

**Juli – Klausur (Verständnisteil)**  
**Integraltransformationen und partielle**  
**Differentialgleichungen für Ingenieure**

Name: ..... Vorname: .....

Matr.-Nr.: ..... Studiengang: .....

---

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen ist nur die Laplacetabelle zugelassen. Taschenrechner und Formelsammlungen sind nicht zugelassen. Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

---

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

---

**Korrektur**

1	2	3	4	5	$\Sigma$

## 1. Aufgabe

6 Punkte

Für  $|t| < \infty$  gilt

$$\sin t = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k+1)!} t^{2k+1}.$$

Für welche Folge  $(f_n)_{n \geq 0}$  gilt

$$\mathcal{Z}[(f_n)](z) = \sin \frac{2}{z} \text{ für } z \neq 0 ?$$

## 2. Aufgabe

10 Punkte

Kreuzen Sie an (Begründung nicht erforderlich):

a) Die Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit

$$f(x) := \frac{e^{-(\sin x)^2}}{1+x^2}$$

ist eine Schwartz-Funktion.

Richtig       Falsch

b) Die Funktion  $g : [0; +\infty[ \rightarrow \mathbb{R}$  mit

$$g(t) := e^{\sqrt{1+t^2}}$$

ist von exponentieller Ordnung.

Richtig       Falsch

c) Für die  $N$ -reihige Fouriermatrix  $F_N$  gilt:

$$F_N^{-1} = \overline{F_N}$$

Richtig       Falsch

d) Wenn die Schwartzsche Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  gerade ist, dann ist ihre Fouriertransformation  $\mathcal{F}[f]$  eine reellwertige Funktion auf  $\mathbb{R}$ .

Richtig       Falsch

e) Wenn die Schwartz-Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  von endlicher Bandbreite ist, dann ist auch ihre Fouriertransformation  $\mathcal{F}[f]$  von endlicher Bandbreite.

Richtig       Falsch

**Hinweis:** für jedes richtige Kreuz erhalten Sie 2 Punkte, für jedes falsche Kreuz werden zwei Punkte abgezogen, bei negativer Gesamtpunktzahl wird die Aufgabe mit null Punkten gewertet.

### 3. Aufgabe

9 Punkte

Die partielle Differenzialgleichung

$$u_{xx} + 4tu_{tt} = 0$$

hat eine Lösung der Form  $u(x; t) = f(x^2 + t)$ , wobei  $f(\tau)$  eine zweimal stetig differenzierbare Funktion ist. Bestimmen Sie die gewöhnliche Differenzialgleichung, der  $f$  genügen muß.

### 4. Aufgabe

7 Punkte

Berechnen Sie  $\mathcal{L}\left[e^t(\cos t - \sin t)\right](s)$  aus

$$\mathcal{L}\left[e^t \cos t\right](s) = \frac{s - 1}{(s - 1)^2 + 1}.$$

### 5. Aufgabe

8 Punkte

Ein kausales LTI-System  $\mathcal{S}$  antwortet auf die Eingangsfunktion  $f(t) = 1$  mit der Ausgangsfunktion  $\mathcal{S}[f](t) = t^2$ .

Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion, die Impulsantwort und den Frequenzgang des Systems.