

Berlin, 24. Februar 2014

Name:

Matr.-Nr.:

Endkontrolle Informatik-Propädeutikum
(Ermel/Hartung/Nichterlein/Niedermeier, Wintersemester 2013/14)

1	
2	
3	
4	
5	
6	
Σ	

Bearbeitungszeit: 60 min.
max. Punktezahl: 60 Punkte

Allgemeine Hinweise:

- Es sind keinerlei Hilfsmittel erlaubt.
- Benutzen Sie keinen Bleistift, sondern einen Kugelschreiber oder Füller in der Farbe schwarz oder blau.
- Beschriften Sie jedes Blatt mit Vor- und Nachnamen sowie Matrikelnummer.
- **Falls in der Aufgabenstellung nicht explizit ausgeschlossen, sind alle Antworten zu begründen! Antworten ohne Begründung erhalten 0 Punkte.**

Viel Erfolg!

Name:

Matr.-Nr.:

Aufgabe 1: Euklidisches TSP

(10 Punkte)

Das TRAVELLING SALESPERSON Problem wurde in der Vorlesung wie folgt definiert:

TSP

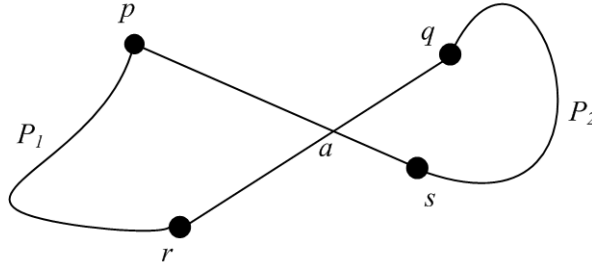
Eingabe: n Punkte mit paarweisen Abständen $d_{i,j}$

Aufgabe: Finde eine kürzeste Rundtour, die alle Punkte genau einmal besucht.

Ein Spezialfall ist das *Euklidische TSP*, bei dem alle Punkte in der (Euklidischen) Ebene liegen und ihr paarweiser Abstand sich aus den Entfernungen ergibt. Insbesondere gilt hier die Dreiecksungleichung.

Zeigen Sie, dass es in einer optimalen Rundtour beim Euklidischen TSP keine Überschneidungen gibt.

Gehen Sie dazu wie folgt vor: Sei eine Rundtour $T = (r, P_1, p, s, P_2, q, r)$ (mit geeigneten Pfaden P_1, P_2) gegeben, in der sich die Kanten ps und qr in a überschneiden. Der Einfachheit halber nehmen wir an, dass a mit keinem der anderen Punkte p, q, r, s zusammenfällt und dass p, q, r, s ein Viereck aufspannen, d.h. keine drei Punkte von p, q, r, s liegen auf einer Geraden.



Zeigen Sie nun, dass es eine andere Rundtour T' ohne Überschneidungen gibt, die die beiden Pfade P_1 und P_2 enthält, und die kürzer ist als T .

Name:

Matr.-Nr.:

Aufgabe 2: **Zentrale Begriffe**

(3+3+3+3 Punkte)

Zeigen Sie in jeweils maximal drei Sätzen Verknüpfungen innerhalb der Informatik zwischen folgenden Begriffpaaren auf (ggf. mit Beispiel).

- a) Zufall und Kryptologie
- b) Heuristiken und NP-schwere Probleme.
- c) Abstraktion und Computational Thinking
- d) Zero-Knowledge-Beweise und NP-vollständige Probleme

Name:

Matr.-Nr.:

Aufgabe 3: **Modellieren mit Graphen**

(4+4 Punkte)

Modellieren Sie die folgenden Fragestellungen als Graphprobleme. Unter welchem Namen tauchen Ihre Graphprobleme in der Vorlesung auf?

- a) Sie geben eine Party und wollen möglichst viele, aber mindestens k Ihrer n Freunde einladen. Allerdings gibt es unter diesen Freunden einige, die sich gegenseitig nicht laden können. Um keine schlechte Stimmung aufkommen zu lassen, können Sie von zwei Freunden, die sich gegenseitig unsympathisch sind, nicht beide einladen. Ihnen ist bekannt, welche Ihrer n Freunde sich gegenseitig unsympathisch sind. Die Aufgabe ist es, mindestens k Ihrer n Freunde auszuwählen und einzuladen.
- b) In einem Rechnernetz soll es bestimmte ausgezeichnete Rechner geben (Gateways). Verschiedene Rechnernetze kommunizieren nur über ihre Gateways miteinander. Deshalb soll gelten: Jeder Rechner, der kein Gateway ist, soll direkt mit einem Gateway verbunden sein, um Nachrichten über das Gateway nach außen übertragen zu können. Das Problem ist nun, möglichst wenige, aber höchstens k Rechner im Netz als Gateways zu bestimmen.

Name:

Matr.-Nr.:

Aufgabe 4: **Heuristiken für Vertex Cover**

(4 + 4 + 4 Punkte)

VERTEX COVER wurde in der Vorlesung wie folgt definiert:

VERTEX COVER

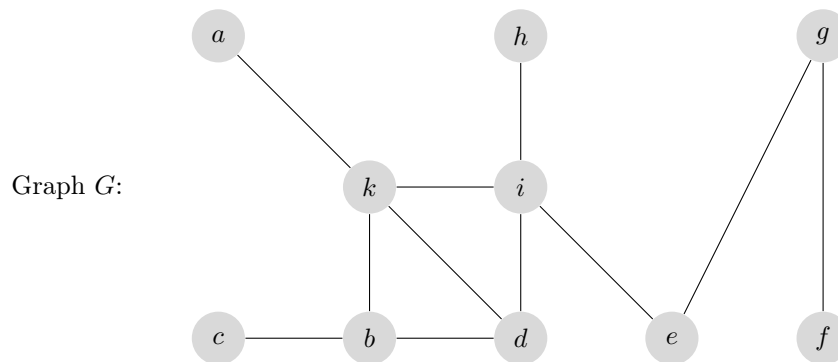
Eingabe: Ein ungerichteter Graph G .

Aufgabe: Finde eine kleinstmögliche Knotenmenge S in G , sodass jede Kante mindestens einen der Knoten in S als Endpunkt hat.

Gegeben sind die folgenden beiden Heuristiken für Vertex Cover und Graph G :

Heuristik 1: Solange es eine Kante gibt, wähle irgendeine, nimm beide Endpunkte dieser Kante in die Lösungsmenge und lösche diese zwei Knoten aus dem Graphen.

Heuristik 2: Solange es eine Kante gibt, nimm einen Knoten mit der höchsten Anzahl anliegender Kanten in die Lösungsmenge und lösche ihn aus dem Graphen.



- Geben Sie für den Graphen G jeweils eine von Heuristik 1 und eine von Heuristik 2 erzeugte Lösungsmenge an (ohne Begründung).
- Ist eine der zwei erzeugten Lösungsmengen optimal (d.h. kleinstmöglich)?
- Nur eine der beiden Heuristiken ist eine Faktor-2-Approximation, d.h. die von dieser Heuristik gelieferten Lösungsmengen sind bei beliebigen Eingabegraphen maximal doppelt so groß wie die optimalen Lösungsmengen. Welche der beiden Heuristiken ist die Faktor-2-Approximation?

Name:

Matr.-Nr.:

Aufgabe 5: **Persönlichkeiten**

(6 Punkte)

Nennen Sie zwei international zentrale Persönlichkeiten der Informatik und beschreiben Sie jeweils kurz (höchstens drei Sätze) deren herausragende wissenschaftlichen Leistungen.

Name:

Matr.-Nr.:

Aufgabe 6: **Kemeny-Verfahren**

(4+4+4 Punkte)

Gegeben sei eine Wahl mit n Wählern und m Kandidaten, wobei jeder Wähler eine Präferenzliste über die m Kandidaten hat. Der **Kendall-Tau-Abstand** zwischen zwei Präferenzlisten ist die Anzahl der unterschiedlich geordneten Kandidatenpaare. Die **Kemeny-Punktzahl** einer Präferenzliste ist die Summe der Kendall-Tau-Abstände zu allen Präferenzlisten. Eine **Kemeny-Konsensliste** ist eine Präferenzliste mit kleinstmöglicher Kemeny-Punktzahl.

Laut **Condorcet-Verfahren** gewinnt ein Kandidat, wenn er gegen jeden anderen Kandidaten die Mehrheit im direkten Vergleich erhält.

Sei eine Wahl mit 6 Wählern und 3 Kandidaten a, b, c gegeben. Die Präferenzlisten dieser 6 Wähler sehen so aus:

Wähler 1: $c \succ b \succ a$

Wähler 2: $b \succ a \succ c$

Wähler 3: $b \succ c \succ a$

Wähler 4: $a \succ b \succ c$

Wähler 5: $a \succ b \succ c$

Wähler 6: $a \succ b \succ c$

Die Präferenzlisten sind so zu verstehen: z.B. findet Wähler 1 den Kandidaten c am besten, gefolgt von b , und mag a am wenigsten.

- a) Hat obige Wahl einen Condorcet-Gewinner?
- b) Die kleinstmögliche Kemeny-Punktzahl einer Präferenzliste ist 6. Geben Sie eine mögliche Kemeny-Konsensliste für die obige Wahl an.
- c) Hat eine Wahl mit zwei Kandidaten immer einen Condorcet-Gewinner?