutige Lösungen können nicht gewertet werden.
- Schreiben Sie **nicht** mit Bleistift!
- Schreiben Sie nur in **blau** oder **schwarz!**

1. Aufgabe (5 Punkte): Fragen aus verschiedenen Gebieten

Beantworten die folgenden Fragen aus den verschiedenen Gebieten **kurz** mit einem Text, einer Formel oder einer Skizze.

1.1. Widerstand (0,5 Punkte)

Wie errechnet sich der Widerstand eines Leiters mit der Querschnittsfläche A der Länge l aus einem Material mit dem **spezifischen Leitwert** κ ?

Lösung:

$$R = \frac{1}{\kappa} \cdot \frac{l}{A} \tag{1}$$

1.2. Mittelwerte (0,5 Punkte)

Nach welcher **allgemeinen** Formel berechnet man den Effektivwert einer **nicht-sinusförmigen** Wechselspannung?

Lösung:

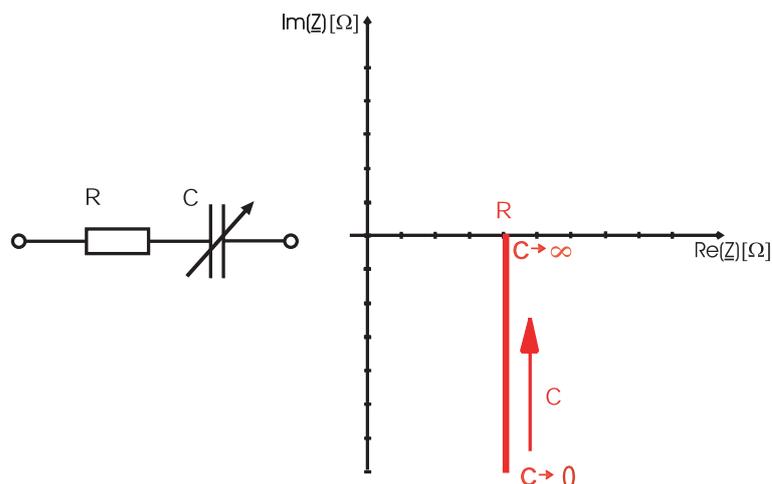
$$U_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} u^2(t) dt} \tag{2}$$

1.3. Ortskurven (0,5 Punkte)

Zeichnen Sie die Ortskurve des komplexen Widerstandes bei fester Frequenz $\omega = \text{const}$ und veränderlicher Kapazität C . Geben Sie die Punkte für $C = 0$ und $C \rightarrow \infty$ an.

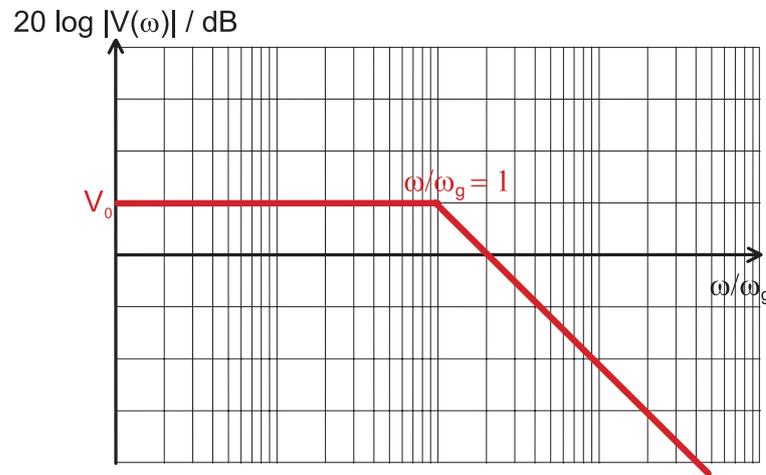
Lösung:

$$\underline{Z}(C) = R + \frac{1}{j\omega C} = R - j\frac{1}{\omega C} \tag{3}$$



1.4. Bodediagramme (0,5 Punkte)

Skizzieren Sie den Betragsfrequenzgang für einen **Tiefpaß erster Ordnung**. Beschriften Sie die Achsen und kennzeichnen Sie die Grenzfrequenz.



1.5. Überlagerungsprinzip (0,5 Punkte)

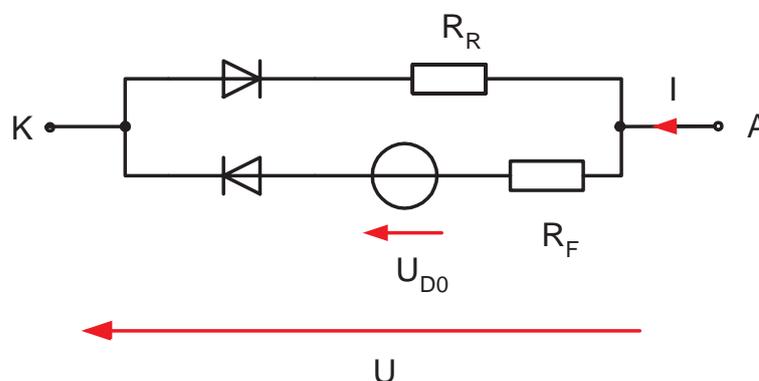
Welche Bedingungen müssen erfüllt sein, damit das Überlagerungsprinzip angewendet werden kann?

Lösung:

- *Lineare Bauelemente: Strom und Spannung sind über eine Konstante verknüpft*
- *konstante Frequenz*

1.6. Ersatzschaltbild (0,5 Punkte)

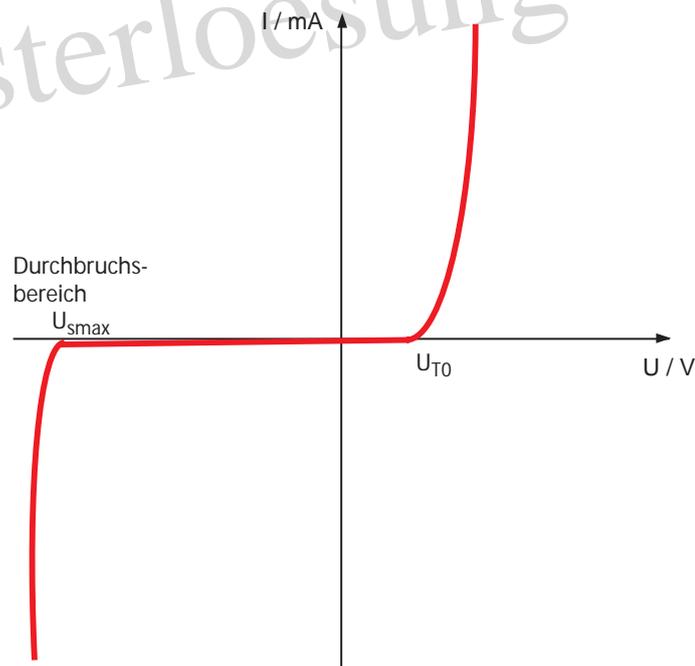
Zeichnen Sie das **vollständige (Vernachlässigen sie keine Elemente!)** Ersatzschaltbild einer realen Diode und benennen Sie die Elemente des Ersatzschaltbildes.



1.7. Diodenkennlinie (0,5 Punkte)

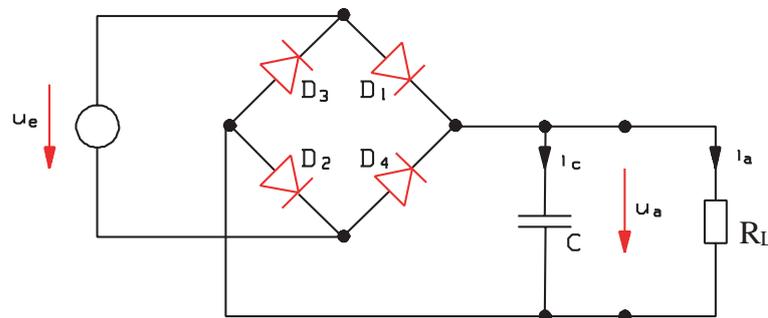
Skizzieren Sie die **reale** Kennlinie einer Diode und benennen Sie charakteristische Punkte. Die reale Kennlinie ist nicht linearisiert.

Musterloesung



1.8. Brückengleichrichter (0,5 Punkte)

Ergänzen Sie die Dioden in der Brückengleichrichterschaltung (Zweiweg-Gleichrichter). Achten Sie auf die richtige Polung der Dioden.



1.9. Differentieller Widerstand (0,5 Punkte)

Was ist ein differentieller Widerstand?

Lösung:

Der differentielle Eingangswiderstand ist der Widerstand der Schaltung, der wechsellspannungsmäßig wirksam ist. Er ist umgekehrt proportional zur Steigung einer $i = f(u)$ - Kennlinie im Arbeitspunkt. Seine Definition lautet

$$r_e = \left. \frac{\partial u_e}{\partial i_e} \right|_{\text{Arbeitspunkt}} \quad (4)$$

1.10. Z-Diode (0,5 Punkte)

In welcher Betriebsrichtung betreibt man eine Z-Diode, um ihre spannungsstabilisierende Wirkung zu nutzen?

Lösung:

In Sperrrichtung

2. Aufgabe (5 Punkte): Zeigerdiagramm

Gegeben ist das folgende komplexe Netzwerk mit $\underline{U}_0 = U_0 \cdot e^{j0^\circ}$.

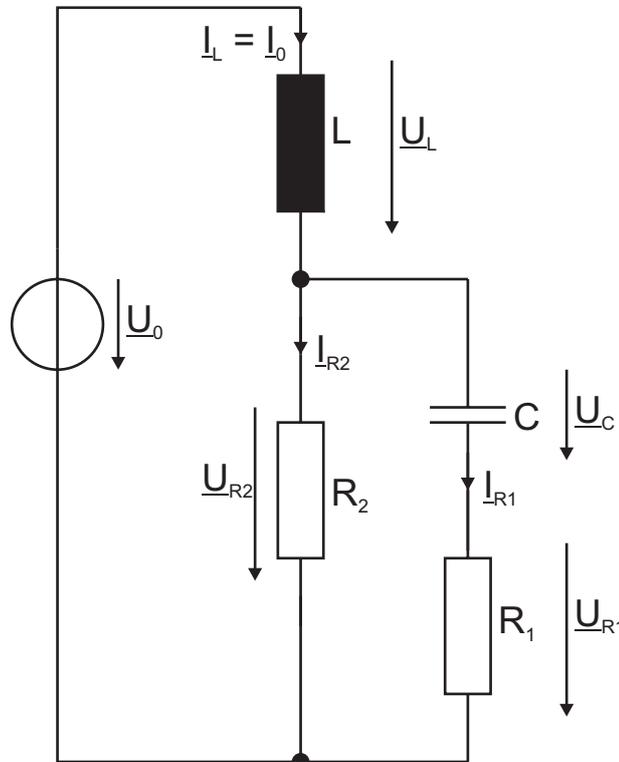


Abbildung 1: Komplexes Netzwerk

2.1. Theoretische Voraussetzungen (1 Punkt)

Welche **vier** Voraussetzungen müssen erfüllt sein, damit das Verhalten einer Schaltung unter Verwendung komplexer Größen beschrieben werden kann?

Lösung:

- Die elektrischen Größen müssen durch harmonische Größen (\sin , \cos) dargestellt werden können.
- Die Frequenz f (bzw. ω) muß konstant und größer Null sein.
- Das Netzwerk muß aus linearen Bauelementen (R , L und/oder C) bestehen.
- Das Netzwerk muß sich im eingeschwungenen Zustand befinden.

(Zusammen 1 Punkt)

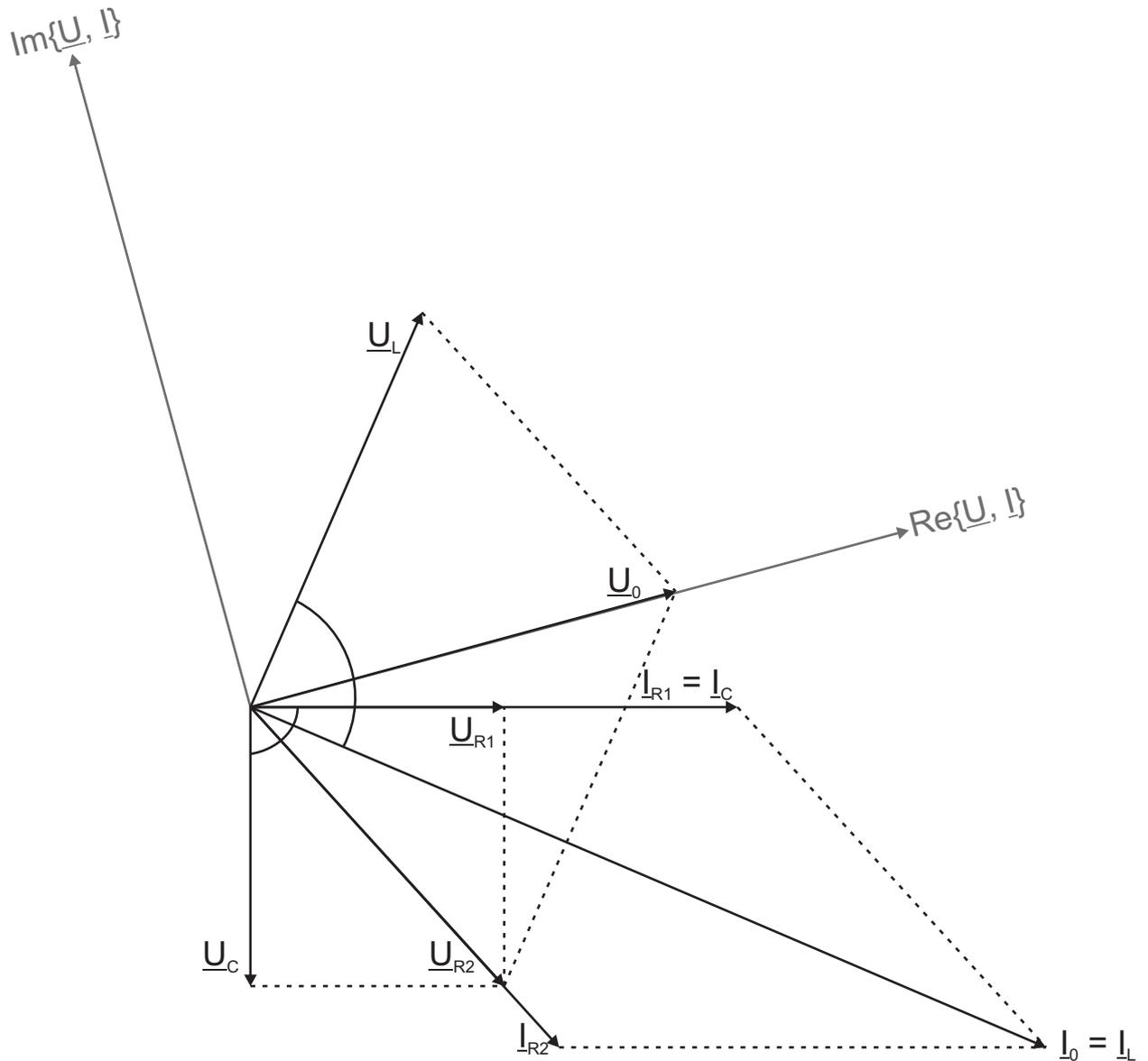
2.2. Qualitatives Zeigerdiagramm (4 Punkte)

- Zeichnen Sie das qualitative Zeigerdiagramm aller Ströme und Spannungen des Netzwerkes in Abbildung 1.
- Kennzeichnen Sie im Diagramm alle rechten Winkel (90° -Winkel) zwischen einzelnen Größen.

- Zeichnen Sie die reelle und imaginäre Achse ein.

Empfehlung beginnen Sie mit dem Strom \underline{I}_{R1}

Lösung:



- (0,5 Punkte) $\underline{I}_{R1} \parallel \underline{U}_{R1}$
- (0,5 Punkte) \underline{U}_C 90° nach $\underline{I}_C = \underline{I}_{R1}$
- (0,5 Punkte) $\underline{U}_{R2} = \underline{U}_{R1} + \underline{U}_C$
- (0,5 Punkte) $\underline{I}_{R2} \parallel \underline{U}_{R2}$
- (0,5 Punkte) $\underline{I}_0 = \underline{I}_L = \underline{I}_{R1} + \underline{I}_{R2}$
- (0,5 Punkte) \underline{U}_L 90° vor \underline{I}_L
- (0,5 Punkte) $\underline{U}_0 = \underline{U}_{R2} + \underline{U}_L$
- (0,5 Punkte) $\text{Re}\{\underline{U}, \underline{I}\} \parallel \underline{U}_0$ und $\text{Im}\{\underline{U}, \underline{I}\}$ 90° vor $\text{Re}\{\underline{U}, \underline{I}\}$

3. Aufgabe (5 Punkte): Superposition

Gegeben ist das folgende Netzwerk

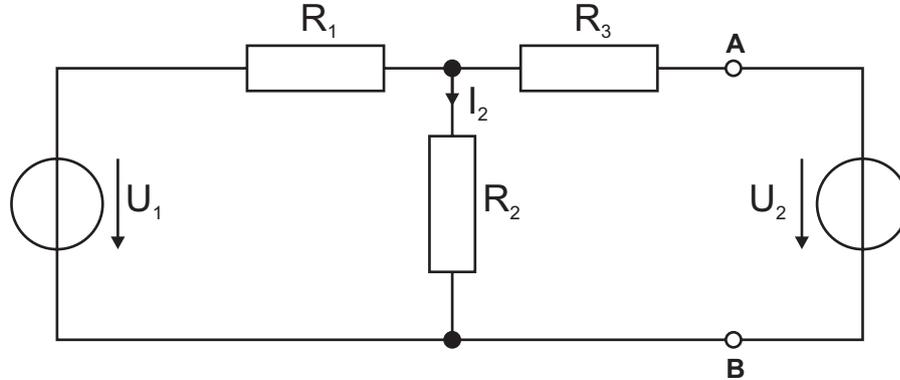


Abbildung 2: Netzwerk Superposition

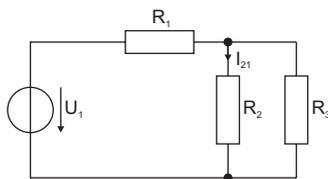
mit $R_1 = 500\Omega$, $R_2 = R_3 = 1k\Omega$, $U_1 = U_2 = 100V$.

3.1. Teilnetzwerke (1 Punkt)

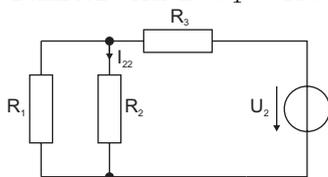
- Zeichnen Sie die Teilnetzwerke mit jeweils einer Quelle, die sich bei Anwendung des Überlagerungsprinzips ergeben.
- Zeichnen Sie die Teilströme I_{21} und I_{22} durch den Widerstand R_2 ein.

Lösung:

- Teilnetzwerk 1: U_1 ist wirksam, $U_2 = KS!$ (0,5 Punkte)



- Teilnetzwerk 2: $U_1 = KS, U_2$ ist wirksam! (0,5 Punkte)



3.2. Überlagerungsprinzip (2 Punkte)

- Berechnen Sie mit Hilfe des Überlagerungsprinzips den Strom I_2 .

Lösung:

- Teilnetzwerk 1: (0,5 Punkte)

$$I_{11} = \frac{U_1}{R_1 + (R_2 \parallel R_3)} = \frac{100V}{500\Omega + (1k\Omega \parallel 1k\Omega)} = \frac{100V}{500\Omega + 500\Omega} = 100mA$$

$$I_{21} = I_{11} \cdot \frac{R_2 \parallel R_3}{R_2} = 100mA \cdot \frac{500\Omega}{1k\Omega} = 100mA \cdot \frac{1}{2} = \underline{50mA}$$

oder

$$\text{da } R_1 = R_2 \parallel R_3 \Rightarrow I_{21} = \frac{1}{2} \cdot U_1 = \frac{50V}{1k\Omega} = 50mA$$

- Teilnetzwerk 2: (0,5 Punkte)

$$I_{32} = \frac{U_2}{R_3 + (R_1 \parallel R_2)} = \frac{100V}{1k\Omega + (500\Omega \parallel 1k\Omega)} = \frac{100V}{1k\Omega + 333,33\Omega} = \frac{100V}{1,333k\Omega} = \underline{75mA}$$

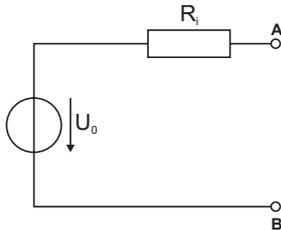
$$I_{22} = I_{3.2} \cdot \frac{R_1 \parallel R_2}{R_2} = 75mA \cdot \frac{333,33\Omega}{1k\Omega} = 75mA \cdot \frac{1}{3} = \underline{25mA}$$

- Überlagerung: (1 Punkt)

$$I_2 = I_{21} + I_{22} = 50mA + 25mA = \underline{75mA}$$

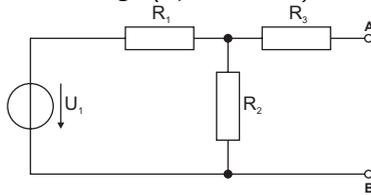
3.3. Ersatzspannungsquelle (2 Punkte)

- Entnehmen Sie aus der Schaltung in Abbildung 2 die Spannungsquelle U_2 und zeichnen Sie dafür das Schaltbild.
- Wandeln Sie diese Schaltung in eine Ersatzspannungsquelle bezüglich den Klemmen A und B um und berechnen Sie die Kennwerte U_0 und R_i .



Lösung:

- Schaltung: (0,5 Punkte)

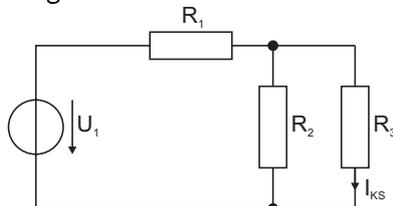


- Leerlaufspannung U_0 : (0,5 Punkte)

$$U_0 = U_{AB,0} = U_1 \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 100V \cdot \frac{1k\Omega}{500\Omega + 1k\Omega} = 100V \cdot \frac{2}{3} = \underline{66,67V}$$

- Innenwiderstand R_i : (1 Punkt)

– Weg 1 über Kurzschlussstrom:



$$I_1 = \frac{U_1}{R_1 + (R_2 \parallel R_3)} = \frac{100V}{500\Omega + (1k\Omega \parallel 1k\Omega)} = \frac{100V}{500\Omega + 500\Omega} = 100mA$$

$$I_{KS} = I_1 \cdot \frac{R_2 \parallel R_3}{R_2} = 100mA \cdot \frac{500\Omega}{1k\Omega} = 100mA \cdot \frac{1}{2} = \underline{50mA}$$

oder

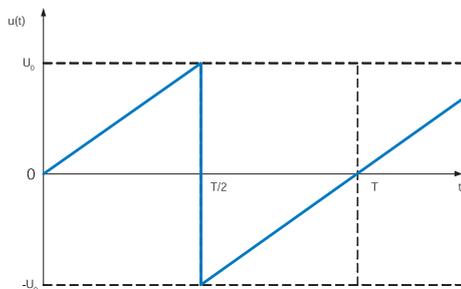
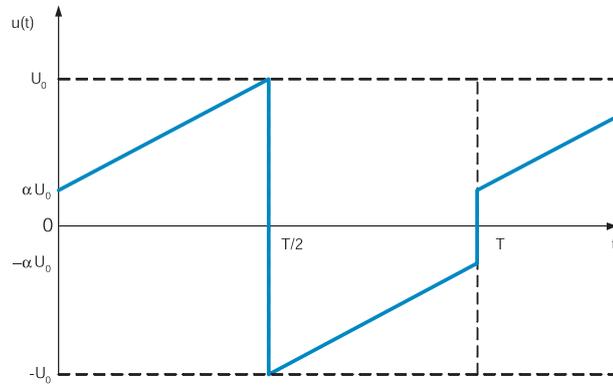
$$\text{da } R_1 = R_2 \parallel R_3 \Rightarrow I_{KS} = \frac{1}{2} \cdot U_1 = \frac{50V}{1k\Omega} = 50mA$$

$$\Rightarrow R_i = \frac{U_0}{I_{KS}} = \frac{66.67V}{50mA} = 1,33k\Omega$$

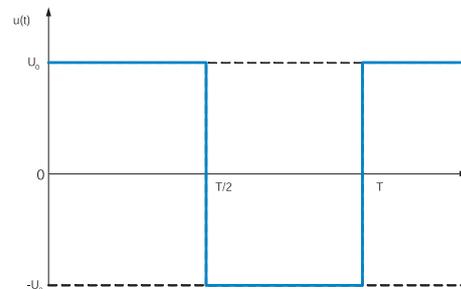
- Weg 2 durch „von hinten in die Schaltung gucken“!

$$U_1 = KS \rightarrow R_i = R_3 + (R_1 \parallel R_2) = 1,33k\Omega$$

4. Aufgabe (5 Punkte): Mittelwertberechnung



$\alpha = 0$



$\alpha = 1$

4.1. Abschnittsweise Definition (1 Punkt)

Beschreiben Sie den oben angegebenen Spannungsverlauf $u(t)$ mathematisch durch eine abschnittsweise Definition.

Lösung:

$$u(t) = \begin{cases} \frac{(1-\alpha)U_0 \cdot 2}{T} \cdot t + \alpha U_0 & : 0 \leq t < \frac{T}{2} \\ \frac{(1-\alpha)U_0 \cdot 2}{T} \cdot t - 2U_0 + \alpha U_0 & : \frac{T}{2} \leq t < T \end{cases} \quad \text{1 Punkt} \quad (5)$$

4.2. Gleichrichtmittelwert (2 Punkte)

Berechnen Sie den Gleichrichtmittelwert $|\bar{U}|$ als Funktion des Parameters α .

Lösung:

Musterloesung

$$\begin{aligned} |\bar{U}| &= \frac{1}{T} \int_0^T |u(t)| dt = \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} |u(t)| dt && 0,5 \text{ Punkte} \\ &= \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} \left| \frac{(1-\alpha)U_0 \cdot 2}{T} \cdot t + \alpha U_0 \right| dt \\ &= \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} \left(\frac{(1-\alpha)U_0 \cdot 2}{T} \cdot t + \alpha U_0 \right) dt \\ &= \frac{2}{T} \left[\frac{(1-\alpha)U_0}{T} \cdot t^2 + \alpha U_0 t \right]_0^{\frac{T}{2}} \\ &= \frac{2}{T} \left(\frac{(1-\alpha)U_0}{T} \cdot \frac{T^2}{4} + \alpha U_0 \frac{T}{2} \right) \\ &= \frac{(1-\alpha)U_0}{2} + \alpha U_0 \\ &= \frac{(1+\alpha)}{2} U_0 && 1,5 \text{ Punkte auf Weg und Ergebnis} \end{aligned} \quad (6)$$

4.3. Grenzfallbetrachtung (2 Punkte)

Bestimmen Sie für die Fälle $\alpha = 0$ und $\alpha = 1$ den arithmetischen Mittelwert \bar{U} und den Gleichrichtmittelwert $|\bar{U}|$.

Lösung:

Für den arithmetischen Mittelwert erhalten wir 0, da die Flächen oberhalb und unterhalb der Zeitachse genau gleich sind.

Für den Fall $\alpha = 0$:

$$\bar{U} = 0 \quad (0,5 \text{ Punkte}) \quad (7)$$

$$|\bar{U}| = \frac{U_0}{2} \quad (0,5 \text{ Punkte}) \quad (8)$$

Für den Fall $\alpha = 1$:

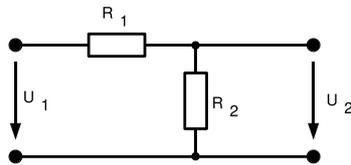
$$\bar{U} = 0 \quad (0,5 \text{ Punkte}) \quad (9)$$

$$|\bar{U}| = U_0 \quad (0,5 \text{ Punkte}) \quad (10)$$

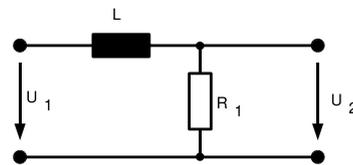
5. Aufgabe (5 Punkte): Übertragungsfunktionen

Gegeben seien folgende vier Netzwerke :

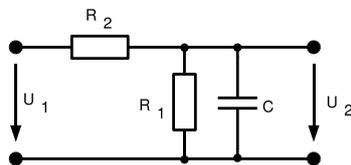
1



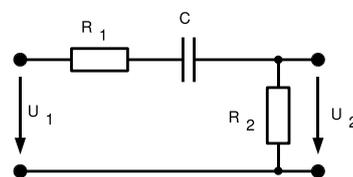
2



3



4



Für die folgenden Berechnungen gelten die Daten: $R_1 = 500 \Omega$, $R_2 = 166 \Omega$, $L = 1 \text{ mH}$ und $C = 300 \mu\text{F}$.

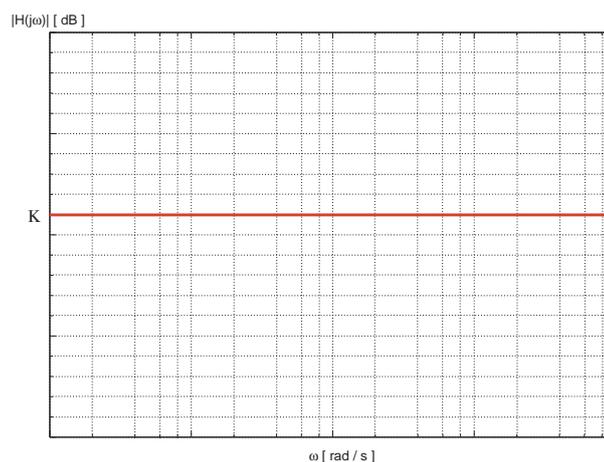
5.1. Netzwerk 1 (0.5 Punkte)

Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion V für das Netzwerk 1). Zeichnen Sie dann das Bode-Diagramm (nur Betragsfrequenzgang) unter Verwendung der Asymptoten in das vorhandene Koordinatensystem ein.

Lösung:

$$\left| \frac{U_2}{U_1} \right| = \left| \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right| = \frac{166}{666} = 0,249 \quad (11)$$

$$\Rightarrow |V|_{dB} = 20 \lg \frac{166}{666} \approx -12,1 \text{ dB} \quad (12)$$



5.2. Netzwerk 2 (1.5 Punkte)

Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion V und die Knickfrequenz ω_k für das Netzwerk 2). Zeichnen Sie dann das Bode-Diagramm (nur Betragsfrequenzgang) unter Verwendung der Asymptoten in das vorhandene Koordinatensystem ein.

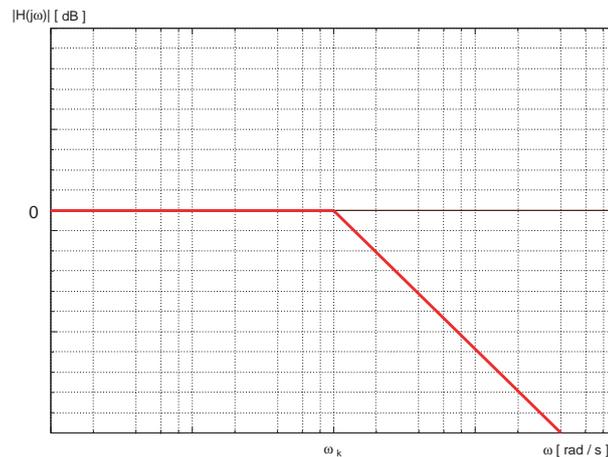
Lösung:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{R_1}{R_1 + j\omega L} = \frac{1}{1 + j\omega \frac{L}{R_1}} \quad (13)$$

$$\Rightarrow \tau = \frac{L}{R_1} \quad (14)$$

$$\omega_k = \frac{1}{\tau} = \frac{R_1}{L} = \frac{500 \Omega}{1 \text{ mH}} = 5 \times 10^5 \text{ s}^{-1} \quad (0,5 \text{ Punkte}) \quad (15)$$

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} |V|_{dB} = \left| \frac{R_1}{R_1} \right|_{dB} = 0 \text{ dB} \quad (0,5 \text{ Punkte}) \quad (16)$$

**5.3. Netzwerk 3 (1.5 Punkte)**

Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion V und die Knickfrequenz ω_k für das Netzwerk 3). Zeichnen Sie dann das Bode-Diagramm (nur Betragsfrequenzgang) unter Verwendung der Asymptoten in das vorhandene Koordinatensystem ein.

Lösung:

$$C \parallel R_1 = \frac{R_1}{R_1 + j\omega C R_1} \quad (17)$$

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{C \parallel R_1}{C \parallel R_1 + R_2} = \frac{R_1}{R_1 + R_2 + j\omega C R_1 R_2} \quad (18)$$

$$= \frac{1}{1 + \frac{R_2}{R_1} + j\omega C R_2} \quad (19)$$

$$\Rightarrow \tau = C R_2 \quad (20)$$

$$\Rightarrow \omega_k = \frac{1}{C R_2} \approx 20,1 \text{ s}^{-1} \quad (0,5 \text{ Punkte}) \quad (21)$$

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} |V|_{dB} = \left| \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right|_{dB} = 20 \lg \frac{500}{666} \approx -2,49 \text{ dB} \quad (0,5 \text{ Punkte}) \quad (22)$$

Musterloesung



5.4. Netzwerk 4 (1.5 Punkte)

Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion V und die Knickfrequenzen $\omega_{k1,2}$ für das Netzwerk 4). Zeichnen Sie dann das Bode- Diagramm (nur Betragsfrequenzgang) unter Verwendung der Asymptoten in das vorhandene Koordinatensystem ein.

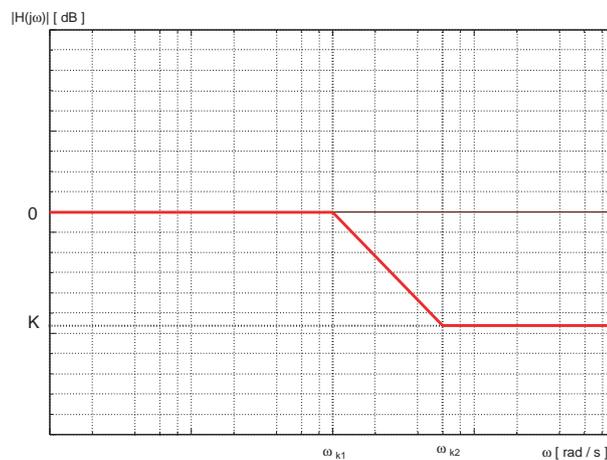
Lösung:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{R_2}{R_1 + \frac{1}{j\omega C} + R_2} = \frac{j\omega C R_2}{1 + j\omega C (R_1 + R_2)} \tag{23}$$

$$\Rightarrow \tau_1 = C (R_1 + R_2) \Rightarrow \omega_{k1} = \frac{1}{300 \mu F \cdot 666 \Omega} \approx 5,0 s^{-1} \tag{24}$$

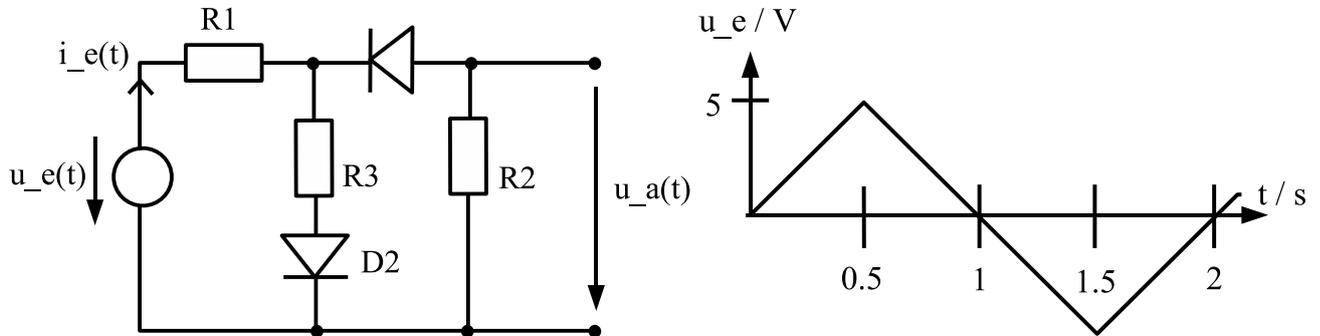
$$\Rightarrow \tau_2 = C R_2 \Rightarrow \omega_{k2} = \frac{1}{300 \mu F \cdot 166 \Omega} \approx 20,1 s^{-1} \tag{0, 5 Punkte wenn beide Frequenzen berechnet wurden} \tag{25}$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} |V|_{dB} = \left| \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right|_{dB} = 20 \lg \frac{166}{666} \approx -12,1 dB \tag{0, 5 Punkte} \tag{26}$$



6. Aufgabe (5 Punkte): Dioden

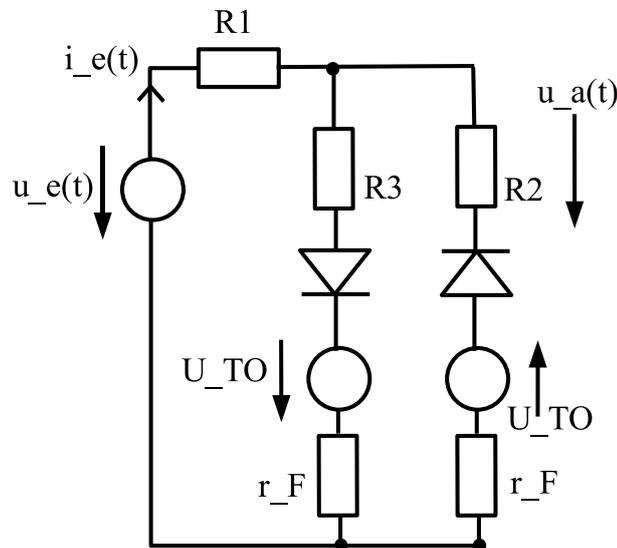
Das folgende Netzwerk mit zwei baugleichen, realen Dioden wird von der Spannung $u_e(t)$ gespeist:



6.1. Ersatzschaltbild (1 Punkt)

- Zeichnen Sie das Netzwerk unter Verwendung des Ersatzschaltbildes der Diode (Hinweis $r_R \rightarrow \infty$).
- Geben Sie die Bedingungen an, für die die Dioden leiten.

Lösung:



(27)

- $D1$ leitet wenn $u_e(t) > U_{TO}$
 $D2$ leitet wenn $u_e(t) < -U_{TO}$

6.2. Diodenstrom und Ausgangsspannung (2 Punkte)

Geben Sie die Bestimmungsgleichungen für $i_e(t)$ und $u_a(t)$ in Abhängigkeit aller Widerstände, $u_e(t)$ und U_{TO} im Intervall $0s < t \leq 2s$ an.

$U_{TO} = 1V$

Lösung:

$$i_e(t) = \begin{cases} \frac{u_e(t) - U_{T0}}{R_1 + R_3 + r_f}, & 0.1s < t \leq 0.9s \\ \frac{u_e(t) + U_{T0}}{R_1 + R_2 + r_f}, & 1.1s < t \leq 1.9s \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (28)$$

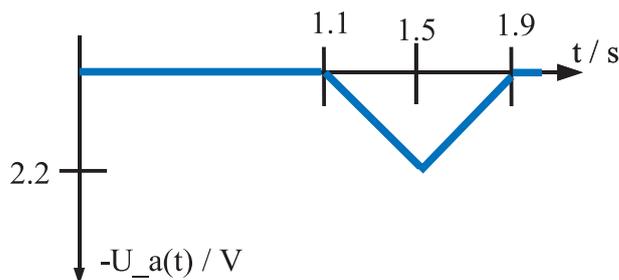
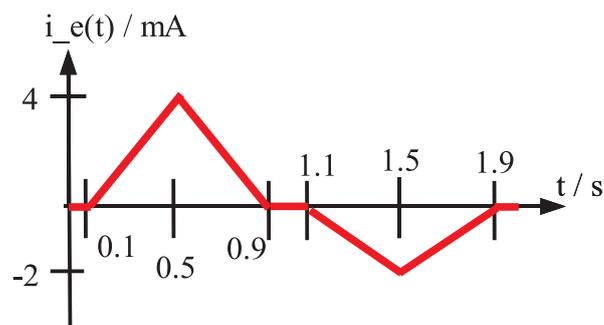
$$u_a(t) = \begin{cases} R_2 \cdot \frac{u_e(t) + U_{T0}}{R_1 + R_2 + r_f}, & 1.1s < t \leq 1.9s \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (29)$$

6.3. Zeitverlauf Eingangsstrom und Ausgangsspannung (2 Punkte)

Skizzieren Sie unter Angabe charakteristischer Punkte (mit Rechnung!) den zeitlichen Verlauf des Stromes $i_e(t)$ und der Spannung $u_a(t)$ im Intervall $0s < t \leq 2s$. Achsenbeschriftungen nicht vergessen!

$$R_1 = 800\Omega, R_2 = 1100\Omega, R_3 = 100\Omega, r_F = 100\Omega, U_{T0} = 1V$$

Lösung:



$$i_e(t = 0.5s) = \frac{5V - 1V}{(800 + 100 + 100)\Omega} = 4mA \quad (30)$$

$$i_e(t = 1.5s) = \frac{-5V + 1V}{(800 + 1100 + 100)\Omega} = -2mA \quad (31)$$

$$U_a(t = 1.5s) = 1100\Omega \frac{-5V + 1V}{(800 + 1100 + 100)\Omega} = -2.2V \quad (32)$$