Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik SS 02

Prof. Frank 09.10.2002

Oktober – Klausur (Verständnisteil)
Integraltransformationen und partielle Differentialgleichungen

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen ist nur die Laplacetabelle zugelassen. Taschenrechner und Formelsammlungen sind nicht zugelassen. Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 32 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 10 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	6	Σ

1. Aufgabe
5 Punkte

Bestimmen Sie eine reelle Zahlenfolge $y_n, \ n = 0, 1, 2, ...$ deren Z-Transformierte für $|z| > 2$ konvergiert und für $|z| < 2$ divergiert. Begründung angeben!

2. Aufgabe
8 Punkte

Zeigen Sie mit vollständiger Induktion für $t \in \mathbb{R}^+$, $s \in \mathbb{C}$, $Re(s) > -1$ und $n \in \mathbb{N}$ gilt

$$L[\frac{t^{n-1}e^{-t}}{(n-1)!}](s) = \frac{1}{(s+1)^n}$$

3. Aufgabe
8 Punkte

Geben Sie die Ableitungsregel der Fouriertransformation an $(F[f'(t)](\omega) = ...)$. Prüfen Sie die Ableitungsregel für die Funktion

$$f(t) = \begin{cases} 1 & \text{für} -3 < t < 3, \\ 0 & \text{sonst,} \end{cases}$$

Welche Voraussetzung ist verletzt? Begründung angeben!

4. Aufgabe
7 Punkte

Die Z-Transformierte der reellen Zahlenfolge y_n, $n = 0, 1, 2, ...$ hat die Gestalt:

$$Z[y_n](z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n}{4^n} \frac{1}{z^{2n}}.$$

Skizzieren Sie den Konvergenzbereich und bestimmen Sie y_n.

5. Aufgabe
5 Punkte

Sei $R := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \ 0 \leq x \leq 1, \ 0 \leq y \leq 1\}$. Bestimmen Sie eine Lösung der Potenzialgleichung

$$u_{xx} + u_{yy} = 0$$

mit $u(x, 0) = 0$, $u(0, y) = 0$, $u(x, 1) = x$, $u(1, y) = y$.

6. Aufgabe
7 Punkte

Sei $f : [0, \infty[\rightarrow \mathbb{R}$ eine Funktion. Definieren Sie f ist von exponentieller Ordnung. Überprüfen Sie, ob die folgenden Funktionen von exponentieller Ordnung sind.

a) $f(t) := t^{10} \sin(t)$,

b) $f(t) = \sinh(3t)$.