1. Aufgabe: *(40 Punkte)*

Lösung:

a) Ermittle Reaktionsfunktion und zugehörigen Gewinn

$$\pi_2(x_2) = (6 - x_1 - x_2)x_2 - 2x_2 - f$$

$$\pi_2(x_2)' = 6 - x_1 - 2x_2 - 2 = 0 \iff \boxed{x_2^R(x_1) = \frac{4 - x_1}{2}}$$

$$\pi_2(x_2 = x_2^R(x_1)) = \left(6 - x_1 - \frac{4 - x_1}{2} - 2\right)\frac{4 - x_1}{2} - f = \boxed{\left(\frac{4 - x_1}{2}\right)^2 - f}$$

Beachte: Die Lösung war gegeben, die Rechnung musste gezeigt werden.

b)

$$\text{Annahme } f = \frac{1}{4}: \qquad \left(\frac{4 - x_1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} \leq 0 \iff \boxed{x_1 \geq 3}.$$

c) Unternehmen 1 maximiert Gewinn gegeben die Reaktionsfunktion von Unternehmen 2: $x_2^R(x_1) = \frac{4-x_1}{2}$.

$$\pi_1(x_1, x_2^R(x_1)) = \left(6 - x_1 - \frac{4 - x_1}{2}\right)x_1 - \frac{x_1^2}{2}$$

$$\pi_1' = 6 - 2x_1 - 2 + x_1 - x_1 = 0 \iff \boxed{x_1 = 2}$$

Beachte: $x_1 = 2$ war gegeben, die Rechnung musste gezeigt werden.

Unternehmen 2 produziert nach Eintritt: $x_2^R(2) = \frac{4-2}{2} = \boxed{1}$.

d) $f = \frac{1}{4}$. Vergleiche die Gewinne $\pi_1(x_1, x_2)$ beider Situationen (mit und ohne Eintritt)

$$\text{kein Eintritt: } \pi_1(3, 0) = (6 - 3 - 0)3 - \frac{3^2}{2} = \frac{9}{2} = 4,5.$$

$$\text{Eintritt: } \pi_1(2, 1) = (6 - 2 - 1)2 - \frac{2^2}{2} = 4.$$

Somit ist es besser, den Eintritt zu verhindern.

e) Monopollösung: $\pi_1(x_1) = (6 - x_1)x_1 - \frac{x_1^2}{2} \Rightarrow \pi_1' = 0 \iff \boxed{x_1 = 2}$.

Unternehmen 2 würde bei dieser Menge nicht eintreten falls

$$\left(\frac{4 - 2}{2}\right)^2 - f \leq 0 \iff f \geq 1.$$

f) mehrere Lösungswege. Der Gewinn bei Preisdiskriminierung 1. Grades entspricht dem Wohfahrtsmaximum. Z.B. grafisch: $6 * 3/2 = 9$. Die Grenzkosten sind $C'(x) = x$. Effiziente Menge: $p = GK \iff 6 - x = x \iff x^{eff} = 3$. Wohlfahrtsmaximum:

$$W^{max} = \int_0^{x^{eff}} P(s) - C'(s)ds = \int_0^3 (6-s) - s\ ds = 9.$$

2. Aufgabe: *(30 Punkte)*

Lösung:

a) Substitute, da $\frac{\partial D_i}{\partial p_j} > 0$.

b)

$$\pi_1 = (2 - 2p_1 + p_2)p_1 \ \Rightarrow\ \frac{\partial \pi_1}{\partial p_1} = 2 - 4p_1 + p_2 = 0$$
$$p_1^R = \frac{2 + p_2}{4} \ \Rightarrow \text{ Symmetrie: } \Rightarrow 4p = 2 + p \Rightarrow p^* = \frac{2}{3}$$

c) Diese Vereinbarung entpricht dem Marktgleichgewicht, daher gibt es keinen Anreiz abzuweichen. Test mit Reaktionsfunktion aus b):

$$p_2^R = \frac{2 + p_1}{4} = \frac{2 + \frac{2}{3}}{4} = \frac{2}{3}, \text{wie vereinbart.}$$

d)

$$\pi^K = (2 - 2p_1 + p_2)p_1 + (4 - 2p_2 + p_1)p_2$$
$$p_1 : 2 - 4p_1 + p_2 + p_2 = 0$$
$$p_2 : p_1 + 4 - 4p_2 + p_1 = 0$$
$$\Rightarrow \boxed{p_1^K = \frac{4}{3}}, \boxed{p_2^K = \frac{5}{3}}.$$

e)

$$\pi_1^e = \frac{1}{3}p_1(2 - 2p_1 + p_{2L}) + \frac{2}{3}p_1(2 - 2p_1 + p_{2H})$$

f)

$$\frac{\partial \pi_1^e}{\partial p_1} = 2 - 4p_1 + \frac{1}{3}p_{2L} + \frac{2}{3}p_{2H} = 0$$
$$\Rightarrow \boxed{p_1^R = \frac{1}{2} + \frac{1}{12}p_{2L} + \frac{1}{6}p_{2H}}$$
$$\pi_2 = (a_2 - 2p_2 + p_1)p_2 \Rightarrow \pi_2' = a_2 - 4p_2 + p_1 \Rightarrow p_2^R = \frac{a_2 + p_1}{4}$$
$$\Rightarrow \boxed{p_{2L}^R = \frac{2 + p_1}{4}}, \quad \boxed{p_{2H}^R = \frac{4 + p_1}{4}}$$

3. Aufgabe: *(20 Punkte)*

Lösung:

a)

$$\pi_1 = (1 - q_1 - q_2)q_1 - \frac{3}{4}q_1$$
$$\pi_1' = 1 - 2q_1 - q_2 - \frac{3}{4} \overset{!}{=} 0$$
$$\text{Symmetrie: } q_1 = q_2 = q^C: \quad 1 - 2q^C - q^C - \frac{3}{4} \overset{!}{=} 0 \quad \Longleftrightarrow \quad \boxed{q^C = \frac{1}{12}}.$$

b)

$$\pi_2 = (1 - q_1 - q_2)q_2 - \frac{3}{4}q_2$$
$$\pi_2' = 1 - q_1 - 2q_2 - \frac{3}{4} = 0$$
$$q_2^R = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{4} - q_1\right) \overset{!}{\leq} 0 \quad \Longleftrightarrow \quad \boxed{q_1 \geq \frac{1}{4}}.$$

c)

$$\pi_1' = 1 - 2q_1 - q_2 - \frac{1}{2} \overset{!}{=} 0 \Longleftrightarrow \frac{1}{2} - 2q_1 = q_2 \Longleftrightarrow 1 - 4q_1 = 2q_2 \quad (*)$$
$$\pi_2' = 1 - q_1 - 2q_2 - \frac{3}{4} = 0 \Longleftrightarrow \frac{1}{4} - q_1 = 2q_2 \quad (**)$$
$$(^*) \text{ und } (^{**}) \text{ gleichsetzen: } 2 - 4q_1 = 1 - q_1 \quad \Longleftrightarrow \quad \boxed{q_1^C = \frac{1}{4}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{q_2^C = 0}.$$