Messtechnik

Gedächnisprotokoll – Klausur 2010

24. März 2012

Basierend auf den Aufgabenstellungen von:
https://docs.freitagsrunde.org/Klausuren/Grundlagen_der_Messtechnik/gdm_2010.txt
★ Dokument erstellt von: mailto:snooozer@gmx.de ★

Aufgaben

Unser Lösungsansatz (ohne Garantie)

Es wurde die Induktivität von 10 Spulen gleicher Bauart gemessen:

Index k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
L_k $[\mu H]$	122	125	123	121	119	119	117	124	120	116

1.1 Parameterschätzung (1 Punkt)

Berechnen Sie den empirischen Mittelwert und die empirische Standardabweichung der Induktivitätswerte.

1. empirischer Mittelwert:
$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i = \frac{1}{10}(122 + 125 + 123 + 121 + 119 + 119 + 117 + 124 + 120 + 116)\,\mu\,H = 120,6\,\mu\,H$
2. empirische Varianz:
$s^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2$
$s^2 = \frac{1}{9}\Big((122 - 120,6)^2 + (125 - 120,6)^2 + (123 - 120,6)^2 + (121 - 120,6)^2 + (119 - 120,6)^2$
$+(119 - 120,6)^2 + (117 - 120,6)^2 + (124 - 120,6)^2 + (120 - 120,6)^2 + (116 - 120,6)^2\Big)\mu^2\,H^2$
$s^2 \approx \frac{1}{9}78,4\mu^2\,H^2 \approx 8,711\mu^2\,H^2$
3. empirische Standardabweichung:
$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{8,711\mu^2\,H^2} \approx 2,95\mu\,H$

1.2 Vertrauensintervall (1 Punkt)

Tabelle 1: Vertrauensbereiche für bekannte Standardabweichung σ

$t\sigma$	$0,5\sigma$	$0,67\sigma$	1σ	$1,65\sigma$	$1,96\sigma$	$2,58\sigma$	3σ	$3,3\sigma$
P [%]	38,3	50	68,3	90	95	99	99,73	99,9

1. Angenommen die wahre Standardabweichung der Verteilung sei $\sigma = 2\,\mu H$. Berechnen Sie das Vertrauensintervall des in Aufgabe 1.1 geschätzten Mittelwerts.
   Die statistische Sicherheit soll 95 % betragen. (0,5 Punkte)

   $V_{1,2} = \bar{x} \pm \frac{t \cdot \sigma}{\sqrt{N}}$ mit t als Parameter aus der Tabelle und N als Anzahl der Messwerte.

   statistische Sicherheit soll 95 % betragen $\Rightarrow$ $t = 1,96$

   $$\Rightarrow V_{1,2} = 120,6\,\mu\,H \pm \frac{1,96 \cdot 2\,\mu H}{\sqrt{10}} = V_{1,2} = 120,6\,\mu\,H \pm 1,24\,\mu H$$

2. Wie viele Messwerte müssten aufgenommen werden, damit der Vertrauensbereich höchstens $\pm 1\mu H$ beträgt? Die statistische Sicherheit soll weiterhin 95 % betragen. (0,5 Punkte)

   $$\pm 1\mu H \stackrel{!}{=} \pm \frac{1,96 \cdot 2\,\mu H}{\sqrt{N}}$$
   $$\sqrt{N} = \frac{1,96 \cdot 2\,\mu H}{1\mu H} = 3,92 \qquad \Rightarrow N \geq 3,92^2 = 15,3664$$

   Es müssen mindestens 16 Messwerte aufgenommen werden, damit der Vertrauensbereich eine maximale Abweichung von $\pm 1\mu H$ hat.

1.3 Verteilungsfunktion (2 Punkte)

Berechnen Sie die Verteilungsfunktion $F(x)$ für alle $x \in [-\infty, \infty]$ zu folgender Dichte:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{6}, & \text{wenn } -2 \leq x < -1 \\ \frac{1}{2}, & \text{wenn } -1 \leq x < 0 \\ \frac{1}{3}, & \text{wenn } 1 \leq x < 2 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

Die Lösung kann mathematisch oder graphisch angegeben werden. In einer Grafik sind die Knickpunkte und die Achsen eindeutig zu beschriften!

Mit $F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)\,dx$ folgt:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} 0\,dx = 0 \quad \text{für } x < -2$$

$$F(x) = \int_{-2}^{x} \tfrac{1}{6}\,dx = \left[\tfrac{1}{6}x\right]_{-2}^{x} = \tfrac{1}{6}x + \tfrac{2}{6} \quad \text{für } -2 \leq x < -1$$

$$F(x) = \int_{-2}^{-1} \tfrac{1}{6}\,dx + \int_{-1}^{-x} \tfrac{1}{2}\,dx = \left[\tfrac{1}{6}x\right]_{-2}^{-1} + \left[\tfrac{1}{2}x\right]_{-1}^{x} = -\tfrac{1}{6} + \tfrac{2}{6} + \tfrac{1}{2}x + \tfrac{1}{2} = \tfrac{1}{2}x + \tfrac{2}{3} \quad \text{für } -1 \leq x < 0$$

$$F(x) = \int_{-2}^{-1} \tfrac{1}{6}\,dx + \int_{-1}^{0} \tfrac{1}{2}\,dx = \left[\tfrac{1}{6}x\right]_{-2}^{-1} + \left[\tfrac{1}{2}x\right]_{-1}^{0} = -\tfrac{1}{6} + \tfrac{2}{6} + \tfrac{1}{2} = \tfrac{2}{3} \quad \text{für } 0 \leq x < 1$$

$$F(x) = \int_{-2}^{-1} \tfrac{1}{6}\,dx + \int_{-1}^{0} \tfrac{1}{2}\,dx + \int_{1}^{x} \tfrac{1}{3}\,dx = \left[\tfrac{1}{6}x\right]_{-2}^{-1} + \left[\tfrac{1}{2}x\right]_{-1}^{0} + \left[\tfrac{1}{3}x\right]_{1}^{x} = -\tfrac{1}{6} + \tfrac{2}{6} + \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{3}x - \tfrac{1}{3}$$

$$F(x) = \tfrac{1}{3}x + \tfrac{1}{3} \quad \text{für } 1 \leq x < 2$$

$$F(x) = \int_{-2}^{-1} \tfrac{1}{6}\,dx + \int_{-1}^{0} \tfrac{1}{2}\,dx + \int_{1}^{2} \tfrac{1}{3}\,dx = \left[\tfrac{1}{6}x\right]_{-2}^{-1} + \left[\tfrac{1}{2}x\right]_{-1}^{0} + \left[\tfrac{1}{3}x\right]_{1}^{2} = -\tfrac{1}{6} + \tfrac{2}{6} + \tfrac{1}{2} + \tfrac{2}{3} - \tfrac{1}{3}$$

$$F(x) = 1 \quad \text{für } x > 2$$

2 Fragen (1 Punkt)

Kennzeichnen Sie die richtigen Aussagen (Für jede falsche Antwort werden 0,5 Punkten abgezogen. Die minimale Punktzahlen für die gesamte Aufgabe beträgt 0):

1. Der Vertrauensbereich des Mittelwerts gibt ein Intervall an, in dem 95% aller gemessenen Werte liegen. Nein
2. Der wahre Mittelwert liegt immer im Vertrauensintervall des Mittelwertes. Nein
3. Ein Histogramm ist die grafische Darstellung einer empirisch ermittelten Verteilungsdichtefunktion. Nein
4. Die Verteilungsdichtefunktion hat an der Stelle des Erwartungswertes immer ein Maximum. Ja – siehe Elektrische Messtechnik von Rupert Patzelt,Herbert Schweinzer – Seite 73
5. Zufällige Messfehler können durch mehrfache Messung und anschliessende Messung und anschliessende Mittelwertbildung minimiert werden. Ja

3 Regression und Interpolation (5 Punkte)

Bei der Messung der Kennlinie eines Systems wurden die folgende Messwerte aufgenommen:

Index k	1	2	3	4	5
U_{Ein}	0	5	10	15	20
U_{Aus}	0,1	0,4	0,6	0,8	0,9

3.1 Parameterschätzung (3 Punkte)

Es soll der Parameter a der Kennlinie $U_{Aus} = 1 - e^{a \cdot U_{Ein}}$ mithilfe der Methode der kleinsten Fehlerquadrate berechnet werden.

1. Geben Sie eine Transformation für U_{Aus} an, mit deren Hilfe sich die Methode der kleinsten Fehlerquadrate anwenden lässt (0,5 Punkte)
   $U_{Aus}(U_{Ein}) = 1 - e^{a \cdot U_{Ein}}$
   $\Leftrightarrow U_{Aus}(U_{Ein}) - 1 = -e^{a \cdot U_{Ein}}$
   $\Leftrightarrow 1 - U_{Aus}(U_{Ein}) = e^{a \cdot U_{Ein}}$
   $\Leftrightarrow \ln\left(1 - U_{Aus}(U_{Ein})\right) = \ln\left(e^{a \cdot U_{Ein}}\right)$
   $\Leftrightarrow \ln\left(1 - U_{Aus}(U_{Ein})\right) = a \cdot U_{Ein} \cdot \ln\left(e^{1}\right)$
   $\Leftrightarrow \ln\left(1 - U_{Aus}(U_{Ein})\right) = a \cdot U_{Ein}$

2. Leiten Sie die Lösungsfomel zur Berechnung von a nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate her (2 Punkte)
   mit $Err = \sum_{i=1}^{N} (y_i - f(x_i))^2$ folgt:
   $$Err = \sum_{i=1}^{N} \left(a \cdot U_{ein,i} - \ln\Big(1 - U_{Aus}(U_{Ein})\Big)\right)^2$$
   Ableiten nach dem Parameter a führt zu:
   $$\frac{\partial Err}{\partial a} = 2 \sum_{i=1}^{N} \left(a \cdot U_{ein,i} - \ln\Big(1 - U_{Aus}(U_{Ein})\Big)\right) \cdot U_{ein,i}$$

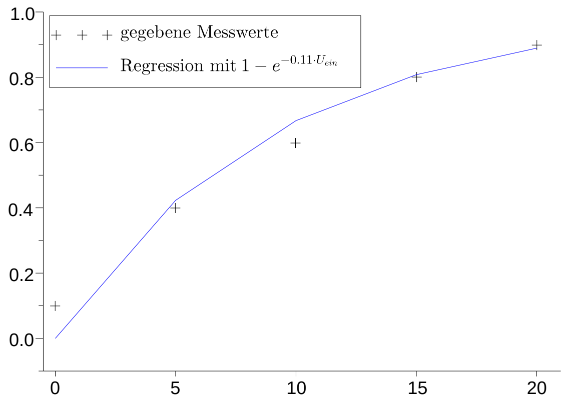
Auflösen ergibt:

$$a\sum_{i=1}^{N}U_{ein,i}^2-\sum_{i=1}^{N}U_{ein,i}\cdot\ln\Big(1-U_{Aus}(U_{Ein})\Big)\stackrel{!}{=}0$$
$$\Leftrightarrow a=\frac{\sum_{i=1}^{N}U_{ein,i}\cdot\ln\Big(1-U_{Aus}(U_{Ein})\Big)}{\sum_{i=1}^{N}U_{ein,i}^2}$$

3. Berechnen Sie a mit Hilfe der für U_{Ein} und U_{Aus} gegebenen Werte (0,5 Punkte)
   Es folgt aus:
   $$a\sum_{i=1}^{N}U_{ein,i}^2-\sum_{i=1}^{N}U_{ein,i}\cdot\ln\Big(1-U_{Aus}(U_{Ein})\Big)\stackrel{!}{=}0$$
   und den Werten:

Index k	1	2	3	4	5
U_{Ein}	0	5	10	15	20
U_{Aus}	0,1	0,4	0,6	0,8	0,9

$$a=\frac{\sum_{i=1}^{N}U_{ein,i}\cdot\ln\Big(1-U_{Aus}(U_{Ein})\Big)}{\sum_{i=1}^{N}U_{ein,i}^2}=\frac{-81,91}{750}\approx-0,11 \qquad \text{q.e.d.}$$



3.2 Regression vs. Interpolation (0,5 Punkte)

Erklären Sie den wesentlichen Unterschied zwischen Regression und Interpolation
Interpolation: die analytische Kennlinie geht exakt durch die Messpunkte
Regression: die Messpunkte werden derart nachgebildet, dass der entstehende Fehler zwischen den Messpunkten und der analytischen Funktion möglichst klein wird $\Rightarrow$ Kleinste Fehlerquadrate

3.3 kubische Splines (1,5 Punkte)

Erklären Sie den Vorteil der Interpolation mit kubischen Splines gegenüber der linearen Interpolation. Nennen Sie vier Bedingungen, die an einen kubischen Spline gestellt werden. Geben Sie zu jeder Anforderung eine Formel an, die diese beschreibt.
Die Spline Interpolation ist im Gegensatz zur linearen Interpolation stetig an den Stützstellen und wirkt sich glättend auf die Interpolationskurve aus.

Allgemeine Form: $s_j(x) = a_j + b_j \cdot (x - x_j) + c_j \cdot (x - x_j)^2 + d_j \cdot (x - x_j)^3$ für $x_{j-1} \leq x \leq x_j$ und $j = 1, \ldots, n$

Um das Gleichungssystem eindeutig zu lösen, werden die 4 Bedingungen benötigt.

$s_j(x_{j-1}) = y_{j-1} \qquad j = 1, \ldots, n$ (Stetigkeit an der Stützstelle)

$s_j(x_j) = y_j \qquad j = 1, \ldots, n$ (Stützstellen $\in$ Spline)

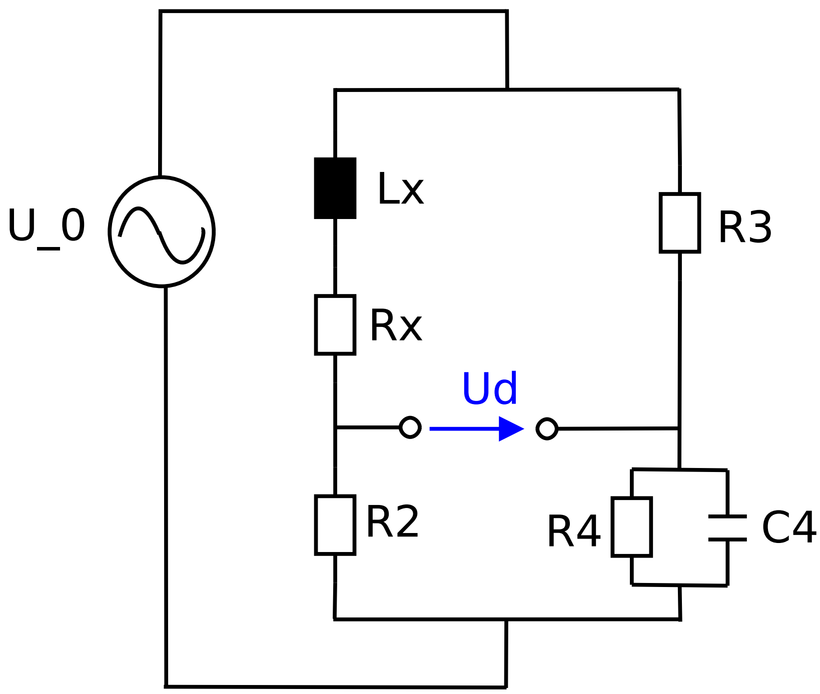
$s'_j(x_j) = s'_{j+1}(x_j) \qquad j = 1, \ldots, n-1$ (Knickpunktfreiheit)

$s''_j(x_j) = s''_{j+1}(x_j) \qquad j = 1, \ldots, n-1$ (Krümmungsgleichheit)

4 Messbrücke (5 Punkte)

4.1 Abgleichbedingungen (1.5 Punkte)

Stellen Sie die Ableichbedingung für $U_d = 0$ der gegebenen Messbrücke auf. Das zu prüfende, reale Bauteil ist eine Spule bestehend aus L_x und R_x.



Geben Sie jeweils eine Gleichung für den Realteil und eine Gleichung für den Imaginärteil der abgeglichenen Messbrücke an. **Hinweis: Es ist nicht notwendig, konjugiert komplex zu erweitern!**

Abgleichbedingung: $\frac{Z_1}{Z_2} \stackrel{!}{=} \frac{Z_3}{Z_4} \quad \Rightarrow Z_1 \cdot Z_4 = Z_3 \cdot Z_2$

$Z_1 = R_x + j\omega L_x \qquad Z_2 = R_2$

$Z_3 = R_3 \qquad Z_4 = \frac{1}{\frac{1}{R_4} + j\omega C_4}$

$$\Rightarrow (R_x + j\omega L_x) \cdot \left(\frac{1}{\frac{1}{R_4} + j\omega C_4} \right) = R_3 \cdot R_2$$

$$R_x + j\omega L_x = R_3 \cdot R_2 \cdot \left(\frac{1}{R_4} + j\omega C_4 \right) = \frac{R_3 \cdot R_2}{R_4} + j\omega C_4 \cdot R_3 \cdot R_2$$

$\Re: \ R_x = \frac{R_3 \cdot R_2}{R_4}$

$\Im: \ \omega L_x = \omega C_4 \cdot R_3 \cdot R_2$

4.2 (0,5 Punkte)

Geben Sie jeweils eine Gleichung für die gesuchten Bauteile R_x und L_x an für den Fall, dass die Abgleichbedingung erfüllt ist.

$\Re(Z_1 \cdot Z_4) = \Re(Z_3 \cdot Z_2) \quad \Rightarrow R_x = \dfrac{R_3 \cdot R_2}{R_4}$

$\Im(Z_1 \cdot Z_4) = \Im(Z_3 \cdot Z_2) \quad \Rightarrow \omega L_x = \omega C_4 \cdot R_3 \cdot R_2 \quad \Rightarrow L_x = C_4 \cdot R_3 \cdot R_2$

4.3 (1 Punkt)

Wie lässt sich der Verlustfaktor des zu prüfenden Bauteils aus den gegebenen Bauteilen berechnen?

$$\tan(\delta) = \left|\frac{\Re(Z_x)}{\Im(Z_x)}\right| = \left|\frac{Re(Z_x)}{Im(Z_x)}\right|$$

$$Z_x = Z_1 = R_x + j\omega L_x$$

$$\Re(Z_x) = R_x = \frac{R_3 \cdot R_2}{R_4}$$

$$\Im(Z_x) = \omega L_x = \omega C_4 \cdot R_3 \cdot R_2$$

$$\Rightarrow \tan(\delta) = \left|\frac{\frac{R_3 \cdot R_2}{R_4}}{\omega C_4 \cdot R_3 \cdot R_2}\right| = \left|\frac{1}{\omega C_4 \cdot R_4}\right|$$

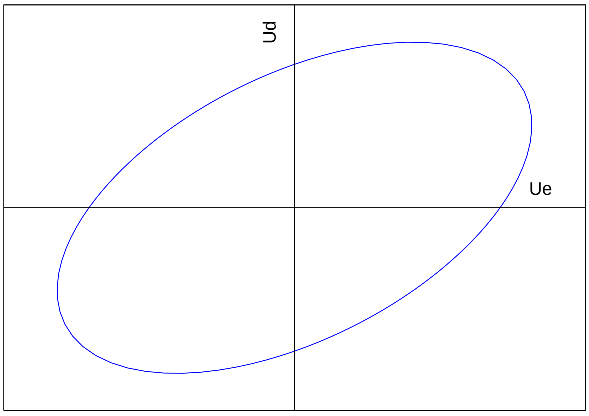
Hinweis: Kein Plan ob man das ω nicht aus dem Imaginärteil kürzen kann...ich hatte das in der Klausur gekürzt und es war falsch...das kann aber auch an anderen Fehlerquellen liegen ;)

Wichtig: Bei Bauteilen die die Form $Z_x = R_x + \dfrac{1}{j\omega C_x}$ haben, sollte man darauf achten, durch das oben ausgerechnete C_x zu teilen. Die Abhängigkeit zu den gegebenen Bauteilen sollte hierbei keinesfalls vernachlässigt werden.

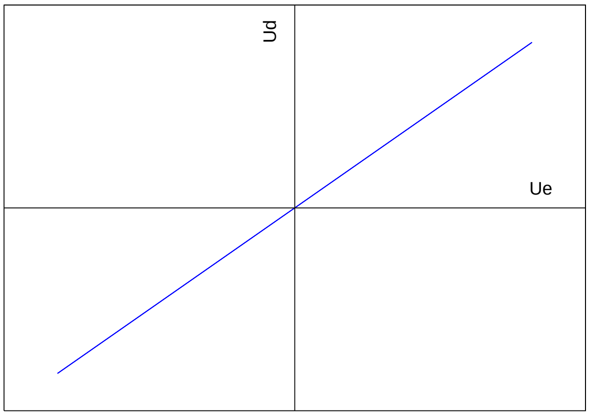
4.4 (1 Punkt)

Für den Abgleich der Brücke wurde im Labor ein Ozilloskop eingesetzt. Zeichnen Sie die entsprechenden Oszilloskopbilder die 1.) nach dem Phasenabgleich und 2.) nach dem Betragsabgleich zu erkennen sind.

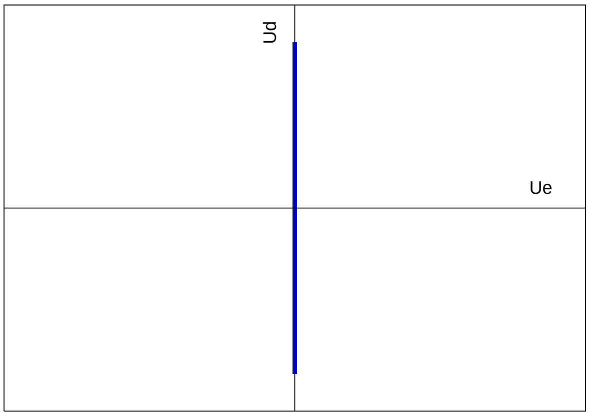
Nicht abgeglichen (Start)



Abgleich in Phase



Abgleich im Betrag

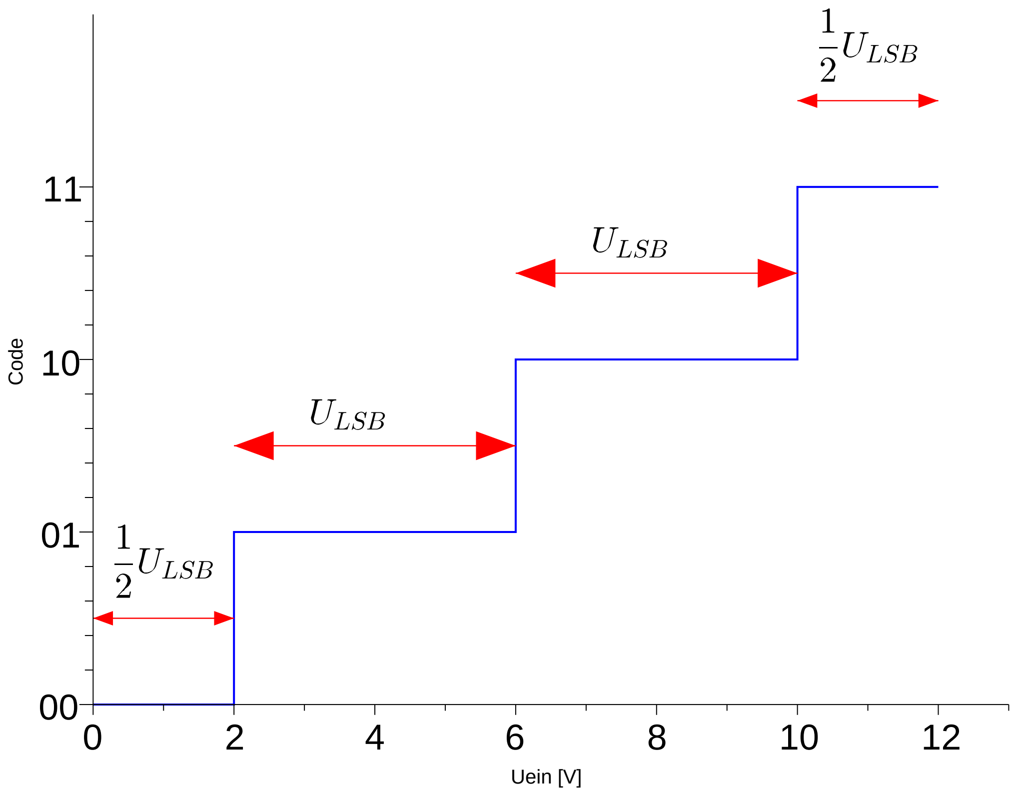


5 Digitale Messkette (5 Punkte)

5.1 Kennlinie eines Analog-Digital-Umsetzers (ADU)(1 Punkt)

Gegeben ist ein Analog-Digital-Umsetzer mit einer numerischen Auflösung von $n = 2$ Bit. Der Eingangsspannungsbereich beträgt 0 bis 12 Volt. Zeichnen Sie die Kennlinie des Umsetzers. Tragen Sie in die Zeichnung die korrekten Achsenbeschriftungen ein. Skalieren Sie die Achsen und bestimmen Sie exakt die Stellen, an denen die Kennlinie sich sprungförmig ändert.

$$U_{LSB} = \frac{U_{Max} - U_{Min}}{2^N - 1} = \frac{12\,V - 0\,V}{2^2 - 1} = 4\,V$$



5.2 Nichtlinearität eines Analog-Digital-Wandlers (ADU) (1 Punkt)

Geben sie eine Definition an oder zeigen Sie an Hand einer Skizze:

1. die differentielle Nichtlinearität (DNL).
2. die integrale Nichtlinearität (INL) eines ADUs.

integrale Nichtlinearität: Die integrale Nichtlinearität ist die maximale Abweichung zwischen der Funktion, die durch die Mitten der Quantisierungsstufen des realen ADU gelegt wird, und der Geraden durch die ideale Kennlinie.

differenzielle Nichtlinearität: Die differenzielle Nichtlinearität ist die maximale Abweichung der Stufenbreite von ihrem idealen Wert (1 LSB). Übersteigt die differentielle Nichtlinearität an einer Quantisierungsstufe den Wert eines LSB, so wird der zugehörige Ausgangswert nicht ausgegeben und als "missing code" bezeichnet.

5.3 Aliasing (2 Punkte)

Es sollen Signale mit einer Frequenz von bis zu 10 kHz aufgenommen werden. Hierfür steht ein 8 Bit-Analog-Digital-Umsetzer (ADU) mit einem Eingangsspannungsbereich von -10 bis 10 Volt zur Verfügung.

1. Wie gross ist die mindestens benötigte Abtastrate? (0,5 Punkte)

   Nach Nyquist-Shannon-Abtasttheorem mindestens doppelte Abtastfrequenz: Abtastung von min. 20 kHz.

2. Berechnen Sie die Auflösung U_{LSB} des Analog-Digital-Umsetzers. (0,5 Punkte)

   $$U_{LSB} = \frac{U_{Max} - U_{Min}}{2^N - 1} = \frac{10\,V - (-10\,V)}{2^8 - 1} = \frac{4}{51}\,V$$

3. Es soll mit einer Frequenz von 40kHz abgetastet werden. Bestimmen Sie die Ordnung des benötigten Aliasing-Filters. (1 Punkt)

   $$\frac{-20 \cdot \log_{10}\left(\frac{U_{LSB}}{U_{Max} - U_{Min}}\right)}{\log_{10}\left(\frac{\omega_s}{2 \cdot \omega_g}\right)} = \frac{-20 \cdot \log_{10}\left(\frac{\frac{4}{51}\,V}{10\,V - (-10\,V)}\right)}{\log_{10}\left(\frac{40\,kHz}{2 \cdot 10\,kHz}\right)} = \frac{-20 \cdot \log_{10}\left(\frac{1}{255}\right)}{\log_{10}(2)} \approx 159,887dB$$

   mit 20 dB pro Dekade pro Ordnung folgt: $\frac{159,887}{20} \approx 7,99435$

   Der Filter muss mindestens 8. Ordnung sein.

5.4 Fragen (1 Punkt)

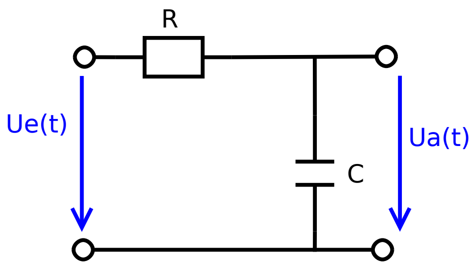
Kennzeichnen Sie die richtigen Aussagen (Für jede falsche Antwort werden 0,5 Punkten abgezogen. Die minimale Punktzahl für die gesamte Aufgabe beträgt 0)

1. Das Quantisierungsrauschen ist umso stärker je geringer die Auflösung des ADUs ist. Ja
2. Das Aliasing Filter kann auch als digitaler Filter in dem an den ADU angeschlossenen Mikroprozessor realisiert werden. Nein
3. Nur ADUs, die mit sukzessiver Approximation arbeiten, müssen mit einem Sample- and-Hold-Glied betrieben werden. Nein
4. Bei einem ADU mit parallelem Umsetzverfahren wird allen Komparatoren die gleiche Eingangsspannung zugeführt. Nein
5. Ein Dual-Slope-Integrierer ist immer gegen Störspannungen mit einer Frequenz von 50Hz unempfindlich. Nein

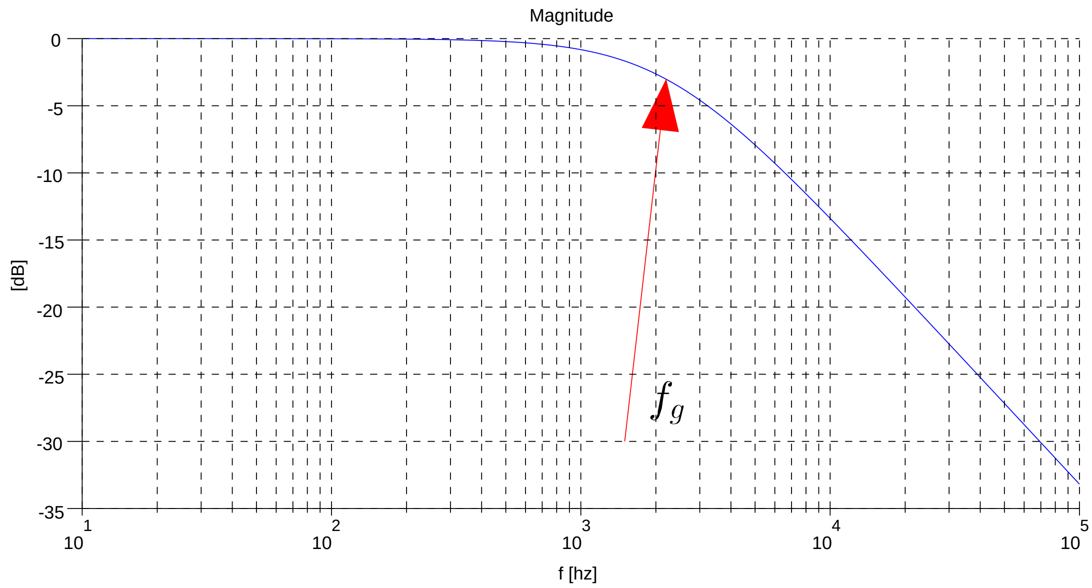
6 Eigenschaften von Messsystemen (5 Punkte)

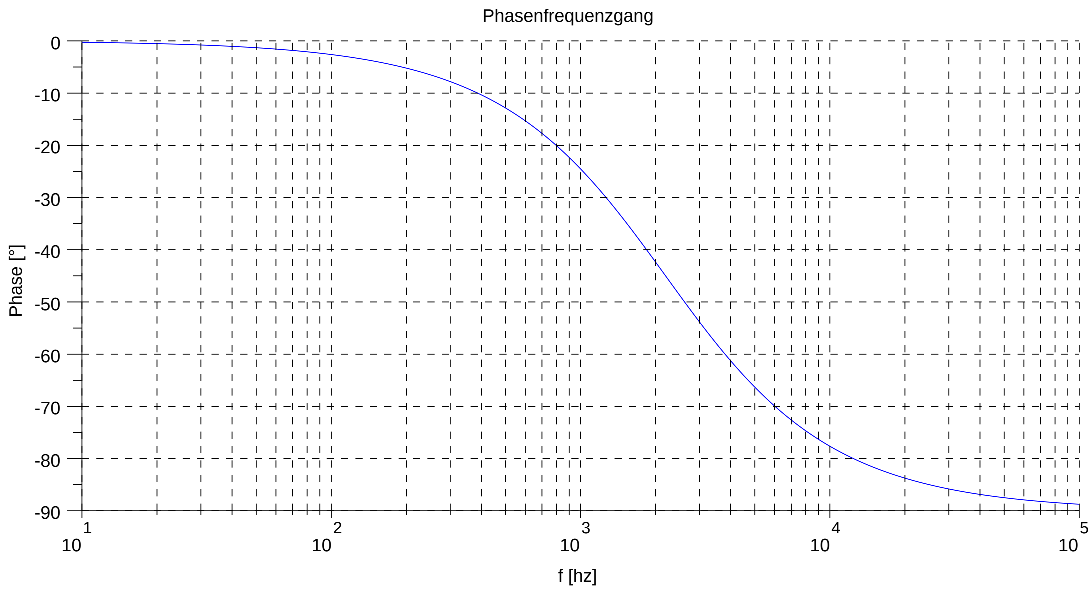
6.1 Tiefpass erster Ordnung (3 Punkte)

In dem folgenden Bild ist ein Tiefpass-Filter erster Ordnung dargestellt.



1. Skizzieren Sie den Betrag- und Phasenfrequenzgang des Filters. Beschriften Sie die Achsen.





2. Es sind folgende Werte gegeben: $R = 1k\Omega$ und $C = 100nF$. Berechnen Sie daruas die Übertragungsfunktion $G(s)$ und den Betragsfrequenzgang des Filters.

$$G(s) = \frac{U_a}{U_e} = \frac{1}{s \cdot R \cdot C + 1} = \frac{1}{s \cdot 1 \cdot 10^3\Omega \cdot 100 \cdot 10^{-9}F + 1} = \frac{1}{s \cdot 1 \cdot 10^3 \frac{V}{A} \cdot 100 \cdot 10^{-9} \frac{As}{V} + 1}$$

$$|G(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{(\omega \cdot R \cdot C)^2 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\omega \cdot 1 \cdot 10^3 \frac{V}{A} \cdot 100 \cdot 10^{-9} \frac{As}{V}\right)^2 + 1}}$$

3. Bestimmen Sie die 3-dB-Grenzfrequenz des Filters. Skalieren Sie nun die Achsen und markieren Sie die Grenzfrequenz in Ihrer Zeichnung.

Die Grenzfrequenz findet sich in etwa bei 2100 Hz in der Grafik. Alles grösser als 2000 bis 2300 ist Korrekt.
Da der Betrag- und Phasenfrequenzgang des Filters hier selbst skizziert werden musste, kann man hier selbstverständlich je nach Angabe der Grafik unterschiedliche Werte erhalten!

Rechnerisch ergibt sich:

$$|G(j\omega)| \stackrel{!}{=} \frac{1}{\sqrt{2}} \stackrel{!}{=} \frac{1}{\sqrt{\left(\omega \cdot 1 \cdot 10^3 \frac{V}{A} \cdot 100 \cdot 10^{-9} \frac{As}{V}\right)^2 + 1}}$$

$$\Rightarrow 2 \stackrel{!}{=} \left(\omega \cdot 1 \cdot 10^3 \frac{V}{A} \cdot 100 \cdot 10^{-9} \frac{As}{V}\right)^2 + 1$$

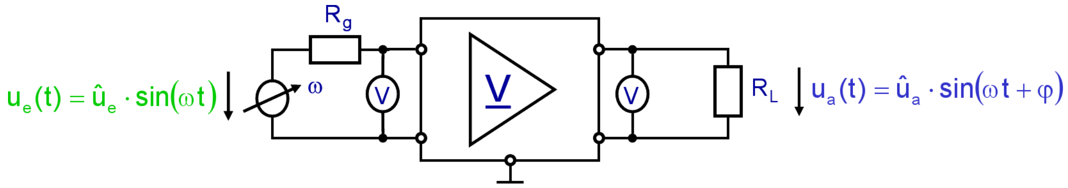
$$\Rightarrow 1 \stackrel{!}{=} \left(\omega \cdot 1 \cdot 10^3 \frac{V}{A} \cdot 100 \cdot 10^{-9} \frac{As}{V}\right)^2$$

$$\Rightarrow \omega = 2\pi \cdot f \stackrel{!}{=} \frac{1}{1 \cdot 10^3 \frac{V}{A} \cdot 100 \cdot 10^{-9} \frac{As}{V}}$$

$$f = \frac{1}{2\pi \cdot 1 \cdot 10^3 \frac{V}{A} \cdot 100 \cdot 10^{-9} \frac{As}{V}} \approx 1591,55\, Hz$$

Hinweis: Das bedeutet unsere selbstgebaute Scilab Frequenz und Phasenfrequenz plot Dings ist falsch skaliert, soll aber nur verdeutlichen wie der Grafiken im Prinzip aussehen....xD

4. Sie haben die Aufgabe, den Betragsfrequenzgang des Tiefpass-Filters zu bestimmen. Geben Sie eine Messschaltung zur Aufnahme des Betragsfrequenzgangs an. Welche Grössen müssen Sie messen und welche Geräte benötigen Sie?



$$|G(jw)| = 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{U_a}{U_e}\right)$$

6.2 Kennlinie (1 Punkt)

Welche Einstellmöglichkeiten einer Kennlinie kennen Sie? Nennen Sie mindestens 2 und erklären Sie eine davon.

Fixpunkteinstellung: Kennlinie geht nach der Justierung durch den Anfangspunkt (u_a, y_a) und durch den Endpunkt (u_e, y_e). Im Messanfang und Messende sind die Fehler Null.

Toleranzbandeinstellung: Additive Verschiebung der Fixpunkteinstellung oder 'Summe der Fehlerquadrate' mit dem Ziel, Fehler möglichst klein zu machen. Einstellung meist so, dass Abweichungen von der idealen Geraden symmetrisch sind.

Anfangspunkteinstellung: Die Kennlinie geht durch den Anfangspunkt (u_a, y_a), d.h. der Offsetfehler wird korrekt abgeglichen. Die Verstärkung wird derart eingestellt, dass eine Symmetrisierung des Fehlers in beide Richtungen entsteht.

6.3 Zusammengesetzte Systeme (1 Punkt)

Ein Messsystem besitzt die im Bild dargestellte Struktur. Beachten Sie das Minuszeichen am Summationspunkt. Bestimmen Sie die gesamte Übertragungsfunktion $G(s)$.

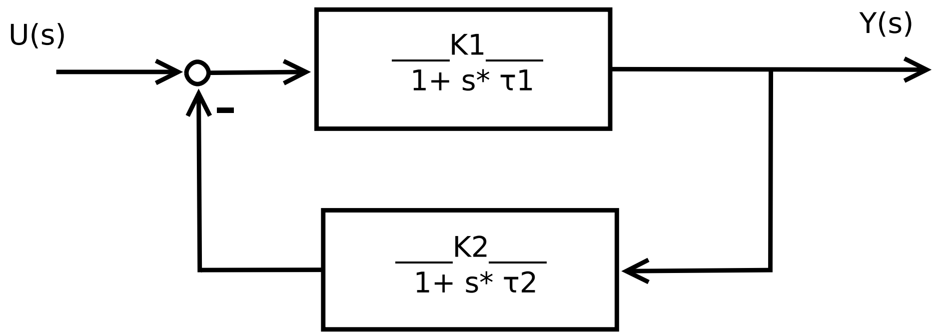


Abbildung 2: Rückgekoppeltes Messsystem

Der Summationspunkt mit dem Minuszeichen ergibt sich aus:

$$A(s) = -Y(s) \cdot \left(\frac{K2}{1+s\cdot\tau_2}\right) + U(s) \qquad Y(s) = A(s) \cdot \left(\frac{K1}{1+s\cdot\tau_1}\right)$$

$$Y(s) = \left[-Y(s) \cdot \left(\frac{K2}{1+s\cdot\tau_2}\right) + U(s)\right] \cdot \left(\frac{K1}{1+s\cdot\tau_1}\right)$$

$$Y(s) = -Y(s) \cdot \left(\frac{K2}{1+s\cdot\tau_2}\right) \cdot \left(\frac{K1}{1+s\cdot\tau_1}\right) + U(s) \cdot \left(\frac{K1}{1+s\cdot\tau_1}\right)$$

$$Y(s) + Y(s) \cdot \left(\frac{K2}{1+s\cdot\tau_2}\right) \cdot \left(\frac{K1}{1+s\cdot\tau_1}\right) = U(s) \cdot \left(\frac{K1}{1+s\cdot\tau_1}\right)$$

$$Y(s) \cdot \left[1 + \left(\frac{K2}{1+s\cdot\tau_2}\right) \cdot \left(\frac{K1}{1+s\cdot\tau_1}\right)\right] = U(s) \cdot \left(\frac{K1}{1+s\cdot\tau_1}\right)$$

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\left(\frac{K1}{1+s\cdot\tau_1}\right)}{1 + \left(\frac{K2}{1+s\cdot\tau_2}\right) \cdot \left(\frac{K1}{1+s\cdot\tau_1}\right)}$$

7 Leistungsmessung (5 Punkte)

7.1 Leistungsdefinitionen (1,5 Punkte)

Geben sie die allgemeinen Formeln zur Berechnung der:

1. Augenblicksleistung= $f(u(t), i(t))$
2. Wirkleistung $= f(u(t), i(t))$
3. Grundschwingungsblindleistung= $f(S, P, D)$

1. Augenblicksleistung: $p(t) = u(t) \cdot i(t)$

2. Wirkleistung: $P = \frac{1}{T} \int\limits_0^T u(t) \cdot i(t)\, dt$

3. Grundschwingungsblindleistung – Allgemeine Form: $Q_1 = U \cdot I_1 \cdot \sin(\varphi_1)$

   Die Abhängigkeiten sind wie folgt definiert:

   $S = U\sqrt{I_1^2 + I_2^2 + \ldots + I_N^2} \quad \Leftrightarrow S^2 = U^2 \cdot (I_1^2 + I_2^2 + \ldots + I_N^2)$

   $P = U \cdot I_1 \cdot \cos(\varphi_1) \quad \Leftrightarrow P^2 = U^2 \cdot I_1^2 \cdot \cos^2(\varphi_1)$

   $D = U\sqrt{I_2^2 + \ldots + I_N^2} \quad \Leftrightarrow D^2 = U^2 \cdot (I_2^2 + \ldots + I_N^2)$

   $\sin^2(\varphi_1) + \cos^2(\varphi_1) = 1 \quad \Leftrightarrow (UI_1)^2 \cdot \sin^2(\varphi_1) + (UI_1)^2 \cdot \cos^2(\varphi_1) = (UI_1)^2$

   Nun geschickt umformen....:

   $\Rightarrow \sin^2(\varphi_1) = 1 - \cos^2(\varphi_1)$

   $\Leftrightarrow (UI_1)^2 \cdot \sin^2(\varphi_1) = (UI_1)^2 - (UI_1)^2 \cdot \cos^2(\varphi_1)$

   $\Leftrightarrow Q_1^2 = (S^2 - D^2) - P^2$

   $\Leftrightarrow Q_1 = \sqrt{S^2 - D^2 - P^2}$

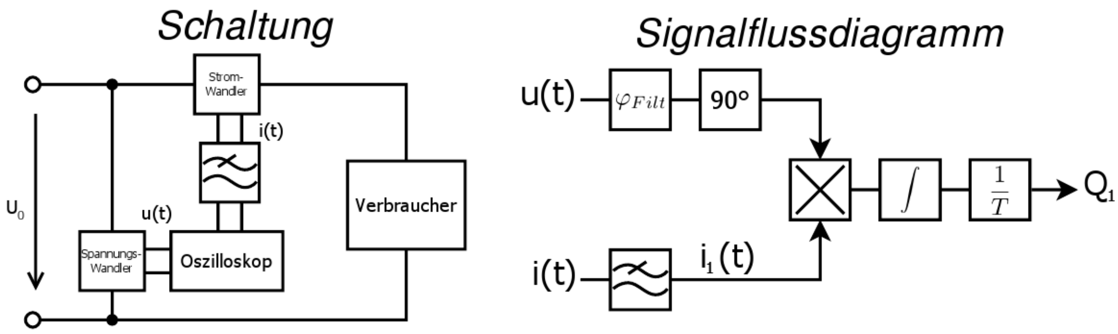
an. Beachten sie die geforderten Abhängigkeiten. Hinweis: Beide Grössen sind periodisch und nicht sinusörmig!

7.2 Leistungsmessung an einer Spule (1,5 Punkte)

Eine Schaltung enthält einen reale Spule. Sie haben die Aufgabe, die Blindleistung an der Spule zu messen. Die Spule besitzt also einen ohmschen und einen induktiven Anteil. An der Spule liegt eine rein sinusförmige Spannung an ($50Hz$, keine Oberwellen).
Hinweis: Die Blindleistung ist damit zur Grundschwingungsblindleistung identisch.

1. Skizzieren sie eine Schaltung zur Bestimmung der Blindleistung.
2. Wie lautet die Berechnungsformel der Blindleistung für diese Anwendung?
3. Erläutern sie kurz wozu die verwendeten Messgeräte notwendig sind.

1.



2. $Q_1 = U \cdot I_1 \cdot \sin(\varphi_1)$

3. Prinzipiell sollte man wissen, dass sobald keine Oberschwingungen vorhanden sind, nur noch die Grundschwingungsblindleistung vorhanden ist! Die Mathematischenflussdiagramme, sind hierbei leider auch nicht die richtige Lösung.

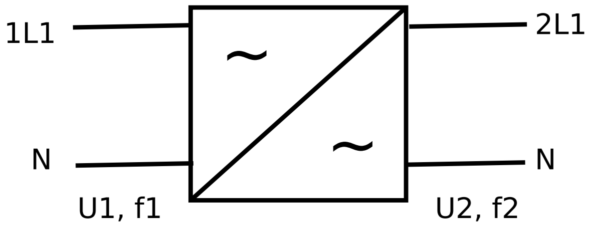
   Als Lösung ist hier gefragt (siehe Labor 10 bzw. 9 Praktische Aufgaben):
   Zunächst werden die Verstärkungsfaktoren für den Spannungs- bzw. Stromwandlers benötigt. (Diese finden sich im Labor 5.5.3 – Übertragungsverhältnis Stromwandler und im Kapitel 5.5.4 – Übertragungsverhältnis Spannungswandler).
   In Labor 9 wird die komplette Blindleistung gemessen, dies wäre eine gültige Antwort für die Aufgabe, da aber die gesamte Blindleistung nach Aufgabenstellung nur aus der Grundschwingungsblindleistung besteht reicht es zu behaupten, dass diese im Dreiphasennetz gemessen wird und somit die Blindleistung mithilfe eines Wirkleistungsmessgeräts bestimmt werden kann
   – **KEINE GARANTIE**.
   Sonst siehe Labor 8.

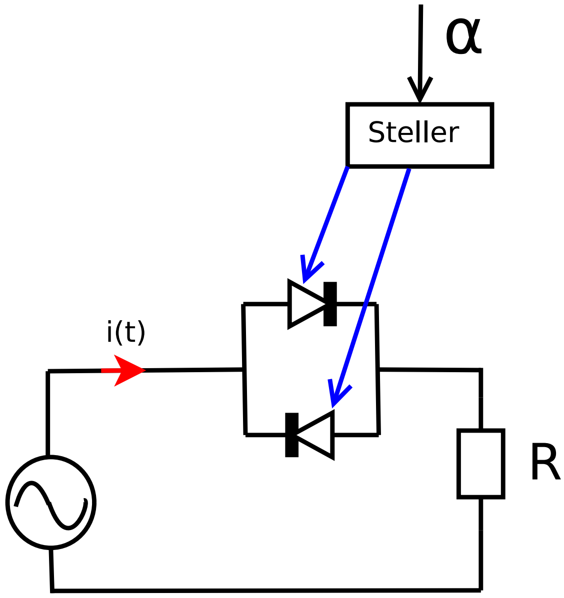
   ♣ Die Wirkleistung kann bestimmt werden, in dem am Osizilloskop der Kanal eins und zwei miteinander multipliziert werden und mittels der Mathefunktion der Durchschnittswert Vavg berechnet wird. Dieses Ergebnis muss dann noch durch die Verstärkungsfaktoren geteilt werden. Da wir nun wie oben behauptet im Dreiphasennetz arbeiten ist die Wirkleistung durch den 90° verschobenen Strom die **Blindleistung**. Hierbei kommt aber noch der Korrekturfaktor $\sqrt{3}$ hinzu.

   $$Q = \frac{V_{avg}(Channel_1 \cdot Channel_2)}{\sqrt{3} \cdot V_i \cdot V_u}$$

7.3 Leistungen am Wechselstromsteller (1 Punkt)

Die Leistungsverläufe an einem Wechselstromsteller werden untersucht. Dabei wird an einer ohmschen Last R der Anschnittswinkel α der Thyristoren verändert (siehe Abbildung). Mit Hilfe von Messgeräten





wurden folgende Messwerte aufgenommen:

Instrument	Messbereich	Klasse	Anzeige
Strommesser ('echter' Effektivwert)	10A	0,5	4A
Spannungsmesser('echter' Effektivwert)	500V	0,5	230V
Wirkleistungsmesser	1500W	1,0	874 W
Grundschwingungsblindleistungsmesser (Q1)	750 Var	1,0	210 Var

Berechnen Sie:

1. Leistungsfaktor λ
2. die Verzerrungsleistung D.

$$\lambda = \frac{P}{S} = \frac{P}{U_{eff} \cdot I_{eff}} = \frac{874\,W}{4\,A \cdot 230\,V} = \underline{0.95}$$

$$Q_{ges} = \sqrt{Q_1^2 + D^2} = \sqrt{S^2 - P^2} \qquad \Rightarrow \qquad D^2 = S^2 - P^2 - Q_1^2 \qquad \Rightarrow \qquad D = \sqrt{S^2 - P^2 - Q_1^2}$$

$$\Rightarrow D = \sqrt{(U_{eff} \cdot I_{eff})^2 - P^2 - Q_1^2} = \sqrt{(230\,V \cdot 4\,A)^2 - (874\,W)^2 - (210\,Var)^2} = \underline{1286.23\,Var}$$

7.4 Lastwiderstand und Strom am Wechselstromsteller (1 Punkt)

Berechnen Sie anhand der in der Tabelle der vorherigen Aufgabe gegebenen Werte den ohmschen Lastwiderstand R und den Effektivwert der Stroms für einen Anschnittswinkel von $0° \rightarrow I(\alpha = 0°)$.

$$U = R \cdot I \quad \Rightarrow R = \frac{U}{I} = \frac{230\,V}{4\,A} = 57,5\Omega$$

$$I(\alpha) = \hat{I}\sqrt{\frac{1}{2\pi}\left(\pi - \alpha + \frac{1}{2}\sin(2\alpha)\right)}$$

$$I(\alpha = 0°) = \sqrt{2} \cdot I_{eff}\sqrt{\frac{1}{2\pi}\left(\pi - 0 + \frac{1}{2}\sin(2 \cdot 0)\right)} = \sqrt{2} \cdot I_{eff} \cdot \sqrt{\frac{1}{\pi}} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot 4\,A \approx 3,19\,A$$