

**Oktober – Klausur (Rechenteil)**  
**Integraltransformationen und partielle**  
**Differentialgleichungen für Ingenieure**

Name: ..... Vorname: .....

Matr.-Nr.: ..... Studiengang: .....

---

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen ist nur die Laplacetabelle zugelassen. Taschenrechner und Formelsammlungen sind nicht zugelassen. Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Rechenaufgaben. Geben Sie immer den **vollständigen Rechenweg** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

---

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

---

**Korrektur**

1	2	3	4	$\Sigma$

## 1. Aufgabe

9 Punkte

Mit Hilfe der Laplace-Transformation, lösen Sie das Randwertproblem

$$y''(t) + 4y'(t) + 4y(t) = e^{-2t}, \quad y(0) = 1, y'(0) = 0.$$

## 2. Aufgabe

11 Punkte

Die Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  hat die Fourier-Transformierte

$$\mathcal{F}[f](\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-2|\omega-\tau|}}{1+4\tau^2} d\tau$$

Berechnen Sie die Funktion  $f$  explizit.

**Hinweis:**  $\mathcal{F}[e^{-a|x|}](\omega) = \frac{2a}{a^2+\omega^2}$ ,  $\mathcal{F}[\frac{1}{1+b^2x^2}](\omega) = \frac{\pi}{b} e^{-\frac{|\omega|}{b}}$ .

## 3. Aufgabe

10 Punkte

Berechnen Sie die Lösung der Differenzengleichung

$$f_{n+2} - f_n = 1 \text{ für alle } n \geq 0, \text{ mit } f_0 = f_1 = 1.$$

**Hinweis:** z.B. Partialbruchzerlegung.

## 4. Aufgabe

10 Punkte

Bestimmen Sie mit Hilfe des Produktansatzes die Lösung des Randwertproblems:

$$\begin{aligned} u_t(x, t) &= u_{xx}(x, t) && \text{für } t \geq 0 \text{ und } 0 \leq x \leq \pi, \\ u(0, t) &= u(\pi, t) = 0 && \text{für } t \geq 0, \\ u_t(x, 0) &= \cos\left(4x - \frac{\pi}{2}\right), && \text{für } 0 \leq x \leq \pi. \end{aligned}$$