Fakultät IV

Klausur Informatik 2
3. März 2003

Jähnichen / Flik
Lechtchinsky / Neunast

Name: ....

Vorname: ....

Matr.-Nr.: ....

Bearbeitungszeit: 120 Minuten

- Als Hilfsmittel sind nur ein nicht programmierbarer Taschenrechner und ein doppelseitig, **in eigener Handschrift** beschriebenes DIN-A4-Blatt zugelassen.
- Benutzen Sie für die Lösung der Aufgaben nur das mit diesem Deckblatt ausgeteilte Papier. **Lösungen, die auf anderem Papier geschrieben werden, können nicht gewertet werden!**
- Schreiben Sie Ihre Lösungen auf das Aufgabenblatt der jeweiligen Aufgabe. Verwenden Sie auch die Rückseiten. **Schreiben Sie keine Lösungen einer Aufgabe auf ein Blatt, das nicht zu dieser Aufgabe gehört!** Wenn Sie zusätzliche, von uns ausgegebene Blätter verwenden, geben Sie unbedingt an, zu welcher Aufgabe die Lösung gehört!
- Schreiben Sie deutlich! Doppelte, unleserliche oder mehrdeutige Lösungen werden nicht gewertet!
- Schreiben Sie nur in **blau** oder **schwarz**. Lösungen, die mit Bleistift geschrieben sind, können nicht gewertet werden!
- Erscheint Ihnen eine Aufgabe mehrdeutig, wenden Sie sich an die Betreuer.
- Tragen Sie jetzt (vor Beginn der Bearbeitungszeit) auf *allen* Blättern Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer ein.

Aufgabe	Punkte	erreicht
1	12	
2	11	
3	10	
4	6	
5	5	
6	6	

1. Aufgabe (12 Punkte): Algorithmen und Datenstrukturen

In dieser Aufgabe sollen doppelt verkettete Listen von ganzen Zahlen als eine Java-Klasse realisiert werden. Dabei soll die folgende Definition wie unten angegeben erweitert werden:

```
class IntList {
  class Elem {
    int value;
    Elem prev;
    Elem next;
  }

  Elem first;
  Elem last;
}
```

1.1. Aufbau der Klasse Elem (1 Punkt) Bei welchen Instanzvariablen der Klasse Elem handelt es sich um Referenzen? Begründen Sie Ihre Antwort.

Lösung:

Die Variablen prev und next sind Referenzen, da es sich hierbei um Variablen von Klassentypen handelt. Die Variable value ist hingegen keine Referenz, da sie einen Basistyp speichert.

1.2. Leere Listen (1 Punkt) Wie läßt sich eine leere Liste als eine Instanz der Klasse IntList darstellen? Implementieren Sie eine Methode clear der Klasse IntList, die alle Elemente aus einer Liste entfernt.

Lösung:

Eine leere Liste kann durch ein Objekt repräsentiert werden, bei dem die Instanzvariablen first und last null sind.

```
void clear() {
  first = null;
  last = null;
}
```

1.3. Operationen auf Listen (4 Punkte) Implementieren Sie die folgenden Operationen als Methoden der Klasse IntList:

- append fügt eine gegebene ganze Zahl am Ende der Liste ein;
- removeLast entfernt das letzte Element aus der Liste;
- length liefert die Länge der Liste.

Lösung:

```
void append( int n ) {
  Elem elem = new Elem();
  elem.value = n;
  elem.prev = last;
  elem.next = null;
  if( last == null )
    first = elem;
  else
    last.next = elem;
  last = elem;
}

void removeLast() {
  if( first == last ) {
    first = null;
    last = null;
  } else {
    last.prev.next = null;
    last = last.prev;
  }
}

void length() {
  int len = 0;
  Elem elem = first;
  while( elem != null ) {
    ++len;
    elem = elem.next;
  }
  return len;
}
```

1.4. Aufwand von Listenoperationen (1 Punkt) Welchen Aufwand haben die in der vorigen Unteraufgabe implementierten Methoden append, removeLast und length? Begründen Sie Ihre Antwort.

Hinweis: Hier genügt eine verbale Begründung, ein vollständiger Beweis ist nicht notwendig. Diese Aufgabe kann auch gelöst werden, wenn Sie für die Methoden keine Implementierung angegeben haben.

Lösung:

Die Methoden append und removeLast haben einen konstanten Aufwand, da hier die Liste nicht traversiert werden muß. Dagegen ist der Aufwand von length linear in der Länge der Liste, da diese komplett traversiert wird.

1.5. Entfernen von Elementen (5 Punkte) Implementieren Sie eine Methode remove, die alle Vorkommen einer gegebenen ganzen Zahl aus einer Liste entfernt.

Lösung:

```
void remove( int n ) {
  Elem elem = first;
  while( elem != null ) {
    if( elem.value == n ) {
      if( elem.prev == null )
        first = elem.next;
      else
        elem.prev.next = elem.next;
      if( elem.next == null )
        last = elem.prev;
      else
        elem.next.prev = elem.prev;
    }
    elem = elem.next;
  }
}
```

2. Aufgabe (11 Punkte): Aufwandsabschätzung

Hinweis: Beachten Sie bei der Lösung dieser Aufgabe die Hinweise zur Aufwandsanalyse auf Seite 6.

2.1. $\mathcal{O}$-Kalkül (2 Punkte) Beweisen oder widerlegen Sie die folgende Behauptung (durch Argumentation, Beweis oder Gegenbeispiel): wenn f und g zwei Funktionen sind, dann gilt mindestens eine der folgenden Aussagen: $f \in \mathcal{O}(g)$ oder $g \in \mathcal{O}(f)$.

Hinweis: Beachten Sie, daß nicht alle Funktionen monoton sind.

Lösung:

Die Behauptung ist falsch. So gilt bei $f(n) = \begin{cases} n & \textit{falls } n \textit{ gerade ist} \\ 0 & \textit{falls } n \textit{ ungerade ist} \end{cases}$
und $g(n) = 1$ *keine der beiden Aussagen.*

2.2. Die Klassen $\mathcal{O}$, Ω und Θ (3 Punkte) Bestimmen Sie für die im folgenden angegebenen Funktionen, ob f Element der Klassen $\mathcal{O}(g)$, $\Omega(g)$ und $\Theta(g)$ ist. Geben Sie für *jede* dieser Klassen eine Antwort mit Begründung.

$$\begin{aligned} f(n) &= 3n^{\frac{10}{3}} + 5n - 3 \\ g(n) &= n^3 \end{aligned}$$

Lösung:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{3n^{\frac{10}{3}} + 5n - 3}{n^3} = \lim_{n\to\infty} \frac{3n^3\sqrt[3]{n}}{n^3} + \lim_{n\to\infty} \frac{5n}{n^3} - \lim_{n\to\infty} \frac{3}{n^3} = \lim_{n\to\infty} 3\sqrt[3]{n} = \infty$$

Der Grenzwert f/g divergiert. Damit ist $f \in \Omega(g)$, aber $f \notin \mathcal{O}(g)$ und somit auch $f \notin \Theta(g)$.

2.3. Aufwand von Methoden (5 Punkte) Die im folgenden definierten Methoden berechnen für ein gegebenes n den Wert 2^n einmal iterativ (pow2It) und einmal rekursiv (pow2Rec). Leiten Sie die Aufwandsfunktionen für die beiden Methoden her, bestimmen sie die kleinsten Aufwandsklassen, zu denen die Funktionen gehören, und vergleichen Sie diese. Die Herleitungen müssen nachvollziehbar sein (Zeilenbezug, verwendete Regeln usw.). Falls Sie Rekurrenzgleichungen verwenden, geben Sie die Nummer der Gleichung sowie die Werte der Konstanten c, b und k an (vgl. Tabelle auf Seite 6).

```
1  public static int pow2It( int n ) {
2    int x = 1;
3    for( int i = 0; i < n; i++ )
4      x = x + x;
5    return x;
6  }
7
8  public static int pow2Rec( int n ) {
9    if ( n == 0 )
10     return 1;
11   else
12     return pow2Rec(n - 1) + pow2Rec(n - 1);
13 }
```

Lösung:

```
public static int pow2It( int n ) {
  int x = 1;                        // 1 Schritt
  for( int i = 0;                   // 1 Schritt
       i < n;                       // 1 Schritt, n mal
       i++ )                        // 1 Schritt, n mal
    x = x + x;                      // 2 Schritte, n mal
  return x;                         // 1 Schritt
}

public static int pow2Rec( int n ) {
  if( n == 0 )                      // 1 Schritt
    return 1;                       // 1 Schritt
  else
    return pow2Rec(n - 1)           // 5 + 2A(n - 1) Schritte
         + pow2Rec(n - 1);
}
```

Die Aufwandsfunktion A_{pow2It} der Methode pow2It ist somit durch

$$\begin{aligned}
A_{pow2It}(n) &= \underbrace{1}_{2} + \underbrace{1}_{3} + \sum_{k=0}^{n-1}\left(\underbrace{1}_{3} + \underbrace{1}_{3} + \underbrace{2}_{4}\right) + \underbrace{1}_{5} \\
&= 3 + \sum_{k=0}^{n-1}(4) \\
&= 3 + 4n
\end{aligned}$$

gegeben. Als Aufwandsklasse ergibt sich damit $A_{pow2It} \in \mathcal{O}(n)$.
Die Aufwandsfunktion $A_{pow2Rec}$ der Methode pow2Rec ist durch

$$\begin{aligned}
A_{pow2Rec}(0) &= \underbrace{1}_{9} + \underbrace{1}_{10} = 2 \\
A_{pow2Rec}(1) &= \underbrace{1}_{9} + \underbrace{5}_{12} + \underbrace{2A(0)}_{12} = 6 + 2A(0) = 10 \\
A_{pow2Rec}(2) &= 1 + 5 + 2A(1) = 6 + 2A(1) = 26 \\
A_{pow2Rec}(n) &= 6 + 2A(n-1) \text{ für } n > 0 \\
A_{pow2Rec}(n) &= 2A(n-1) + 6n^0 \text{ für } N > 0
\end{aligned}$$

gegeben. Damit hat diese nach Rekurrenzgleichung 2 mit $c = 2$, $b = 6$ und $k = 0$ die Aufwandsklasse $A_{pow2Rec} \in \mathcal{O}(2^n)$. Die rekursive Methode hat also einen höheren Aufwand.

2.4. Aufwandsreduzierung (1 Punkt) Verändern Sie die Methode pow2Rec aus der vorigen Unteraufgabe so, daß sie einen Aufwand hat, der unter $\mathcal{O}(n^2)$ liegt. Die Methode soll dabei die Berechnung weiterhin rekursiv durchführen. Welchen Aufwand hat Ihre Version der Methode?

Hinweis: Hier genügt eine verbale Begründung, die Aufwandsfunktion muß nicht hergeleitet werden.

Lösung:
Hierfür muß lediglich die arithmetische Gleichheit pow2Rec$(n-1)$+pow2Rec$(n-1) = 2$pow2Rec$(n-1)$ *ausgenutzt werden:*

```
public static int pow2Rec( int n ) {
  if( n == 0 )
    return 1;
  else
    return 2 * pow2Rec(n - 1);
}
```

Der Aufwand ist nun linear in n, da pow2Rec lediglich einmal pro Rekursionsebene aufgerufen wird.

Hinweise zur Aufwandsanalyse

Bestimmung der Aufwandsfunktionen

Bei der Bestimmung der Aufwandsfunktion einer Methode werden folgende Operationen als jeweils ein Schritt gezählt:

- arithmetische, logische und Vergleichsoperatoren,
- Zuweisungen,
- Funktionsaufrufe,
- return-Anweisungen.

Die übrigen Anweisungen wie if und for werden nicht gezählt.

Rekurrenzrelationen

Die Aufwandsklasse einer Methode, deren Aufwand durch eine rekursive Funktion A gegeben ist, läßt sich aus der folgenden Tabelle ablesen:

	Rekurrenzrelation		$\mathcal{O}(A)$
(1)	$A(n) = A(n-1) + bn^k$		$\mathcal{O}(n^{k+1})$
(2)	$A(n) = cA(n-1) + bn^k$	mit $c > 1$	$\mathcal{O}(c^n)$
(3)	$A(n) = cA(n/d) + bn^k$	mit $c > d^k$	$\mathcal{O}(n^{\log_d c})$
(4)	$A(n) = cA(n/d) + bn^k$	mit $c < d^k$	$\mathcal{O}(n^k)$
(5)	$A(n) = cA(n/d) + bn^k$	mit $c = d^k$	$\mathcal{O}(n^k \log n)$

3. Aufgabe (10 Punkte): Programmverifikation

3.1. Zuweisungen (3 Punkte) Betrachten Sie das folgende Programmfragment (die Variable i ist vom Typ int):

```
i = 0;
i = i + 1;
```

Geben Sie die allgemeinste Vorbedingung an, bei der die Variable i nach der Ausführung dieses Fragments den Wert 1 erhält. Beweisen Sie ausgehend von der von Ihnen gewählten Vorbedingung, daß das Programmfragment die Nachbedingung i = 1 erfüllt. Geben Sie an, welche Regeln des Hoare-Kalküls Sie in dem Beweis verwendet haben.

Lösung:
Die geforderte Nachbedingung ist bei jeder Vorbedingung erfüllt. Somit wählen wir $true$ als die allgemeinste Vorbedingung.

```
// PRE: true
// 0 = 0
i = 0;
// i = 0
// i + 1 = 1
i = i + 1;
// POST: i = 1
```

In dem obigen Beweis wurden das Zuweisungsaxiom und die Kompositionsregel verwendet.

3.2. Totale Korrektheit (1 Punkt) Was versteht man unter totaler Korrektheit eines Programms? Wie wird diese nachgewiesen?

Lösung:
Ein Programm ist total korrekt bezüglich einer Vorbedingung Q und einer Nachbedingung R genau dann, wenn das Programm für jeden Anfangszustand, in dem Q gilt, terminiert und einen Endzustand erzeugt, in dem R gilt.

3.3. Schleifen (6 Punkte) Betrachten Sie das folgende Programmfragment (die Variablen i, n und x sind vom Typ int):

```
i = 0;
while ( i != n ) {
  x = x + i;
  i = i + 1;
}
```

Nach der Ausführung des Fragments soll folgendes gelten: $x = \sum_{j=0}^{n-1} j$. Unter welcher Vorbedingung gilt dies? Beweisen Sie die totale Korrektheit des Programmfragments unter Annahme dieser Vorbedingung. Wie lautet bei Ihrem Beweis die Schleifeninvariante?

Hinweis: Die paritelle Korrektheit einer Schleife kann mit der folgenden Regel nachgewiesen werden:

$$\frac{\{I \wedge B\}\ \ P\ \ \{I\}}{\{I\}\ \ \text{while}\,(B)\ \ P;\ \ \{I \wedge \neg B\}}$$

Lösung:
Für die partielle Korrektheit ist es ausreichend, wenn vor der Ausführung des Programmfragments $x = 0$ gilt. Damit die Schleife auch terminiert, muß außerdem $n \geq 0$ gelten. Somit ergibt sich die folgende Vorbedingung: $x = 0 \wedge n \geq 0$.
Um die totale Korrektheit zu zeigen, muß neben der partiellen Korrektheit auch die Terminierung des Programmfragments bewiesen werden. Als Terminierungsfunktion wählen wir $\tau \equiv n - i$. Der folgende Beweis zeigt, daß das Fragment partiell korrekt ist und die Terminierungsfunktion mit jedem Schleifendurchlauf kleiner wird. Offensichtlich gilt $\tau = 0 \Rightarrow \neg(n \neq i)$. Somit ist das Programmfragment total korrekt bezüglich der gewählten Vorbedingung.

```
// PRE: (x = 0) ∧ (n ≥ 0)
// (x = 0) ∧ (0 ≤ n)
i = 0;
// (x = 0) ∧ (i ≤ n)
// I : (x = Σ_{j=0}^{i-1} j) ∧ (i ≤ n)
while ( i != n ) {
   // I ∧ (i ≠ n)                                            ∧ τ ≡(def) n − i = c
   // (x = Σ_{j=0}^{i-1} j) ∧ (i ≤ n) ∧ (i ≠ n)               ∧ n − i = c
   // (x + i = i + Σ_{j=0}^{i-1} j) ∧ (i < n)                 ∧ n − i = c
   // (x + i = Σ_{j=0}^{i} j) ∧ (i < n)                       ∧ n − i = c
   x = x + i;
   // (x = Σ_{j=0}^{i} j) ∧ (i < n)                           ∧ n − i = c
   // (x = Σ_{j=0}^{i+1-1} j) ∧ (i + 1 ≤ n)                   ∧ n − (i + 1) < c
   i = i + 1;
   // I                                                       ∧ τ ≡ n − i < c
}
// I ∧ (i = n)
// (x = Σ_{j=0}^{i-1} j) ∧ (i ≤ n) ∧ (i = n)
// (x = Σ_{j=0}^{i-1} j) ∧ (i = n)
// POST: (x = Σ_{j=0}^{n-1} j)
```

4. Aufgabe (6 Punkte): Assemblerprogrammierung

Hinweis: Gegeben ist die nachstehende VIP-Befehlstabelle.

4.1. (3 Punkte) Gegeben ist die folgende JAVA-Methode, die feststellt, wie häufig die Zahl n im Array a vorkommt.

```
int count (int[] a , int n) {
  int occurences = 0;
  int i = 0;
  while (i < a.length) {
    if (a[i] == n) occurences++;
    i++;
  }
  return occurences;
}
```

Schreiben Sie ein entsprechendes VIP-Assemblerprogramm, indem Sie die folgende Vorgabe vervollständigen. Kommentieren Sie das Programm.

```
            ORG 0
a           DAT 3, 4, 2, 3
n           DAT 3
occur       DAT 0
length      DAT 4
start       LDX #0          ; IX wird als i verwendet
```

Lösung:

```
            ORG 0
a           DAT 3, 4, 2, 3
n           DAT 3
occur       DAT 0
length      DAT 4
start       LDX #0          ; IX mit Null initialisieren
while       CMPX length     ; Vergleich: length, IX
            BEQ endcount    ; Abbruchbedingung: length = IX
            LDA a[IX]       ; a[IX] in AC laden
            CMP n           ; Vergleich: a[IX], n
            BNE next        ; a[IX] <> n: überspringe Erhöhung
            LDA occur       ; occur in AC laden
            ADD #1          ; occur++
            STA occur       ; occur speichern
next        ADDX #1         ; IX++
            JMP while       ; springe zu while
endcount    HLT
            END start
```

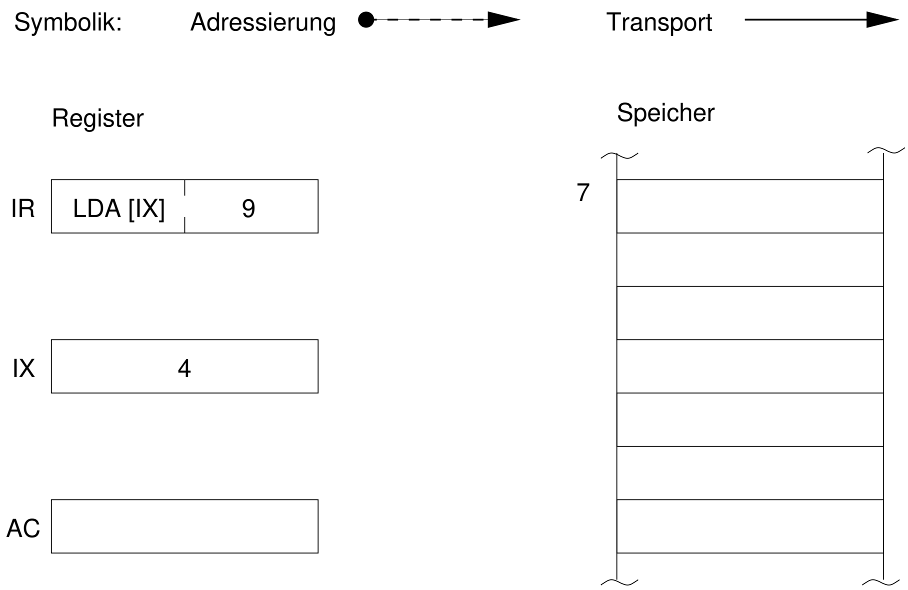
4.2. Assembleranweisungen (1 Punkt) Gegeben ist der folgende VIP-Assemblerprogrammausschnitt. Geben Sie die Werte im AC- und IX-Register nach Ausführung der Lade-Befehle an.

```
        ORG  1
A       RES  3
B       DAT  0
C       EQU  2
        LDA  #C
        LDX  #B
        :
```

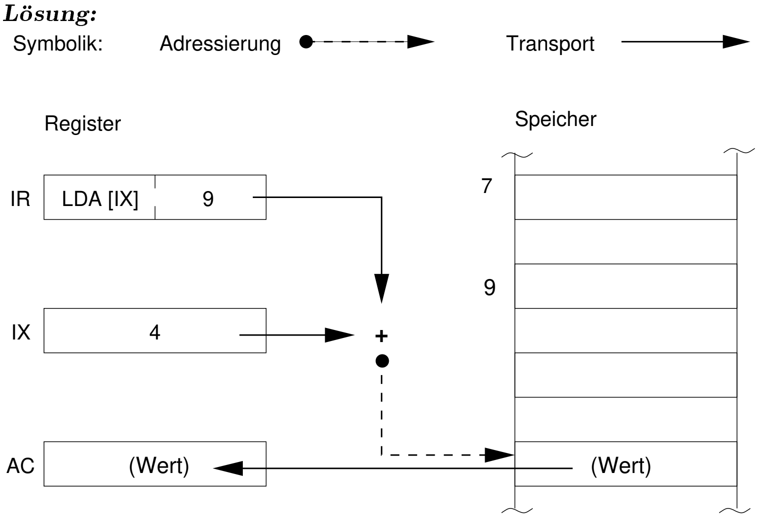
Lösung:

```
        ORG   1
A=1     RES   3
B=4     DAT   0
C=2     EQU   2
        LDA   #C
        LDX   #B
        :
AC = 2
IX = 4
```

4.3. Adressierungsarten (2 Punkte) Illustrieren Sie die Ausführung des im Instruktionsregister enthaltenen Befehls durch Zeichnen von Adressierungs- und Transportpfeilen im folgenden Bild:



Lösung:



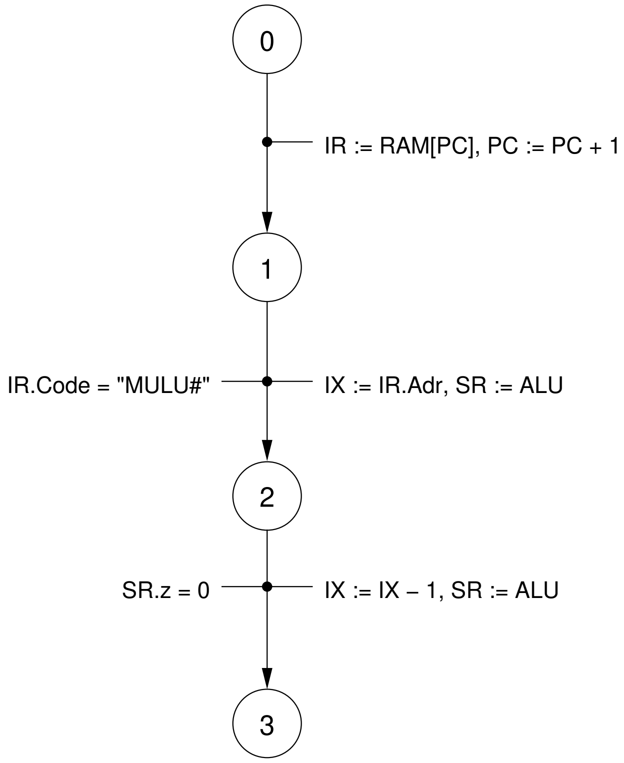
Befehl	Code (hex.)	SR-Inhalt z	n	v	c	Adressierungsarten	#	@	[IX]	Wirkung
HLT	00	-	-	-	-	-	-	-	-	Anhalten
NOP	01	-	-	-	-	-	-	-	-	Nichts
NOT	02	x	x	0	0	-	-	-	-	AC := ¬ AC (1-Komplement)
NEG	03	x	x	x	x	-	-	-	-	AC := 0 - AC (2-Komplement)
ASL	04	x	x	x	AC_{15}	-	-	-	-	AC := AC × 2
ASR	05	x	x	0	AC_0	-	-	-	-	AC := AC × 2^{-1}, AC_{15} := AC_{15}
LSL	06	x	x	0	AC_{15}	-	-	-	-	AC := AC × 2
LSR	07	x	x	0	AC_0	-	-	-	-	AC := AC × 2^{-1}, AC_{15} := 0
JMP	10	-	-	-	-	✓	-	-	-	PC := Op
BPL	11	-	-	-	-	✓	-	-	-	PC := Op, falls ≥ 0
BMI	12	-	-	-	-	✓	-	-	-	PC := Op, falls < 0
BCC	13	-	-	-	-	✓	-	-	-	PC := Op, falls kein Übertrag
BCS	14	-	-	-	-	✓	-	-	-	PC := Op, falls Übertrag
BVC	15	-	-	-	-	✓	-	-	-	PC := Op, falls kein Überlauf
BVS	16	-	-	-	-	✓	-	-	-	PC := Op, falls Überlauf
BEQ	17	-	-	-	-	✓	-	-	-	PC := Op, falls = (Null)
BNE	18	-	-	-	-	✓	-	-	-	PC := Op, falls ≠ (Null)
BGT	19	-	-	-	-	✓	-	-	-	PC := Op, falls >
BGE	1A	-	-	-	-	✓	-	-	-	PC := Op, falls ≥
BLE	1B	-	-	-	-	✓	-	-	-	PC := Op, falls ≤
BLT	1C	-	-	-	-	✓	-	-	-	PC := Op, falls <
BGTU	1D	-	-	-	-	✓	-	-	-	PC := Op, falls > (vorzeichenlos)
BGEU	13	-	-	-	-	✓	-	-	-	PC := Op, falls ≥ (vorzeichenlos)
BLEU	1E	-	-	-	-	✓	-	-	-	PC := Op, falls ≤ (vorzeichenlos)
BLTU	14	-	-	-	-	✓	-	-	-	PC := Op, falls < (vorzeichenlos)
LDA	20..23	x	x	0	0	✓	✓	✓	✓	AC := Op
LDX	28..2B	x	x	0	0	✓	✓	✓	✓	IX := Op
STA	30..33	-	-	-	-	✓	-	✓	✓	Op := AC
STX	38..3B	-	-	-	-	✓	-	✓	✓	Op := IX
ADD	40..43	x	x	x	x	✓	✓	✓	✓	AC := AC + Op
ADDX	48..4B	x	x	x	x	✓	✓	✓	✓	IX := IX + Op
SUB	50..53	x	x	x	x	✓	✓	✓	✓	AC := AC - Op
SUBX	58..5B	x	x	x	x	✓	✓	✓	✓	IX := IX - Op
CMP	60..63	x	x	x	x	✓	✓	✓	✓	AC - Op
CMPX	68..6B	x	x	x	x	✓	✓	✓	✓	IX - Op
AND	70..73	x	x	0	0	✓	✓	✓	✓	AC := AC ∧ Op (bitpaarweise)
OR	80..83	x	x	0	0	✓	✓	✓	✓	AC := AC ∨ Op (bitpaarweise)
XOR	90..93	x	x	0	0	✓	✓	✓	✓	AC := AC ⊕ Op (bitpaarweise)

5. Aufgabe (5 Punkte): VIP

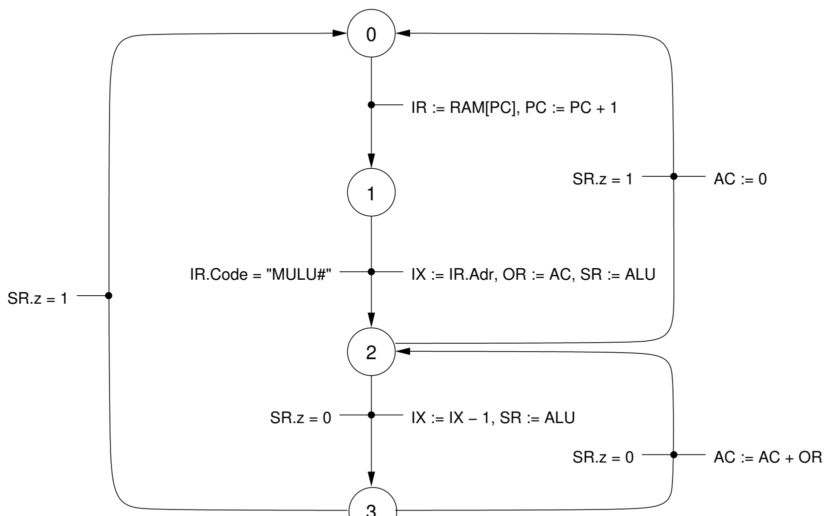
Gegeben ist das nachstehende, aus der Vorlesung bekannte VIP-Strukturbild.

5.1. Zustandsgraph (3 Punkte) Der VIP soll um einen Befehl "`MULU#`" mit der Codierung `0x1F` erweitert werden, der den Inhalt des Akkumulators mit einem Direktoperanden multipliziert. Beide Operanden werden dabei als vorzeichenlos interpretiert. (Es kann davon ausgegangen werden, daß der Direktoperand auf dem Weg zur ALU durch führende Nullen erweitert wird.) Die Multiplikation wird durch wiederholte Addition nachgebildet; das IX-Register wird dazu als Schleifenzähler verwendet, d.h. der vor der Befehlsausführung enthaltene Wert wird überschrieben.

Vervollständigen Sie den Zustandsgraphen für den "`MULU#`"-Befehl durch Hinzufügen fehlender Zustandsübergänge und Operationen.



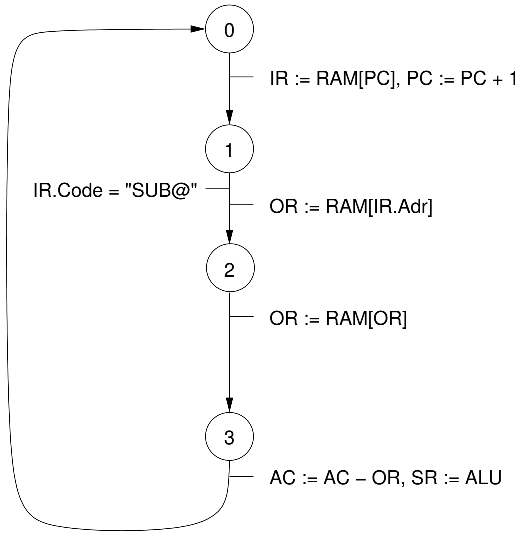
Lösung:



5.2. PLA-Tabelle (2 Punkte) Füllen Sie die PLA-Tabelle gemäß dem gegebenen Zustandsgraphen des Befehls "SUB @" mit der Codierung 0x52 aus. Irrelevante Tabellenplätze dürfen freigelassen werden.

Hinweis: Ausschnitt aus der ALU-Steuertabelle (X: linker Operand, Y: rechter Operand, Z: Resultat)

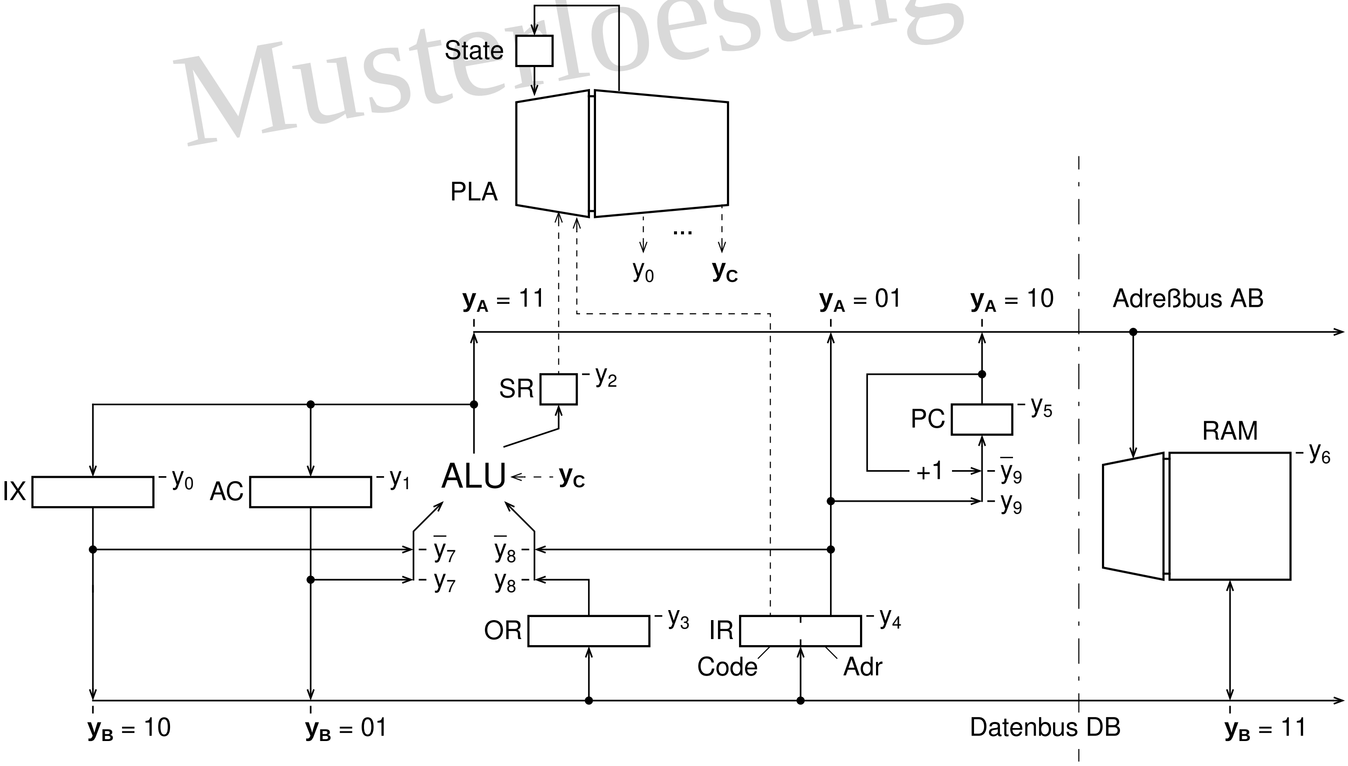
$s_{0...4}$	ALU-Operation
0 0 0 0 1	$Z = 0$
0 0 1 1 0	$Z = X + u_0$
1 0 0 1 0	$Z = X + Y + u_0$
1 0 1 0 1	$Z = Y$
1 1 0 0 0	$Z = X - 1 + u_0$
1 1 1 1 0	$Z = X \cdot 2 + u_0$
0 1 1 0 0	$Z = X - Y - 1 + u_0$



	SR				IR		Register/Speicher							Multiplexer					ALU
Z_i	z	n	c	v	Code	Z_j	y_0	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	y_8	y_9	y_A	y_B	$y_C = s_{0...4}, u_0$

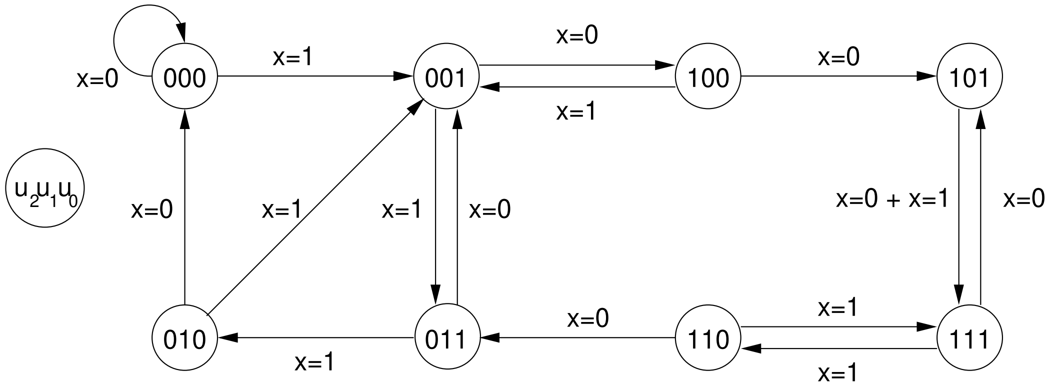
Lösung:

	SR				*IR*		*Register/Speicher*							*Multiplexer*					*ALU*
Z_i	*z*	*n*	*c*	*v*	*Code*	Z_j	y_0	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	y_8	y_9	y_A	y_B	$y_C = s_{0...4}, u_0$
0	-	-	-	-	-	*1*	*0*	*0*	*0*		*1*	*1*	*0*			*0*	*10*	*11*	
1	-	-	-	-	*0x52*	*2*	*0*	*0*	*0*	*1*	*0*	*0*	*0*				*01*	*11*	
2	-	-	-	-	-	*3*	*0*	*0*	*0*	*1*	*0*	*0*	*0*		*1*		*11*	*11*	*10101'0*
3	-	-	-	-	-	*0*	*0*	*1*	*1*		*0*	*0*	*0*	*1*	*1*				*01100'1*


State
PLA
...
y_0
$\mathbf{y_C}$
$\mathbf{y_A}$ = 11
$\mathbf{y_A}$ = 01
$\mathbf{y_A}$ = 10
Adreßbus AB
SR
y_2
PC
y_5
RAM
y_6
IX
y_0
AC
y_1
ALU
$\mathbf{y_C}$
+1
$\overline{y}_9$
y_9
$\overline{y}_7$
y_7
$\overline{y}_8$
y_8
OR
y_3
IR
y_4
Code
Adr
$\mathbf{y_B}$ = 10
$\mathbf{y_B}$ = 01
Datenbus DB
$\mathbf{y_B}$ = 11

6. Aufgabe (6 Punkte): Schaltwerksentwurf

Gegeben ist der abgebildete Zustandsgraph eines Schaltwerks mit den drei Zustandsvariablen u_2, u_1, u_0 und dem Eingangssignal x,



6.1. **(1 Punkt)** Ergänzen Sie die nachstehende Tabelle um die Funktionswerte für die Übergangsfunktion u_2.

6.2. **(2 Punkte)** Ergänzen Sie die nachstehende Tabelle um die Ansteuerfunktionen s_1 und r_1 eines SR-Flipflops für u_1.

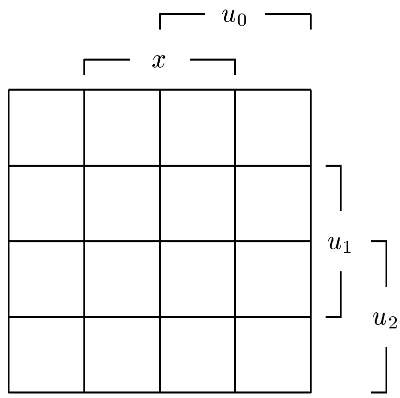
6.3. **(2 Punkte)** Ermitteln mit Hilfe der nachstehenden KV-Tafeln minimale disjunktive Normalformen für die Ansteuerfunktionen j_0 und k_0 eines JK-Flipflops für u_0.

Hinweis: Flipflop-Übergangstabelle

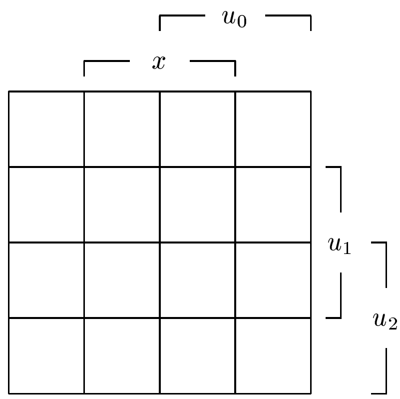
$v \to v^+$	d	s	r	j	k
$0 \to 0$	0	0	*	0	*
$0 \to 1$	1	1	0	1	*
$1 \to 0$	0	0	1	*	1
$1 \to 1$	1	*	0	*	0

u_2	u_1	u_0	x	u_2^+	u_1^+	u_0^+	s_1	r_1	j_0	k_0
0	0	0	0		0	0			0	*
0	0	0	1		0	1			1	*
0	0	1	0		0	0			*	1
0	0	1	1		1	1			*	0
0	1	0	0		0	0			0	*
0	1	0	1		0	1			1	*
0	1	1	0		0	1			*	0
0	1	1	1		1	0			*	1
1	0	0	0		0	1			1	*
1	0	0	1		0	1			1	*
1	0	1	0		1	1			*	0
1	0	1	1		1	1			*	0
1	1	0	0		1	1			1	*
1	1	0	1		1	1			1	*
1	1	1	0		0	1			*	0
1	1	1	1		1	0			*	1

j_0:

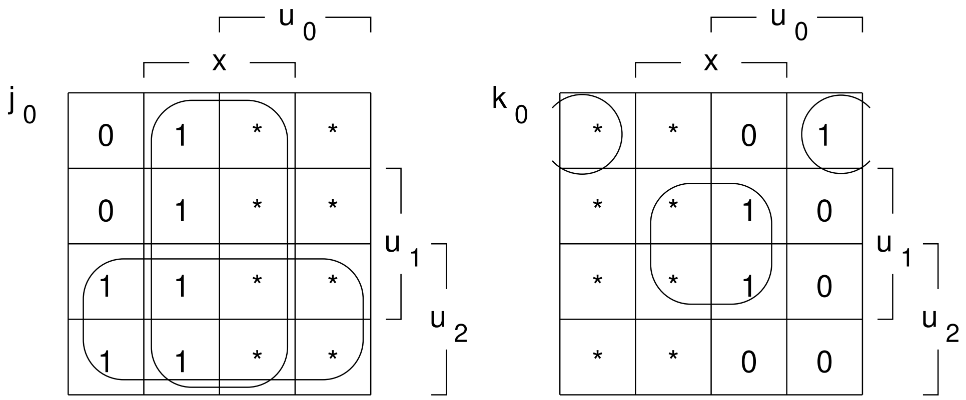


k_0:



Lösung:

u_2	u_1	u_0	x	u_2^+	u_1^+	u_0^+	s_1	r_1	j_0	k_0
0	0	0	0	0	0	0	0	*	0	*
0	0	0	1	0	0	1	0	*	1	*
0	0	1	0	1	0	0	0	*	*	1
0	0	1	1	0	1	1	1	0	*	0
0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	*
0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	*
0	1	1	0	0	0	1	0	1	*	0
0	1	1	1	0	1	0	*	0	*	1
1	0	0	0	1	0	1	0	*	1	*
1	0	0	1	0	0	1	0	*	1	*
1	0	1	0	1	1	1	1	0	*	0
1	0	1	1	1	1	1	1	0	*	0
1	1	0	0	0	1	1	*	0	1	*
1	1	0	1	1	1	1	*	0	1	*
1	1	1	0	1	0	1	0	1	*	0
1	1	1	1	1	1	0	*	0	*	1

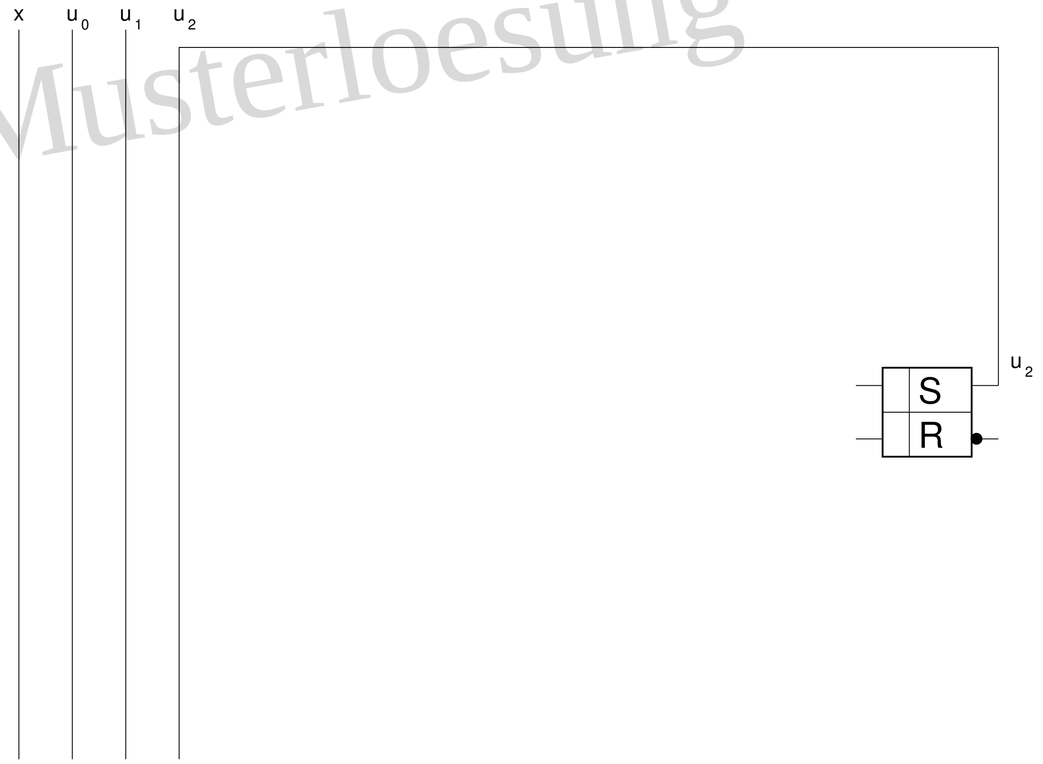


$$
\begin{aligned}
j_0 &= u_2 + x \\
k_0 &= u_1 \cdot x + \overline{u_1} \cdot \overline{u_2} \cdot \overline{x}
\end{aligned}
$$

6.4. (1 Punkt) Ergänzen Sie im folgenden Blockschaltbild die Eingangsbeschaltung für das Flipflop u_2 entsprechend den gegebenen Gleichungen:

$$
\begin{aligned}
s_2 &= u_0 \cdot \overline{u_1} \cdot \overline{x} + u_0 \cdot u_1 \cdot x + \overline{u_1} \cdot u_2 \cdot \overline{x} \\
r_2 &= \overline{u_0} \cdot u_1 \cdot \overline{x} + \overline{u_0} \cdot \overline{u_1} \cdot x
\end{aligned}
$$

Hinweis: Sie können Gatter mit drei Eingängen verwenden. Die Eingänge können direkt am Gatter negiert werden.



Lösung: