Dr. Thomas Giebe
Dr. Vera Angelova

Industrieökonomik
KLAUSUR SS 2014

17. Juli 2014

Vorname, Name: ____________________________

Matrikelnummer: ____________________________

Studiengang: ____________________________

Unterschrift: ____________________________

Lösen Sie die **drei** Aufgaben!

Geben Sie zu Ihren Ergebnissen **immer den Lösungsweg** an. Ergebnisse, deren Ermittlung nicht nachvollzogen werden kann, werden **nicht gewertet**!

Erlaubtes Hilfsmittel: Nichtprogrammierbarer Taschenrechner.

VIEL ERFOLG!

---

1. Aufgabe: *(30 Punkte)*

Betrachten Sie einen heterogenen Duopolmarkt mit den Unternehmen 1 und 2. Die Nachfrage nach ihrem jeweiligen Produkt ist

$$D_1(p_1, p_2) = 60 - p_1 - p_2 \quad \text{und} \quad D_2(p_1, p_2) = 60 - p_2 - p_1$$

Die Produktion der Güter verursacht keine Kosten.

a) Nehmen Sie an, dass die Unternehmen ihre Preise gleichzeitig wählen. Berechnen Sie die Gleichgewichtspreise p_1^* und p_2^* sowie die Gewinne im Gleichgewicht.

b) Betrachten Sie nun ein Kartell der beiden Unternehmen. Welcher Kollusionspreis p^k maximiert den gemeinsamen Kartellgewinn? Wie hoch ist dieser maximale Gewinn?

c) Bestimmen Sie den maximalen Gewinn, den ein Unternehmen erzielen kann, wenn es einseitig von der kollusiven Vereinbarung abweicht.

d) Zeigen Sie, dass die kollusive Vereinbarung aus b) bei unendlich wiederholtem Marktspiel stabil sein kann, wenn der Diskontfaktor der Unternehmen die Bedingung $\delta \geq 9/17$ erfüllt.

e) Das unendlich wiederholte Marktspiel aus d) wird wie folgt modifiziert: Eine Abweichung von der kollusiven Vereinbarung wird nicht nach einer sondern erst nach zwei Runden entdeckt. Wie verändert sich dadurch die Gleichgewichtsbedingung für ein stabiles Kartell? (Hinweis: Geben Sie nur die Bedingung an; keine Berechnung erforderlich.)

Hinweise für das unendliche Marktspiel:

- Nehmen Sie wie üblich an, dass beide Unternehmen die folgende Strategie spielen: "Wähle $p = p^k$ in der ersten und jeder folgenden Periode, wenn in jeder früheren Periode beide Unternehmen $p = p^k$ gewählt haben. Ansonsten wähle für immer den Gleichgewichtspreis des einmalig gespielten Marktspiels."
- Beachten Sie, dass $1 + \delta + \delta^2 + ... = \frac{1}{1-\delta}$ und $\delta + \delta^2 + \delta^3 + ... = \frac{\delta}{1-\delta}$.

Lösung:

a)
$$\max \pi_1 = (60 - p_1 - p_2) \cdot p_1$$
$$\frac{\partial \pi_1}{\partial p_1} = 60 - 2p_1 - p_2 = 0 \Rightarrow p_1^R = \frac{60 - p_2}{2}$$

Symmetrie annehmen, d.h. $p_1 = p_2 = p$:

$$60 - 2p - p = 0 \Leftrightarrow p^* = 20 \Rightarrow \pi_i = (60 - 40) \cdot 20 = 400$$

b) Symmetrie annehmen und den gemeinsamen Gewinn maximieren:

$$\max 2\pi = 2 \cdot (60 - p - p) \cdot p = 2 \cdot (60 - 2p)p$$
$$\frac{\partial \pi}{\partial p} = 2(60 - 4p) = 0 \Rightarrow p^k = 15$$
$$\pi^k = 2(60 - 2 \cdot 15) \cdot 15 = 900 \Rightarrow \pi_i = 450$$

c)
$$p_1^R(15) = \frac{60 - 15}{2} = 22,5$$
$$\pi_{Abw} = (60 - 15 - 22,5) \cdot 22,5 = 506,25$$

d)
$$\delta \geq \frac{\pi^a - \pi^k}{\pi^a - \pi^w} = \frac{506,25 - 450}{506,25 - 400} = 0,529411 = \frac{9}{17}$$

e) Stabile Vereinbarung bei zwei Perioden bis Entdeckung:

$$\frac{\pi^k}{1 - \delta} \geq \pi^a(1 + \delta) + \frac{\pi^w \delta^2}{1 - \delta}.$$

2. Aufgabe: *(30 Punkte)*

In einem homogenen Markt ist die (inverse) Nachfrage $P(x) = 8 - x$. Unternehmen 1 ist bereits im Markt und hat keine Kosten. Unternehmen 2 muss fixe Kosten f aufbringen, um in den Markt einzutreten. Die variablen Kosten sind gleich Null. Unternehmen 1 wählt zuerst seine Menge x_1, danach beobachtet Unternehmen 2 die Menge x_1 und entscheidet dann, ob es in den Markt eintritt und, gegebenenfalls, welche Menge x_2 es produziert. Anschließend wird die Gesamtmenge $x_1 + x_2$ zum markträumenden Preis verkauft.

a) Berechnen Sie die Cournot-Reaktionsfunktion von Unternehmen 2. Zeigen Sie, dass Unternehmen 2 bei Markteintritt den maximalen Gewinn $\left(\frac{8-x_1}{2}\right)^2 - f$ erzielt, wenn Unternehmen 1 die Menge x_1 produziert ($x_1 < 8$).

b) Nehmen Sie nun an, dass $f = 1$. Bestimmen Sie alle Mengen x_1 mit denen Unternehmen 1 verhindern kann, dass Unternehmen 2 in den Markt eintritt.

c) Zeigen Sie, dass Unternehmen 1 die Menge $x_1 = 4$ wählt, wenn es nicht darauf abzielt, den Markteintritt von Unternehmen 2 zu verhindern. Welche Menge wählt dann Unternehmen 2 unter der Annahme dass es in den Markt eingetreten ist?

d) Ist es für Unternehmen 1 optimal, den Marktzutritt zu verhindern, wenn $f = 1$?

e) Zeigen Sie, dass für Unternehmen 1 die Monopolmenge $x_1 = 4$ ist. Wie hoch müssen die Fixkosten f mindestens sein, damit Unternehmen 1 bereits mit seiner Monopolmenge einen Eintritt verhindern kann?

Lösung:

a) Ermittle Reaktionsfunktion und zugehörigen Gewinn

$$\pi_2(x_2) = (8 - x_1 - x_2)x_2 - f$$
$$\pi_2(x_2)' = 8 - x_1 - 2x_2 = 0 \iff \boxed{x_2^R(x_1) = \frac{8 - x_1}{2}}$$
$$\pi_2(x_2 = x_2^R(x_1)) = \left(8 - x_1 - \frac{8 - x_1}{2}\right)\frac{8 - x_1}{2} - f = \boxed{\left(\frac{8 - x_1}{2}\right)^2 - f}$$

b) $f = 1$.

$$\left(\frac{8 - x_1}{2}\right)^2 - 1 \leq 0 \iff \boxed{x_1 \geq 6}.$$

c) Unternehmen 1 maximiert Gewinn gegeben die Reaktionsfunktion von Unternehmen 2: $x_2^R(x_1) = \frac{8-x_1}{2}$ spielt.

$$\pi_1(x_1, x_2^R(x_1)) = \left(8 - x_1 - \frac{8 - x_1}{2}\right)x_1 = \frac{1}{2}(8 - x_1)x_1$$
$$\pi_1' = \frac{1}{2}(8 - 2x_1) = 0 \iff \boxed{x_1 = 4}$$

Unternehmen 2 produziert nach Eintritt: $x_2^R(4) = \frac{8-4}{2} = \boxed{2}$.

d) $f = 1$. Vergleiche die Gewinn beider Situationen (mit und ohne Eintritt)

$$\pi_1(6, 0) = (8 - 6 - 0)6 = 12.$$
$$\pi_1(4, 2) = (8 - 4 - 2)4 = 8.$$

Somit ist es besser, den Eintritt zu verhindern.

e) Monopollösung: $\pi_1(x_1) = (8 - x_1)x_1 \Rightarrow \pi_1' = 0 \iff \boxed{x_1 = 4}$.
Unternehmen 2 würde bei dieser Menge nicht eintreten falls

$$\left(\frac{8 - 4}{2}\right)^2 - f \leq 0 \iff f \geq 4.$$

3. Aufgabe: *(30 Punkte)*

Ein Monopolist produziert ein Gut in der Menge q zu Kosten von $C(q) = q^2$. Die inverse Marktnachfrage ist $P(q) = 1 - q$.

a) Geben Sie die Monopollösung (d.h. die Menge q^M und den Preis p^M) und den maximalen Gewinn (π^M) des Monopolisten an.

Angenommen der Monopolist bietet das Gut über zwei Perioden t_1 und t_2 mit den Mengen q_1 und q_2 an. Das Gut kann immer nur eine Periode lang verwendent werden, d.h. die Nachfragefunktion in Periode 1 ist $P(q_1) = 1 - q_1$ und in Periode 2 beträgt sie $P(q_2) = 1 - q_2$. Die Produktionskosten in t_1 seien gegeben durch $C_1(q_1) = q_1^2$. Die Produktionskosten in t_2 hängen sowohl von der in t_2 als auch von der in t_1 produzierten Menge ab: $C_2(q_1, q_2) = (q_1 + q_2)^2$. Der Monopolist diskontiert Zahlungen aus Periode 2 nicht ab (d.h. der Diskontfaktor ist $\delta = 1$).

b) Bestimmen Sie die Monopollösung (q_1^*, q_2^*, p_1^*, p_2^*) und den maximalen Gewinn des Monopolisten.

c) Erklären Sie intuitiv, warum sowohl q_1^* als auch q_2^* (aus Teilaufgabe b)) kleiner sind als q^M (aus Teilaufgabe a)).

Lösung:

a) $q^M =?$, $p^M =?$, $\pi^M =?$

$$\pi(q) = (1-q)q - q^2$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial q} = 1 - 2q - 2q = 0 \Rightarrow q^M = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow p^M = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \pi^M = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} - (\frac{1}{4})^2 = \frac{1}{8} = 0,125$$

b) $q_1^M =?$, $q_2^M =?$, $p_1^M =?$, $p_2^M =?$, $\pi^M =?$

$$\pi(q_1, q_2) = (1-q_1)q_1 - q_1^2 + (1-q_2)q_2 - (q_1+q_2)^2$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial q_1} = 1 - 2q_1 - 2q_1 - 2(q_1+q_2) = 0$$

$$\Leftrightarrow 1 - 4q_1 = 2(q_1+q_2)$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial q_2} = 1 - 2q_2 - 2(q_1+q_2) = 0$$

$$\Leftrightarrow 1 - 2q_2 = 2(q_1+q_2)$$

$$\Rightarrow 2q_1 = q_2$$

$$\Rightarrow 1 - 4q_1 = 2(q_1 + 2q_1) \Leftrightarrow 1 - 4q_1 = 6q_1 \Leftrightarrow 1 = 10q_1 \Leftrightarrow q_1^M = \frac{1}{10} \Rightarrow q_2^M = \frac{2}{10}$$

$$\Rightarrow p_1^M = \frac{9}{10},\ p_2^M = \frac{8}{10}$$

$$\Rightarrow \pi^M = \frac{9}{10} \cdot \frac{1}{10} - (\frac{1}{10})^2 + \frac{8}{10} \cdot \frac{2}{10} - (\frac{1}{10} + \frac{2}{10})^2 = \frac{3}{20} = 0,15$$

c) Gegenüber Teilaufgabe a) sind beide Mengen nun kleiner und auch der Gewinn pro Periode ist gesunken. Erklärung: Die Technologie in Teilaufgabe b) stimmt in Periode 1 mit der Technologie aus Teilaufgabe a) überein. In Periode 2 sind die Kosten jedoch höher, und sie steigen mit der Menge aus Periode 1. Daher ist es optimal in beiden Perioden weniger zu produzieren (in Periode 2 wegen der höheren Kosten, und in Periode 1, um die Kosten in Periode 2 niedrig zu halten). In beiden Perioden ist die Menge also kleiner als im simplen Monopol in Teilaufgabe a). Daher muss der Gewinn (bei gleichzeitig ungünstigeren Kosten) fallen.

   Die Menge in 1. ist kleiner als die Mengen in 2. Das liegt an den höheren Produktionskosten des Monopolisten in 2.