

April – Klausur (Verständnisteil)
Integraltransformationen und partielle
Differentialgleichungen für Ingenieure

Name: Vorname:

Matr.-Nr.: Studiengang:

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen ist nur die Laplaceta-
belle zugelassen. Taschenrechner und Formelsammlungen sind nicht zugelassen.
Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift
geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen
Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie,
wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der
beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	Σ

1. Aufgabe

8 Punkte

Lösen Sie das reelle Anfangswertproblem

$$y' + e^y \cos x = 0, \quad y(0) = 0$$

und geben Sie den maximalen Definitionsbereich von y an.

2. Aufgabe

11 Punkte

Ermitteln Sie mit Hilfe des Potenzreihenansatzes die Lösung $y(x)$ des Anfangswertproblems

$$(x^2 - 1)y'' - 6y + 6x = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 2.$$

Wie lauten in der Potenzreihe von $y(x)$ insbesondere die Koeffizienten von x^4 und x^5 ?

3. Aufgabe

8 Punkte

Finden Sie zur Integralgleichung

$$\int_0^t f(u)f(t-u) du = tf(t)$$

alle reellen, stetigen Lösungen f von exponentieller Ordnung, indem Sie sie in eine DGL für die Laplace-Transformierte $\mathcal{L}[f]$ umwandeln und diese DGL lösen.

4. Aufgabe

5 Punkte

Es sei g eine Schwartz-Funktion, die die folgende Gleichung erfüllt:

$$\mathcal{F}[g](\omega) = \sqrt{2\pi}g(\omega). \quad (*)$$

- Zeigen Sie: g ist eine gerade Funktion.
- Geben Sie eine nicht-verschwindende Funktion g an, die (*) erfüllt.

Hinweis: Verwenden Sie den Satz über die inverse Fouriertransformation.

5. Aufgabe

8 Punkte

Welche der folgenden Aussagen sind wahr und welche sind falsch? Geben Sie jeweils eine Begründung oder ein Gegenbeispiel an. Jede richtige und vollständig begründete Antwort gibt 2 Punkte. Antworten ohne Begründung oder mit einer falschen Begründung bringen keine Punkte.

- Das Anfangswertproblem

$$\frac{\pi}{4}y - x \arctan y' = 0, \quad y(0) = 0$$

besitzt nach dem Existenz- und Eindeutigkeitssatz genau eine Lösung, nämlich $y(x) = x$.

- Das charakteristische Polynom der DGL $y'''(x) - 2y''(x) + y(x) = 0$ lautet $\lambda^3 - 2\lambda^2 + \lambda$.
- Für Schwartz-Funktionen f, g, h gilt $f * (g * h) = (f * g) * h$. (Äquivalent: "Das Faltungsprodukt ist assoziativ.")
- Alle reellen Lösungen $u(x, y)$ der Laplace-Gleichung $u_{xx} + u_{yy} = 0$ lassen sich mit geeigneten Funktionen X, Y in der Form $u(x, y) = X(x)Y(y)$ anschreiben.