Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik SS 06
Prof. Dr. Bärwolff 11. Oktober 2006

Oktober – Klausur (Rechenteil)
Integraltransformationen und partielle Differentialgleichungen für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen ist nur die Laplacetabelle zugelassen. Taschenrechner und Formelsammlungen sind nicht zugelassen. Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Rechenaufgaben. Geben Sie immer den **vollständigen Rechenweg** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	Σ

1. Aufgabe

11 Punkte

Es bezeichne S das LTI System, das das Eingangssignal e auf die Lösung i des folgenden Anfangswertproblems abbildet:

$$
\begin{aligned}
41 \int_0^t i(\tau)\, d\tau + 10 i(t) + i'(t) &= e(t), \qquad\qquad t \geq 0,\\
i(0) &= 0.
\end{aligned}
$$

i) Berechnen Sie die Übertragungsfunktion und die Impulsantwort des Systems.

ii) Geben Sie den Frequenzgang von S an.

2. Aufgabe

9 Punkte

Lösen Sie folgende Integralgleichung mit Hilfe der Fouriertransformation:

$$
\int_{-\infty}^{\infty} y(u)y(t-u)\, du = e^{-\frac{t^2}{25}}.
$$

Hinweis: $\mathcal{F}[e^{-ax^2}](\omega) = \sqrt{\frac{\pi}{a}}\, e^{-\frac{\omega^2}{4a}}$.

3. Aufgabe

11 Punkte

Lösen Sie das Rand-Anfangswertproblem der 1-dimensionalen Wärmeleitungsgleichung

	$u_t = 3u_{xx},$	$0 \leqslant x \leqslant 2,\ 0 \leqslant t,$
Randbedingungen	$u(0,t) = u(2,t) = 0,$	$0 \leqslant t,$
Anfangstemperaturverteilung	$u(x,0) = 4\sin(6\pi x),$	$0 \leqslant x \leqslant 2$

mit Hilfe des Produktansatzes.

4. Aufgabe

9 Punkte

Berechnen Sie mit Hilfe der Fourier-Transformation für die Lösung u des AWPs

$$
\begin{aligned}
u_t(x,t) &= 4u_{xx}(x,t) + u_x(x,t), \qquad\qquad t \geq 0,\ x \in \mathbb{R},\\
u(x,0) &= e^{-\frac{1}{4}x^2}, \qquad\qquad x \in \mathbb{R}.
\end{aligned}
$$

die Spektralfunktion $U(\omega,t) := \mathcal{F}[u(.,t)](\omega)$.
Hinweis: $\mathcal{F}[e^{-ax^2}](\omega) = \sqrt{\frac{\pi}{a}}\, e^{-\frac{\omega^2}{4a}}$.