

Juli – Klausur (Verständnisteil)
Integraltransformationen und partielle
Differentialgleichungen für Ingenieure

Name: Vorname:

Matr.-Nr.: Studiengang:

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen ist nur die Laplacetabelle zugelassen. Taschenrechner und Formelsammlungen sind nicht zugelassen. Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 32 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 10 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	6	Σ

1. Aufgabe

8 Punkte

- a) Berechnen Sie $\mathcal{L}[t \sin(t) e^{-2t}](s)$.
- b) Finden Sie eine komplexwertige Folge $(f(n))$ mit

$$\mathcal{Z}[f(n)](z) = \frac{z^{-3}}{2}.$$

2. Aufgabe

5 Punkte

Es sei $(f(n))$ eine komplexwertige Folge mit $f(0) = 1$. Stellen Sie die \mathcal{Z} -Transformierte $\mathcal{Z}[f(n+1) - nf(n) + 1](z)$ mit Hilfe von $F^*(z) = \mathcal{Z}[f](z)$ dar.

3. Aufgabe

8 Punkte

Entscheiden Sie, ob folgende Aussagen wahr oder falsch sind.

(Jede richtige Antwort gibt 2 Punkte, für jede falsche Antwort werden 2 Punkte abgezogen, keine Antwort gibt 0 Punkte, bei negativer Gesamtpunktzahl wird die Aufgabe mit 0 Punkten gewertet. Es sind keine Begründungen notwendig.)

- i) Für $n \in \mathbb{N}$ gilt

$$\mathcal{L}[t^{2n}](s) = \mathcal{L}[t^n * t^n](s) = (\mathcal{L}[t^n](\omega))^2.$$

- ii) Für zwei Funktionen $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ gilt

$$f * (-g) = g * (-f).$$

- iii) Die Funktionen $f(x) = e^{-x^2}$ und $g(x) = e^{-x^5}$ sind beide S-Funktionen.
- iv) Alle Lösungen der Wellengleichung

$$u_{tt}(x, t) = u_{xx}(x, t), \quad t \geq 0, x \in \mathbb{R}$$

haben Ebene-Wellen-Form, d.h. es gilt $u(x, t) = f(x - t)$ für eine 2mal differenzierbare Funktion f .

4. Aufgabe

7 Punkte

Ein kausales LTI-System S antwortet auf die Eingangsfunktion $f(t) = t$ mit der Ausgangsfunktion $S[f](t) = t^3$ ($t \geq 0$). Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion und die Impulsantwort des Systems.

5. Aufgabe

6 Punkte

Bestimmen Sie die reelle Fourierreihe der Funktion

$$f(x) = 4 \cos(2x) \sin(x).$$

Hinweis: Es ist keine lange Rechnung notwendig.

6. Aufgabe

6 Punkte

Überprüfen Sie welche der folgenden Funktionen das AWP der Wärmeleitungsgleichung

$$\begin{cases} u_t(x, t) = u_{xx}(x, t), & t \geq 0, x \in \mathbb{R}, \\ u(x, 0) = x^2, & x \in \mathbb{R} \end{cases}$$

lösen:

i) $u(x, t) = x^2 + 2t(x + 1),$

ii) $u(x, t) = x^2 + 2t.$