Berlin, 16. Februar 2016

Name: .... **Matr.-Nr.: ....**

Klausur Informatik-Propädeutikum

(Niedermeier/Froese/Chen, Wintersemester 2015/16)

Bearbeitungszeit: 90 Minuten
Max. Punktezahl: 100 Punkte

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Σ

Allgemeine Hinweise:

- Es sind keinerlei Hilfsmittel erlaubt.
- Benutzen Sie keinen Bleistift, sondern einen Kugelschreiber oder Füller in der Farbe schwarz oder blau.
- Beschriften Sie jedes Blatt mit Vor- und Nachnamen sowie Matrikelnummer.
- Bei allen Multiple-Choice-Fragen ist immer **mindestens eine** Antwort richtig. Bei Ankreuzen einer falschen Antwort gibt es für die jeweilige Aufgabe **0 Punkte**!

Viel Erfolg!

Problemdefinitionen

Bipartites Matching
Eingabe: Ein ungerichteter bipartiter Graph G und eine natürliche Zahl $k > 0$.
Frage: Gibt es k Kanten in G, sodass kein Knoten Endpunkt von mehr als einer dieser Kanten ist?

Dominating Set
Eingabe: Ein ungerichteter Graph G und eine natürliche Zahl $k > 0$.
Frage: Gibt es k Knoten in G, sodass jeder andere Knoten mindestens einen dieser k Knoten als Nachbarn hat?

Erfüllbarkeitsproblem der Aussagenlogik
Eingabe: Aussagenlogische Formel F.
Frage: Ist F erfüllbar, d.h. gibt es eine $\{0, 1\}$-wertige Belegung der in F verwendeten Booleschen Variablen derart, dass F zu *wahr* (d.h. 1) ausgewertet wird?

Euler-Kreis
Eingabe: Ein ungerichteter Graph.
Frage: Gibt es eine Route durch den Graphen, die jede Kante genau einmal besucht und zum Ausgangsknoten zurückkehrt?

Hamilton-Kreis
Eingabe: Ein ungerichteter Graph.
Frage: Gibt es eine Route durch den Graphen, die jeden Knoten genau einmal durchläuft und dann zum Ausgangsknoten zurückkehrt?

Independent Set
Eingabe: Ein ungerichteter Graph G und eine natürliche Zahl $k > 0$.
Frage: Gibt es k Knoten in G, die paarweise untereinander nicht mit einer Kante verbunden (adjazent) sind?

Interval Scheduling
Eingabe: Eine Menge von „Jobs“ mit Start- und Endzeiten.
Frage: Wieviele Jobs können maximal abgearbeitet werden, sodass keine zwei Jobs gleichzeitig ausgeführt werden?

k-Coloring
Eingabe: Ein ungerichteter Graph.
Frage: Lassen sich die Knoten des Graphen mit k Farben so färben, dass keine zwei mit einer Kante verbundenen Knoten die gleiche Farbe haben?

Traveling Salesperson (TSP)
Eingabe: n Punkte mit paarweisen Abständen und eine Zahl ℓ.
Frage: Gibt es eine Rundtour der Länge $\leq \ell$, die alle Punkte genau einmal besucht?

Vertex Cover
Eingabe: Ein ungerichteter Graph G und eine natürliche Zahl $k > 0$.
Frage: Gibt es k Knoten in G, sodass jede Kante in G mindestens einen dieser Knoten als Endpunkt hat?

Name: .... **Matr.-Nr.: ....**

Aufgabe 1: **Monte Carlo** (4 Punkte)

Was ist ein Monte-Carlo-Algorithmus?

- [ ] Ein Algorithmus, der immer eine korrekte Lösung liefert, aber womöglich nie terminiert.
- [ ] Ein rekursiver Algorithmus zur Spielbaumauswertung.
- [X] Ein Algorithmus, der immer terminiert, aber mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit ein falsches Ergebnis liefert.
- [ ] Ein Algorithmus, der nie ein korrektes Ergebnis liefert.

Aufgabe 2: **Allgemeines** (4 Punkte)

Welche der folgenden Begriffe sind für die Informatik wichtig?

- [X] Münzwurf
- [X] Landkartenfärben
- [ ] Unkreativität
- [X] Primzahlen
- [X] Speisende Philosophen

Aufgabe 3: **Historisches** (4 Punkte)

Welche der folgenden Aussagen sind korrekt?

- [ ] Konrad Zuse war ein Berliner Bauingenieur ohne Informatikbezug.
- [X] Der Euklidische Algorithmus berechnet den größten gemeinsamen Teiler zweier ganzer Zahlen.
- [X] Die Analytical Engine von Charles Babbage gilt als erste „universelle Rechenmaschine“.
- [X] Alan Turing, der Erfinder der Turingmaschine, gilt als einer der Begründer der theoretischen Informatik.

Aufgabe 4: **NP-schwere Probleme** (4 Punkte)

Welche der folgenden Probleme sind als NP-schwer bekannt?

- [ ] Bipartites Matching
- [X] Erfüllbarkeitsproblem der Aussagenlogik
- [X] 3-Coloring
- [ ] Interval Scheduling

Name: .... **Matr.-Nr.: ....**

Aufgabe 5: **Allgemeines** (4+4+4+4 Punkte)

Beschreiben Sie in **maximal 2 Sätzen** für jedes der untenstehenden Begriffspaare, was dieses verbindet.

(a) Abstraktion und Graphentheorie

(b) Effizienz und Heuristiken

(c) Rekursion und Ackermannfunktion

(d) Böse Gegenspieler und Zufall

Name: .... **Matr.-Nr.: ....**

Aufgabe 6: **Graphmodellierung** (7+7 Punkte)

Modellieren Sie die folgenden Fragestellungen als Graphprobleme. Unter welchem Namen tauchen Ihre Graphprobleme in der Vorlesung auf?

(a) In einem Eisenbahnnetz existieren n Bahnhöfe, die untereinander über Schienen verbunden sind. Da es bei den Zügen immer wieder zu Ausfällen und Schäden kommt, sodass diese repariert werden müssen, möchte die Bahngesellschaft in einigen Bahnhöfen Werkstätten einrichten. In diese können defekte Züge dann zur Reparatur gebracht werden. Damit ein defekter Zug möglichst schnell repariert werden kann, soll von jedem Bahnhof aus eine Werkstatt erreichbar sein. Aus Kostengründen sollen daher möglichst wenige Bahnhöfe mit Werkstätten ausgestattet werden, sodass von jedem Bahnhof aus mindestens eine Werkstatt in höchstens einer Station Entfernung liegt.

Welchem Graphproblem entspricht dieses Problem?

- [ ] Vertex Cover
- [x] Dominating Set
- [ ] Bipartites Matching
- [ ] Travelling Salesperson

(b) An einem Seminar wollen n Menschen teilnehmen. Es stehen dazu eine Menge von m möglichen Vortragsthemen zur Auswahl. Dabei gilt, dass jeder Mensch maximal ein Thema vorstellen darf und jedes Thema auch nur von maximal einem Menschen vorgetragen werden darf. Natürlich möchte nicht jeder Mensch zu jedem Thema einen Vortrag halten. Daher gibt jeder Mensch eine Teilmenge der Themen an, zu denen er einen Vortrag halten möchte. Das Ziel ist nun, die Vortragsthemen so an die Menschen zu verteilen, dass möglichst viele Menschen ein von ihnen akzeptiertes Vortragsthema erhalten. Es sollen also möglichst viele Menschen am Seminar teilnehmen.

Welchem Graphproblem entspricht dieses Problem?

- [x] Bipartites Matching
- [ ] 3-Coloring
- [ ] Independent Set
- [ ] Hamilton-Kreis

Name: .... **Matr.-Nr.: ....**

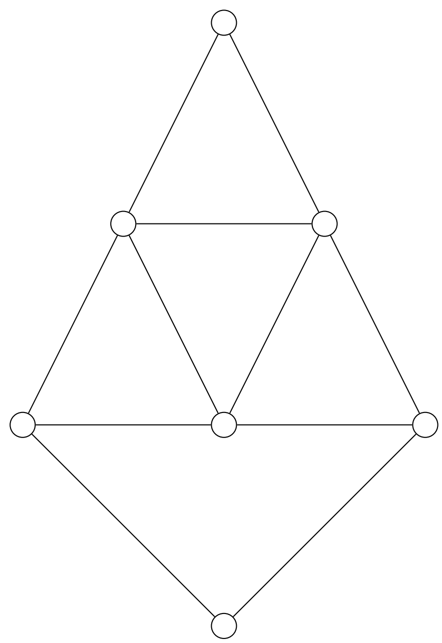
Aufgabe 7: **Persönlichkeiten der Informatik** (4+4+4 Punkte)

Nennen Sie drei berühmte wissenschafltiche Persönlichkeiten und beschreiben Sie jeweils in **maximal 2 Sätzen** die Bedeutung der Person für die Informatik.

Name: .... **Matr.-Nr.: ....**

Aufgabe 8: **Grapheigenschaften** (12 Punkte)

Betrachten Sie den folgenden Graphen.



Welche der folgenden Aussagen sind korrekt?

- [X] Der Graph hat ein Vertex Cover der Größe 4.
- [X] Der Graph hat kein Independent Set der Größe 4.
- [X] Der Graph hat ein Dominating Set der Größe 2.
- [ ] Der Graph hat einen Euler-Kreis.
- [ ] Der Graph ist 2-färbbar.
- [X] Das größte Independent Set im Graph hat die Größe $7 - c$, wobei c die Größe seines kleinsten Vertex Covers ist.

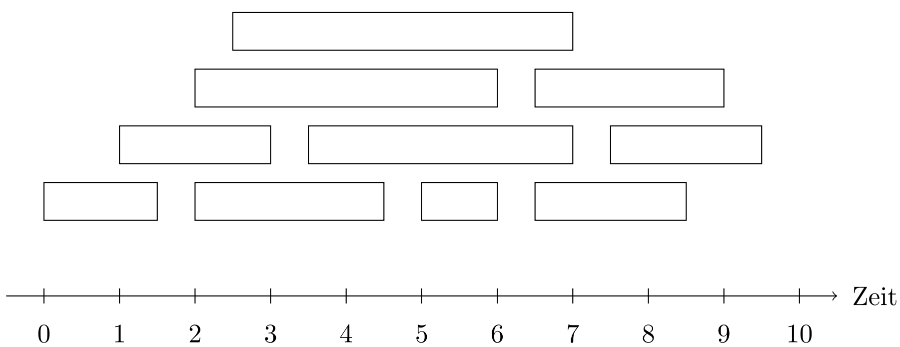
Name: .... **Matr.-Nr.:** ....

Aufgabe 9: **Heuristiken** (6+4 Punkte)

Zum Lösen des Interval Scheduling-Problems seien folgende zwei Heuristiken gegeben:

> **Heuristik A**: Solange noch Jobs vorhanden sind, wähle einen Job, der mit den wenigsten anderen Jobs überlappt und lösche alle anderen Jobs, die mit diesem überlappen.
>
> **Heuristik B**: Solange noch Jobs vorhanden sind, wähle einen Job mit frühester Endzeit und lösche alle anderen Jobs, die mit diesem überlappen.

(a) Wenden Sie obige Heuristiken auf die folgende Eingabe an. Welche der folgenden Aussagen sind korrekt?



- [ ] Heuristik A wählt mehr Jobs aus.
- [ ] Die beiden Heuristiken wählen dieselben Jobs aus.
- [ ] Heuristik B wählt mehr Jobs aus.
- [X] Die beiden Heuristiken wählen gleich viele Jobs aus.

(b) Welche der folgenden Aussagen über die obigen Heuristiken sind korrekt?

- [ ] Heuristik A wählt **immer** mehr Jobs aus als Heuristik B.
- [X] Heuristik A liefert **nicht immer** eine größtmögliche Menge nichtüberlappender Jobs.
- [ ] Heuristik A wählt **immer** mindestens so viele Jobs aus wie Heuristik B.
- [X] Heuristik B liefert **immer** eine größtmögliche Menge nichtüberlappender Jobs.

Name: .... **Matr.-Nr.: ....**

Aufgabe 10: **Kryptologie** (6 Punkte)

Beschreiben Sie kurz Kerckhoffs' Prinzip. Nennen Sie ein Beispiel für ein Verschlüsselungsverfahren, das dieses Prinzip berücksichtigt und begründen Sie, warum das Prinzip sinnvoll ist (**maximal 3 Sätze**).

Name: .... **Matr.-Nr.: ....**

Aufgabe 11: **Zufall** (4+4 Punkte)

Nennen Sie zwei Informatikanwendungen aus der Vorlesung, in denen Zufall zur Problemlösung eingesetzt wird. Beschreiben Sie jeweils kurz (**maximal 2 Sätze**), wie der Zufall eingesetzt wird.

Name: .... **Matr.-Nr.: ....**

Aufgabe 12: **Rekursion** (6 Punkte)

Betrachten Sie folgende Variante der Ackermann-Funktion $f\colon \mathbb{N} \times \mathbb{N} \to \mathbb{N}$.

$$\begin{aligned} f(m,1) &= 3, & \\ f(1,n) &= n+3 & \text{für } n \geq 2, \\ f(m,n) &= f(m-1, f(m,n-1)) & \text{für } m,n \geq 2. \end{aligned}$$

Welche Aussagen sind korrekt?

- [X] $f(3,2) < 10$.
- [ ] $f(2,2) > 100$.
- [X] $f(2,n) \leq 3n$ für alle $n \geq 4$.
- [X] $f(3,n) \geq 3^n$ für alle $n \geq 4$.