2. Klausur
Grundlagen der Elektrotechnik I-B
22. Juli 2005

Name: ....

Vorname: ....

Matr.-Nr.: ....

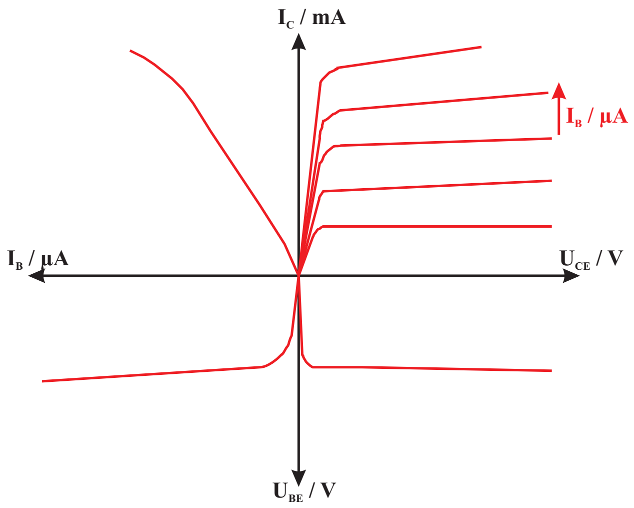
Bearbeitungszeit: 135 Minuten

- Trennen Sie den Aufgabensatz **nicht** auf.
- Benutzen Sie für die Lösung der Aufgaben **nur** das mit diesem Deckblatt ausgeteilte Papier. **Lösungen, die auf anderem Papier geschrieben werden, können nicht gewertet werden.** Weiteres Papier kann bei den Tutoren angefordert werden.
- **Notieren Sie bei der Aufgabe einen Hinweis, wenn die Lösung auf einem Extrablatt fortgesetzt wird**
- **Schreiben Sie deutlich!** Doppelte, unleserliche oder mehrdeutige Lösungen können nicht gewertet werden.
- Schreiben Sie **nicht** mit Bleistift!
- Schreiben Sie nur in **blau** oder **schwarz**!

1. Aufgabe (5 Punkte): Fragen aus verschiedenen Gebieten

1.1. Kombiniertes Kennlinienfeld (1 Punkt)

Skizzieren Sie qualitativ die Kennlinien aller vier Quadranten des kombinierten Kennlinienfeldes einer Emitterschaltung.



1.2. Klirrfaktor (0,5 Punkte)

Geben Sie die Formel für den Klirrfaktor k eines Strom- oder Spannungssignales an.

Lösung:

entweder

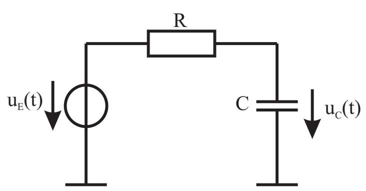
$$k = \frac{\sqrt{I_2^2 + I_3^2 + \ldots + I_n^2}}{I} = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} I_n^2}}{I} = \frac{\textit{Effektivwert der Oberwellen}}{\textit{Gesamteffektivwert}}$$

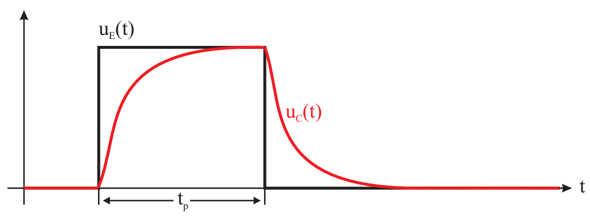
oder

$$k = \frac{\sqrt{U_2^2 + U_3^2 + \ldots + U_n^2}}{U} = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} U_n^2}}{U} = \frac{\textit{Effektivwert der Oberwellen}}{\textit{Gesamteffektivwert}}$$

1.3. Spannung am Kondensator (0,5 Punkte)

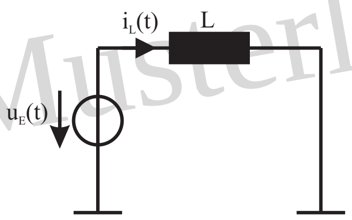
Skizzieren Sie im Diagramm die Spannung $u_C(t)$ am Kondensator C für $t_p > 5 \cdot R \cdot C$.

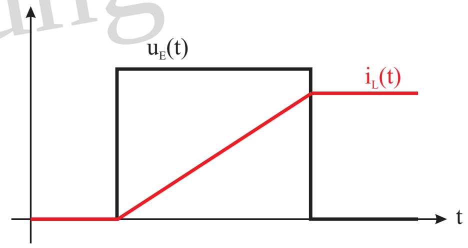




1.4. Strom in einer Spule (0,5 Punkte)

Skizzieren Sie im Diagramm den Strom $i_L(t)$ in der Spule L.


iL(t)
L
uE(t)


uE(t)
iL(t)
t

1.5. Magnetischer Fluß (0,5 Punkte)

Geben Sie die Formel für den allgemeinen Zusammenhang zwischen dem magnetischen Fluß Φ und der Flußdichte B an.

Lösung:

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

1.6. Relative Permeabilität (0,5 Punkte)

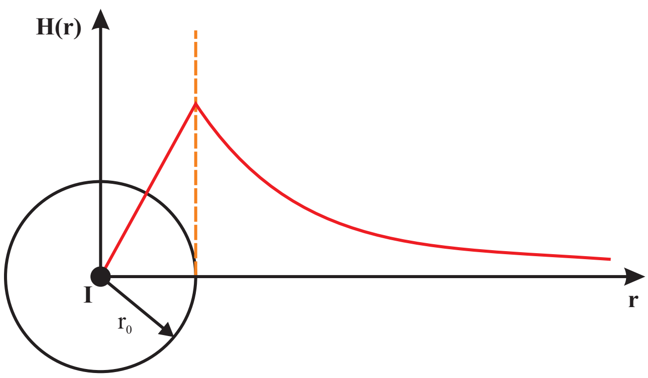
Geben Sie die **drei** magnetischen Werkstoffe und ihre relative Permeabilität μ_r an.

Lösung:

- *Diamagnetischer Werkstoff* ($\mu_r < 1$)
- *Paramagnetischer Werkstoff* ($\mu_r > 1$)
- *Ferromagnetischer Werkstoff* ($\mu_r \gg 1$)

1.7. Magnetfeld eines stromdurchflossenen Leiters (1 Punkt)

Skizzieren Sie im Diagramm den Verlauf der magnetischen Feldstärke $H(r)$.



1.8. h-Parameter (0,5 Punkte)

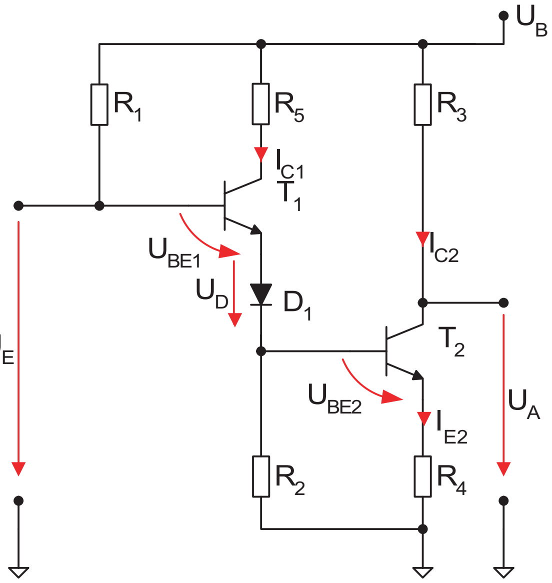
Geben Sie die physikalische Bedeutung der h-Parameter h_{11}, h_{12}, h_{21} und h_{22} **und** deren Einheit (soweit vorhanden) an.

Lösung:

- $h_{11} = r_{BE}$ *in* Ω
- $h_{12} = v_r$ *dimensionlos!*
- $h_{21} = \beta$ *dimensionlos!*
- $h_{22} = \frac{1}{r_{CE}}$ *in* $S = 1/\Omega$

2. Aufgabe (5 Punkte): Dimensionierung einer Transistorschaltung

Gegeben ist folgende Transistorschaltung bestehend aus den Transistoren T_1 und T_2, der Diode D_1 und den Widerständen R_1 ... R_5:



I_{C1} = 15 mA	U_{BE1} = U_{BE2} = 0,7 V	U_B = 20 V
$B_{T1,T2}$ = 300	U_{D0} = 5 V	R_2 = 600 Ω
R_3 = 500 Ω	R_D = 1 Ω	U_A = 15 V

Hinweis: Für die Diode gilt: $R_r = \infty$
Zur **Vereinfachung** ist für T1 und T2 die Näherung $I_E \approx I_C$ zu verwenden (mit $I_{B2} \approx 0$).

Anmerkung: Der Lösungsweg **muss klar** erkennbar sein!

2.1. Berechnung I_{E2} (1 Punkt)

Berechnen Sie den Strom I_{E2}.

Lösung:

$$I_{E2} = I_{C2} = \frac{U_B - U_A}{R_3}$$
$$= \frac{20\,V - 15\,V}{500\,\Omega} = \frac{5\,V}{500\,\Omega} = 0,01\,A = 10\,mA \qquad \text{(1 Punkt)} \tag{1}$$

2.2. Berechnung R_1 und R_4 (2 Punkte)

Berechnen Sie die Widerstände R_1 und R_4 mit der Vereinfachung $I_E \approx I_C$ und $I_{B2} \approx 0$. Nehmen Sie an, dass U_E keinen Stromanteil liefert.

Lösung:

Man errechnet zunächst R_1

$$R_1 = \frac{U_{R1}}{I_{R1}} = \frac{5,285\,V}{50\mu A} = 105,7k\Omega \tag{2}$$

$$\begin{aligned} U_{R1} &= U_B - U_{BE1} - U_{DO} - R_D * I_{C1} - R_2 * I_{C1} \\ &= 20\,V - 0,7\,V - 5\,V - 15\,mV - 9\,V \quad (3) \\ &= 5,285\,V \quad (4) \end{aligned}$$

$$I_{R1} = I_{B1} = \frac{I_{C1}}{B_{T1}} = \frac{15\,mA}{300} = 50\mu A \qquad \text{(1 Punkt)} \quad (5)$$

es folgt R_4

$$\begin{aligned} R_4 &= \frac{R_2 * I_{C1} - U_{BE2}}{I_{E2}} \\ &= \frac{9\,V - 0,7\,V}{10\,mA} = \frac{8,3\,V}{10\,mA} = 830\,\Omega \qquad \text{(1 Punkt)} \quad (6) \end{aligned}$$

2.3. Berechnung U_{CE1} und U_{CE2} (2 Punkte)

Berechnen Sie die Spannungen U_{CE1} und U_{CE2} der beiden Transistoren.
Hinweis: $R_2 = 10 * R_5$

Lösung:

$$R_5 = 60\Omega \quad (7)$$

$$U_{R5} = I_{C1} * R_5 = 0,9\,V \quad (8)$$

Man errechnet U_{CE1}*zu:*

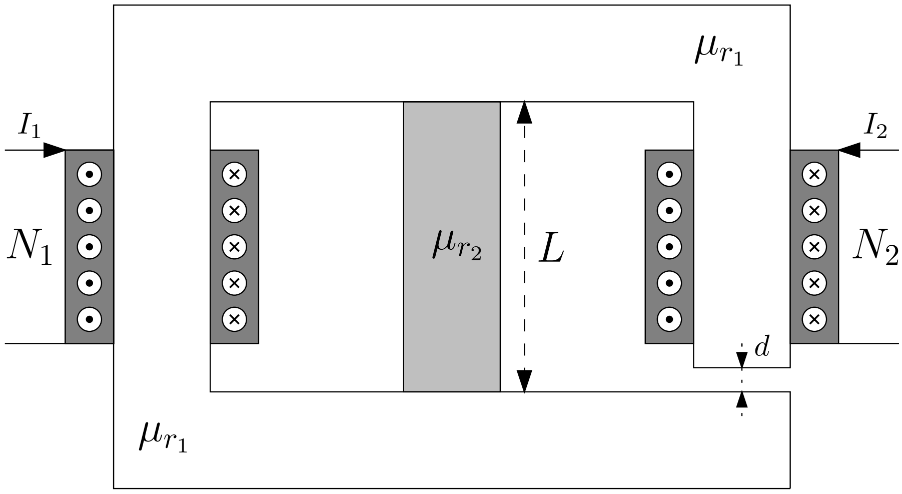
$$\begin{aligned} U_{CE1} &= U_B - U_{R5} - U_D - R_D * I_{C1} - U_{R2} \\ &= 20\,V - 0,9\,V - 5\,V - 15\,mV - 9\,V = 5,085\,V \qquad \text{(1 Punkt)} \quad (9) \end{aligned}$$

und U_{CE2}*:*

$$U_{CE2} = U_A - U_{R4} = 15\,V - 830\Omega * 10\,mA = 6,7\,V \qquad \text{(1 Punkt)} \quad (10)$$

3. Aufgabe (5 Punkte): Der magnetische Kreis

Gegeben ist die folgende magnetische Anordnung:



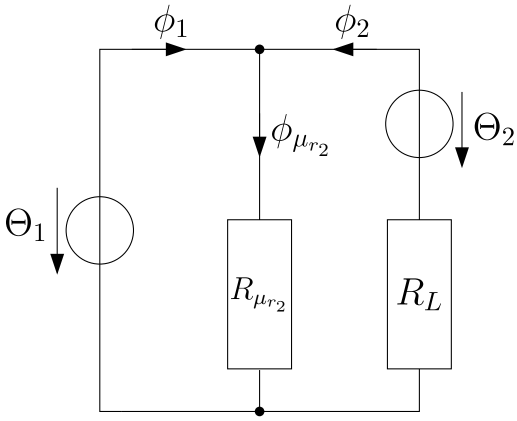
$L = 10\,cm$, $d = 0,628\,mm$ (Luftspalt), Querschnittsfläche $A = 1\,cm^2$, $\mu_0 = 1,256 \cdot 10^{-6}\frac{Vs}{Am}$, $\mu_{r_1} \to \infty$, $\mu_{r_2} = \frac{1000}{1,256}$, $I_1 = 4\,A$, $I_2 = 1\,A$, $N_1 = 250$, $N_2 = 500$

Hinweis: Die im Folgenden zu berechnenden Werte müssen als Zahlenwerte *ausgerechnet* werden. Die Angabe von lediglich der Formel ist nicht ausreichend!

3.1. Ersatzschaltbild (2 Punkte)

Zeichnen Sie das Ersatzschaltbild der magnetischen Anordnung und berechnen Sie die magnetischen Widerstände und magnetischen Spannungen des Ersatzschaltbildes.

Lösung:



$$R_{\mu_{r_2}} = \frac{L}{\mu_0 \cdot \mu_{r_2} \cdot A} = 10^6\,\frac{A}{Vs} \qquad \textbf{(0,5 Punkte)}$$

$$R_L = \frac{d}{\mu_0 \cdot A} = 5 \cdot 10^6\,\frac{A}{Vs} \qquad \textbf{(0,5 Punkte)}$$

$$\left.\begin{aligned} \Theta_1 &= I_1 \cdot N_1 = 1000\,A \\ \Theta_2 &= I_2 \cdot N_2 = 500\,A \end{aligned}\right\} \quad \textbf{(0.5 Punkte)}$$

3.2. Magnetischer Fluss (2,5 Punkte)

Berechnen Sie die magnetischen Flüsse ϕ_1, ϕ_2 und $\phi_{\mu_{r_2}}$ nach dem Superpositionsprinzip.

Lösung:

$$\text{Fall I:}\quad \left.\begin{aligned} \phi_{1_I} &= \frac{\Theta_1}{R_\mu \| R_L} = \frac{1000\,A}{833{,}\overline{3}\cdot 10^3\,\frac{A}{Vs}} = 1,2\,mVs \\ \phi_{2_I} &= -\frac{\Theta_1}{R_L} = -\frac{1000\,A}{5\cdot 10^6\,\frac{A}{Vs}} = -200\,\mu Vs \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad \phi_{\mu_{r_2}I} = 1\,mVs$$

$$\text{Fall II:}\quad \left.\begin{aligned} \phi_{1_{II}} &= -\frac{\Theta_2}{R_L} = -\frac{500\,A}{5\cdot 10^6\,\frac{A}{Vs}} = -100\,\mu Vs \\ \phi_{2_{II}} &= \frac{\Theta_2}{R_L} = \frac{500\,A}{5\cdot 10^6\,\frac{A}{Vs}} = 100\,\mu Vs \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad \phi_{\mu_{r_2}II} = 0$$

$$\text{Superposition:}\quad \left.\begin{aligned} \phi_1 &= \phi_{1_I} + \phi_{1_I I} = 1,1\,mVs \\ \phi_2 &= \phi_{2_I} + \phi_{2_I I} = -100\,\mu Vs \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad \phi_{\mu_{r_2}} = \phi_1 + \phi_2 = 1\,mVs$$

3.3. Magnetische Spannung über dem Luftspalt (0,5 Punkte)

Berechnen Sie die magnetische Spannung über dem Luftspalt der Breite d.

Lösung:

$$\begin{aligned} V_L = \Theta_2 - \Theta_1 &= \phi_2 \cdot R_L \\ \rightarrow V_L = 500\,A - 1000\,A &= -100\,\mu Vs \cdot 5 \cdot 10^6\,\frac{A}{Vs} = \underline{\underline{-500\,A}} \end{aligned}$$

(0,5 Punkte)

4. Aufgabe (5 Punkte): Induktionsgesetz

Eine rechteckige Leiterschleife mit dem Widerstand R bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit v durch die dargestellten räumlich begrenzten Magnetfelder. Beide Magnetfelder sind in ihrem Wirkungsbereich homogen und haben hier die gleiche magnetische Induktion B. Die Skizze zeigt die Anordnung zum Zeitpunkt $t = 0$.

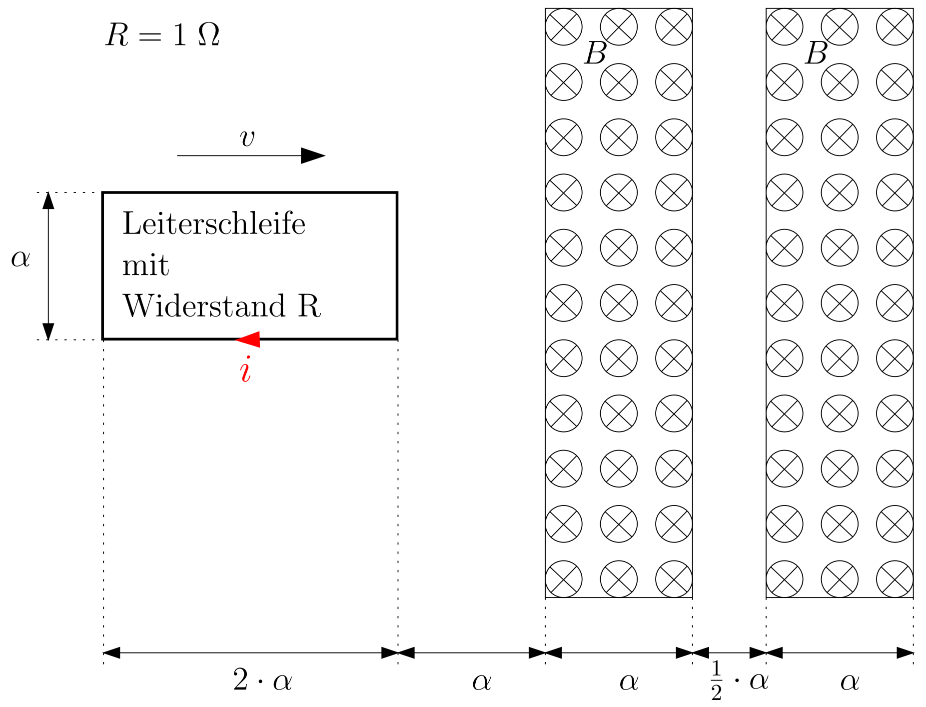
$v = 10\ \frac{cm}{s}$

$\alpha = 10\ cm$

$B = 1\ T$

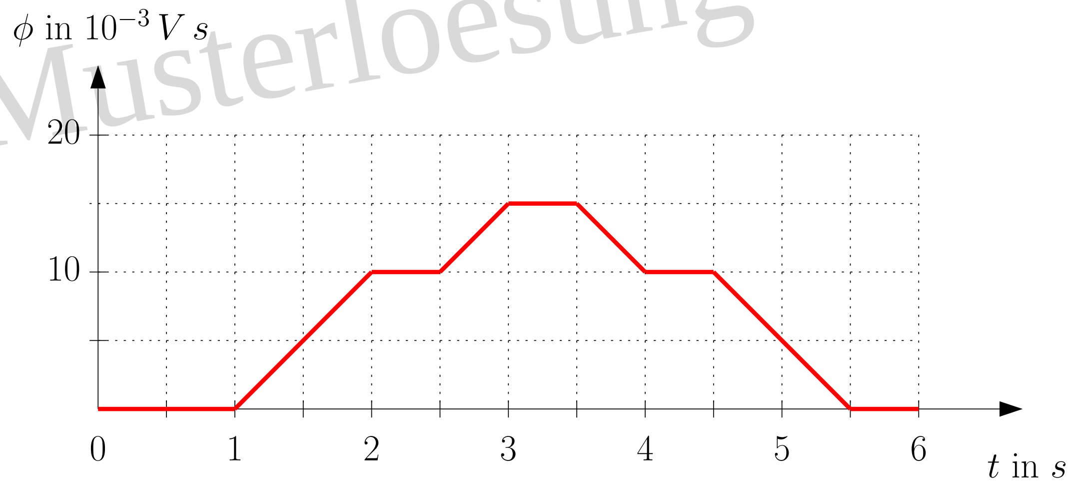
$R = 1\ \Omega$

Momentaufnahme zum Zeitpunkt $t = 0$



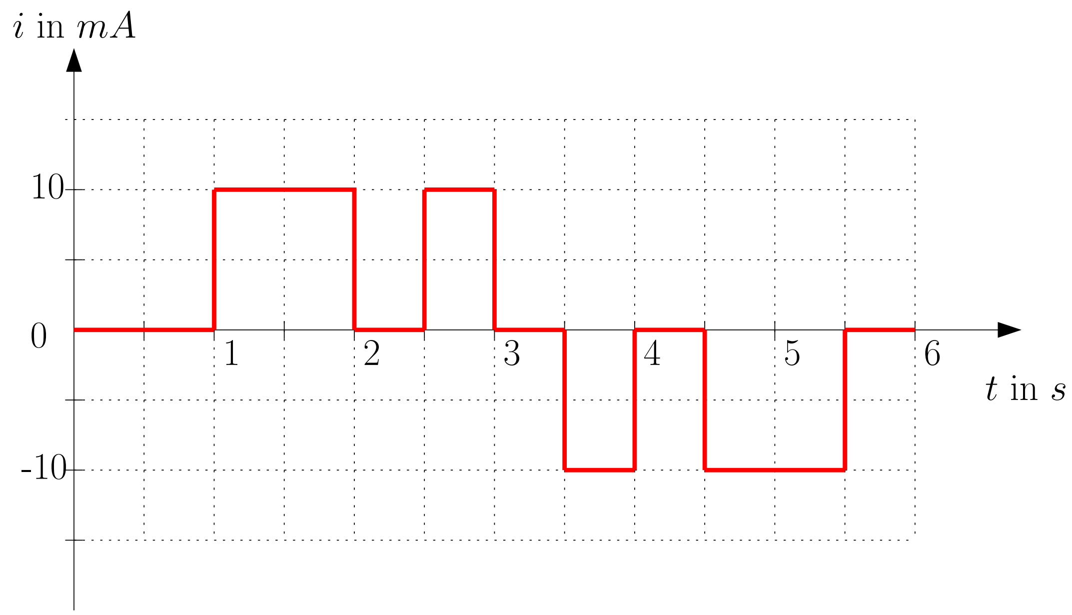
4.1. (2 Punkte)

Tragen Sie dann den zeitlichen Verlauf (für $t = 0 \ldots 6s$) des magnetischen Flusses ϕ durch die Leiterschleife in das nachstehende Diagramm ein. Vervollständigen Sie die Achsenbeschriftung!



4.2. (2,5 Punkte)

Tragen Sie den zeitlichen Verlauf des Stromes in das nachfolgende Diagramm ein. Kennzeichnen Sie weiterhin die dazu passende Stromrichtung in der Aufgaben-Skizze. Achten Sie auch hier wieder auf die korrekte Achsenbeschriftung.



4.3. (0,5 Punkte)

Wie groß wird der Strom maximal, wenn die Geschwindigkeit v verdoppelt wird?

Lösung:

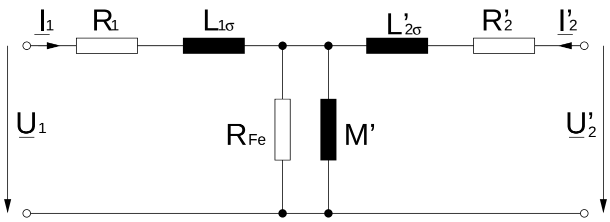
Der maximale Strom wird doppelt so groß (20 mA), da der magnetische Fluss doppelt so schnell ansteigt.

5. Aufgabe (5 Punkte): Kurzschluss- und Leerlaufversuch beim Transformator

5.1. Ersatzschaltbild (1 Punkt)

Zeichnen Sie das Ersatzschaltbild des Transformators mit $R_1, R_2', L_{1\sigma}, L_{2\sigma}', R_{Fe}$ und M'. Kennzeichnen Sie die Spannungen $\underline{U}_1$, $\underline{U}_2'$ und die Ströme $\underline{I}_1$ und $\underline{I}_2'$. Welche Bauteile können jeweils im Kurzschlussversuch und im Leerlaufversuch vernachlässigt werden?
geg.
$R_1 + jwL_{1\sigma} << R_{Fe}||jwM'$, $R_1 = R_2', L_{1\sigma} = L_{2\sigma}'$
$U_{1,nenn} = 220V, I_{1,nenn} = 2A$, $f = 50Hz$

Lösung:



Kurzschlussversuch: R_{Fe} *und* M' *vernachlässigen.*
Leerlaufversuch: R_1 *und* $L_{1\sigma}$ *vernachlässigen.*

5.2. Kurzschlussversuch (1.5 Punkte)

Im Kurzschluss werden folgende Werte gemessen:
$P_{1,k} = 320W, U_{1,k} = 160,5V$
Berechnen Sie die Elemente des Kurzschlussversuches ($I_k = I_{1,nenn}$).

Lösung:

Im Kurzschlussversuch wird die Spannung $\underline{U}_{1k}$ *so lange erhöht, bis sich der Nennstrom* $I_{1,nenn}$ *einstellt.* R_{Fe} *und* M' *können vernachlässigt werden, da* $R_1 + jwL_{1\sigma} << R_{Fe}||jwM'$.

$$P_{1k} = Re\{\underline{U}_{1k} I_{1k}\} = Re\{U_{1k} I_{1k} \cdot e^{j\varphi}\} \tag{11}$$
$$= U_{1k} I_{1k} cos(\varphi) \tag{12}$$
$$\varphi = arccos(\frac{P_{1k}}{U_{1,k} I_{1,nenn}}) \tag{13}$$
$$= arccos(\frac{320W}{160,5V2A}) = (-)4,5^\circ \tag{14}$$

φ *ist negativ!*

$$\underline{Z} = 2R_1 + jw2L_{1\sigma} = \frac{\underline{U}_{1,k}}{\underline{I}_{1,k}} = \frac{U_{1,k}}{I_{1,nenn} \cdot e^{j\varphi}} \tag{15}$$
$$= \frac{160,5V}{2A \cdot e^{-j4,5^\circ}} = 80,25\Omega \cdot e^{j4,5^\circ} = (80 + j6,3)\Omega \tag{16}$$
$$2R_1 = 80\Omega \Rightarrow R_1 = R_2' = 40\Omega \tag{17}$$
$$w2L_1 = 6,3\Omega \Rightarrow L_{1\sigma} = L_{2\sigma}' = 10mH \tag{18}$$

5.3. Leerlaufversuch (1.5 Punkte)

Im Leerlauf werden folgende Werte gemessen:
$P_{10} = 4,56W, I_{10} = 0,132A$
Berechnen Sie die Elemente des Leerlaufersatzschaltbildes ($U_{10} = U_{1,nenn}$).

Lösung:

Im Leerlaufversuch wird die Nennspannung $\underline{U}_{10} = 220V \cdot e^{j0^\circ}$ an den Transformator gelegt. Die an R_1 und $L_{1\sigma}$ abfallenden Spannungen können vernachlässigt werden, da $R_1 + jwL_{1\sigma} << R_{Fe}||jwM'$.

$$P_{10} = Re\{\underline{U}_{10} I_{10}\} = Re\{U_{10} I_{10} \cdot e^{j\varphi}\} \quad (19)$$
$$= U_{10} I_{10} cos(\varphi) \quad (20)$$
$$\varphi = arccos(\frac{P_{10}}{U_{1,nenn} I_{10}}) \quad (21)$$
$$= arccos(\frac{4,56W}{220V \cdot 0,132A}) = (-)81^\circ \quad (22)$$
$$\underline{Y} = \frac{1}{R_{Fe}} + \frac{1}{jwM'} = \frac{\underline{I}_{10}}{\underline{U}_{10}} \quad (23)$$
$$= \frac{0,132A \cdot e^{-81,1^\circ}}{220V} \frac{1}{\Omega} = 0,0006 \cdot e^{-j81,1^\circ} \frac{1}{\Omega} = (0,0001 - j0,0006) \frac{1}{\Omega} \quad (24)$$
$$1/R_{Fe} = 0,0001 \frac{1}{\Omega} \Rightarrow R_{Fe} = 10k\Omega \quad (25)$$
$$\frac{1}{jwM'} = -j0,0006 \frac{1}{\Omega} \Rightarrow M' = 5H \quad (26)$$

5.4. Winkel φ_{10} (1 Punkt)

Welche Bedeutung hat der Winkel φ_{10}? Warum ist das Vorzeichen von φ_{10} negativ? Erläutern Sie, wie Sie mit dem Oszilloskop φ_{10} messen können.

Lösung:

Der Winkel φ_{10} beschreibt die Phasendifferenz zwischen $\underline{U}_{10}$ und I_{10}. Beim Leerlaufversuch wird eine Spannung ($\varphi_U = 0$) an eine Induktivität gelegt. Da der Strom sich verspätet (Bei Induktivitäten, die Ströme sich verspäten; $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$), ist das Vorzeichen von φ_{10} negativ. Mit dem Oszilloskop wird die Zeitdifferenz zwischen den Nulldurchgängen von Strom und Spannung gemessen und per Dreisatz in den entsprechenden Winkel umgerechnet.

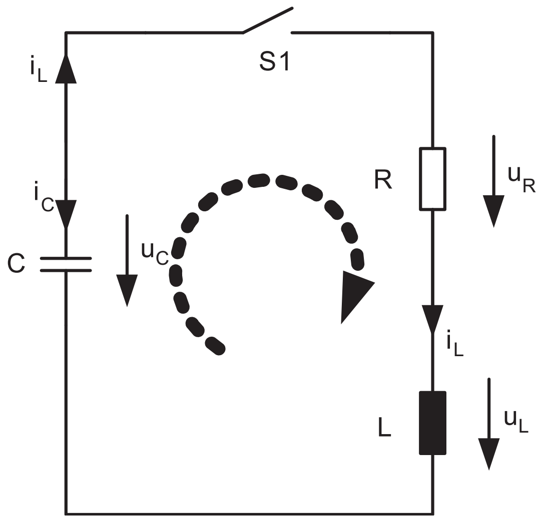
6. Aufgabe (5 Punkte): Ausgleichsvorgänge: Einschalten

In der nebenstehenden Schaltung ist der Kondensator C auf eine Spannung von $u_C = 7,5\,kV$ aufgeladen. Der Schalter $S1$ wird zum Zeitpunkt $t = 0$ geschlossen. Für die Bauteile gelten die folgenden Werte:

R $= 0,1\,\Omega$

C $= 1000\,\mu F$

L $= 200\pi\,\mu H$



6.1. Maschengleichung (0.5 Punkte)

Stellen Sie die Maschengleichung für die Zeit $t > 0$ auf. Der Schalter kann als ideal ($R_S = 0$) angenommen werden.

Lösung:

Man erhält für den Maschenumlauf

$$u_R + u_L - u_C = 0 \qquad (0,5 \text{ Punkte}) \tag{27}$$

6.2. Differentialgleichung (1.5 Punkte)

Leiten Sie aus der Maschengleichung die Differentialgleichung für den Strom i_L in der Form

$$\frac{d^2}{dt^2}\,i_L + 2\cdot\delta\frac{d}{dt}\,i_L + \omega_o^2 i_L = 0 \tag{28}$$

her. **Geben Sie hierbei die Terme für δ und ω_0 an!**

Lösung:

Mit den Beziehungen für Strom und Spannung an den Elementen R, L und C

$$\begin{aligned} u_R &= R\,i_L \\ u_L &= L\,\frac{d}{dt}\,i_L \\ u_C &= -\frac{1}{C}\int i_L\,dt \quad \textit{mit} \quad i_L = -i_C \qquad (0,5 \text{ Punkte}) \end{aligned} \tag{29}$$

kann die DGL durch Einsetzen in die Maschengleichung aus Teil 6.1 aufgestellt werden.

$$\begin{aligned} R\,i_L + L\,\frac{d}{dt}\,i_L + \frac{1}{C}\int i_L dt &= 0 \\ R\,\frac{d}{dt}\,i_L + L\,\frac{d^2}{dt^2}\,i_L + \frac{1}{C} i_L &= 0 \end{aligned} \tag{30}$$

In die gewünschte Form gebracht ist die DGL

$$\frac{d^2}{dt^2} i_L + \frac{R}{L}\frac{d}{dt} i_L + \frac{1}{LC} i_L = 0 \qquad (0,5 \text{ Punkte}) \tag{31}$$

$$\text{mit} \qquad \delta = \frac{R}{2L}$$

$$\text{und} \qquad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad (0,5 \text{ Punkte}) \tag{32}$$

6.3. Randbedingungen (1 Punkt)

Welche Randbedingungen gelten für den Strom bei $t = 0$ und für $t \to \infty$?

Lösung:

An der Spule kann der Strom nicht springen:

$$i_L(t = 0) = 0 \qquad (0,5 \text{ Punkte}) \tag{33}$$

Nach sehr langer Zeit ist der Strom abegeklungen, da das System durch R bedämpft ist und die Energie aus dem Kreis durch ohmsche Verluste an R an die Umgebung abgegeben wird.

$$i_L(t \to \infty) = 0 \qquad (0,5 \text{ Punkte}) \tag{34}$$

6.4. Lösung (1 Punkt)

Mit $\delta < \omega_0$ liegt hier der Fall des **gedämpften, periodischen Einschwingens** vor. Geben Sie die Lösung für den Strom i_L.

Hinweis: Vereinfachen Sie für diesen Fall die Kreisfrequenz des periodischen Anteils mit

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} \tag{35}$$

Lösung:

Der Ansatz für den Strom i_L ist

$$i_L = K \cdot e^{-\delta t} \cdot \sin(\omega t) \qquad (0,5 \text{ Punkte}) \tag{36}$$

Ein Cosinus-Term ist wegen der Randbedingung $i_L(0) = 0$ nicht notwendig. man bestimmt K aus den Randbedingungen zur Zeit $t = t_0$:

$$\begin{aligned} u_L(t=0) &= L \cdot \frac{d}{dt} i_L = u_C(t=0) \\ &= L\,K \left(-\delta\, e^{-\delta t} \cdot \sin(\omega t) + \omega\, e^{-\delta t} \cdot \cos(\omega t)\right)\Big|_{t=0} \\ &= \omega\, L\, K \end{aligned} \tag{37}$$

und erhält

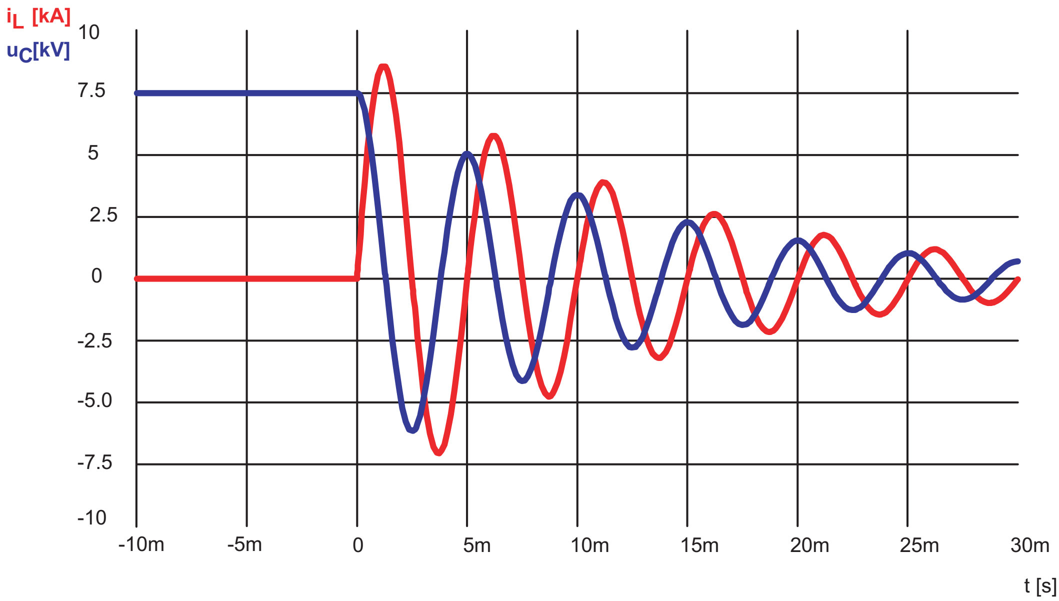
$$K = \frac{u_C(t=0)}{\omega\, L} \qquad (0,5 \text{ Punkte}) \tag{38}$$

Der Strom hat also die Form

$$i_L = \frac{u_C(t=0)}{\omega\, L}\, e^{-\delta t} \cdot \sin(\omega t) \tag{39}$$

6.5. Zeichnen des Stromverlaufs (0.5 Punkte)

Zeichnen Sie **qualitativ** den Strom in das gegebene Strom-Zeit-Diagramm ein.



6.6. Begrenzung des maximal fließenden Stromes (0.5 Punkte)

Mit welcher schaltungstechnischen Maßnahme können Sie den maximal fließenden Strom $i_{L,max}$ begrenzen?

Lösung:

Naheliegend ist das Vergrößern von R. Auch das Verkleinern von C ist eine mögliche Methode der Begrenzung. In beiden Fällen ist das Verhältnis von δ zu ω_0 zu prüfen.