TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERLIN WS 2001/2002
Fakultät II, Institut für Mathematik 20.02.2002
Prof. G. Frank

Februar-Klausur (Verständnisteil) Integraltransformationen und partielle Differentialgleichungen

---

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen und der Laplacetabelle sind keine Hilfsmittel zugelassen. Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden. Die Gesamtklausur ist mit 32 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindesten 10 von 40 Punkten erreicht werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie immer eine **kurze Begründung** an. Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Einsichtnahme: Dienstag, 26.02.2002, 14-16 Uhr, MA 742.

1	2	3	4	5	6	$\sum$

Begründungen nicht vergessen!

1. Aufgabe (6 Punkte)

Bestimmen Sie eine Lösung der 2-dimensionalen Schwingungsgleichung

$$\begin{aligned} u_{tt} = u_{xx} + u_{yy} \quad & \text{für} \quad x^2 + y^2 \leq 9, \quad 0 \leq t, \\ u(x,y,t) = 2 \quad & \text{für} \quad x^2 + y^2 = 9, \quad 0 \leq t, \\ u(x,y,0) = 2 \quad & \text{für} \quad x^2 + y^2 \leq 9, \\ u_t(x,y,0) = 0 \quad & \text{für} \quad x^2 + y^2 \leq 9. \end{aligned}$$

2. Aufgabe (6 Punkte)

Über die drei Funktionen $f_1, f_2, f_3 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ist bekannt:

- f_1 ist gerade und 2π-periodisch,
- f_2 ist ungerade und π-periodisch,
- f_3 ist ungerade und 2π-periodisch.

Zu welcher Funktion könnte die Fourierreihe $s(x) = 2\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k} \sin(kx)$ gehören? Begründen Sie Ihre Auswahl.

3. Aufgabe (6 Punkte)

Sei $(y_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine reelle Zahlenfolge mit $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{|y_n|} = a > 0$. Wo konvergiert die $\mathcal{Z}$-Transformierte $F^*(z) = \mathcal{F}[y_n](z)$? Fertigen Sie eine Skizze an.

4. Aufgabe (6 Punkte)

Konstruieren Sie eine partielle Differentialgleichung, welche die beiden Funktionen $u_1(x,y) = \sin(x)$ und $u_2(x,y) = 2x + y$ als Lösungen besitzt.

5. Aufgabe (6 Punkte)

Sei $f(t) = \begin{cases} g(t) & \text{für } 0 \leq t, \\ 0 & \text{für } t < 0. \end{cases}$ Wie lässt sich die Fouriertransformierte von f durch die Laplacetransformierte von g ausdrücken?

6. Aufgabe (10 Punkte)

Sei $f : [0,\infty) \to \mathbb{R}$ eine stetig differenzierbare Funktion. Weiter seien f und f' von exponentieller Ordnung. Zeigen Sie, dass für die Laplacetransformierte $F(s) = \mathcal{L}[f(t)](s)$ gilt:

$$\lim_{s\to\infty} sF(s) = f(0)\ , \quad \text{für} \quad s \in \mathbb{R}.$$