Konstruktion 2 - Aufgabensammlung

2.1.1 Stirnradgetriebe mit Leistungsteilung (12 Punkte)

Ein dreirädriges, geradverzahntes Getriebe ist durch das nebenstehende Getriebeschema (Skizze 1) und durch die angeführten Daten bestimmt. Die Verzahnung der Räder ist eine genormte Evolventenverzahnug. Der Antrieb des Getriebes erfolgt über Rad 2, das Antriebsdrehmoment verteilt sich im Verhältnis 1:2 auf Rad 1 und Rad 3. Die Einleitung des Drehmomentes M_t in die Welle W_2 geschieht biegemomentfrei. Gegeben:

$P_2 = 12,5kW$	$n_2 = 250min^{-1}$
$n_3 = n_1 = 375min^{-1} \pm 5\%$	$z_2 = 31$
$\alpha = 20°$	Achsabstand $a = 76,5mm$

Berechnen Sie:

(a) die Zähnezahl z_3

(b) den Modul m

(c) den Teil-, den Fuß-, den Kopf- und den Grundkreisdurchmesser des Rades 2.

(d) Zeichnen Sie die auf das Rad 2 wirkenden Zahnkräfte mit Beschriftung in die Skizze 2 ein.

(e) Berechnen Sie die auf das Zahnrad 2 wirkenden Zahnkräfte.

(f) Bestimmen Sie für das Rad 2 die für die geforderte Flankentragfähigkeit erforderliche Zahnbreite und die Sicherheit gegen Dauerbruch im Zahnfuß. Die Flankenpressung errechnet sich aus

$$\sigma_H = Z_H Z_E \sqrt{\frac{F_t}{bd_1}\frac{u+1}{u}} \text{ mit } Z_H = 2,495 \; ;$$
$$Z_E = 190\sqrt{N/mm^2} \; ; \; \sigma_{H,lim} = 1600N/mm^2 \; ; \; S_H = 1,6 \; .$$

$u = \frac{z_{gross}}{z_{klein}}$

Für die Zahnfuß-Biegespannung gilt:

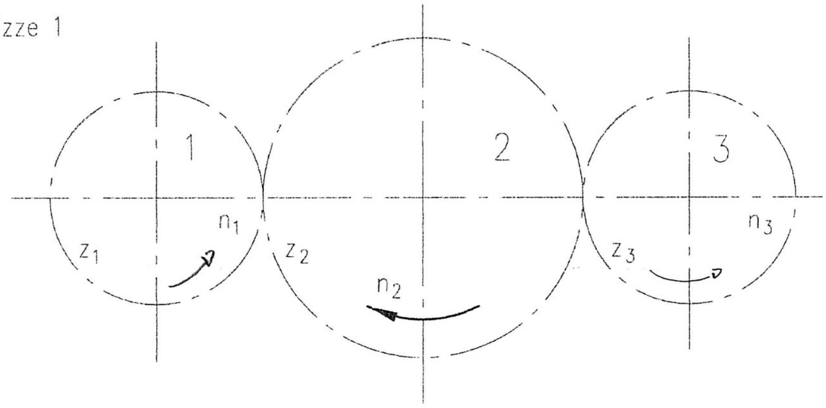
$$\sigma_F = \frac{F_t}{bm} Y_F Y_\epsilon \; ; \; Y_F = 2,6 \; ; \; Y_\epsilon = 1,8 \; , \; \sigma_{F,lim} = 450N/mm^2$$

Für nicht aufgeführte Werte gilt der Wert 1.

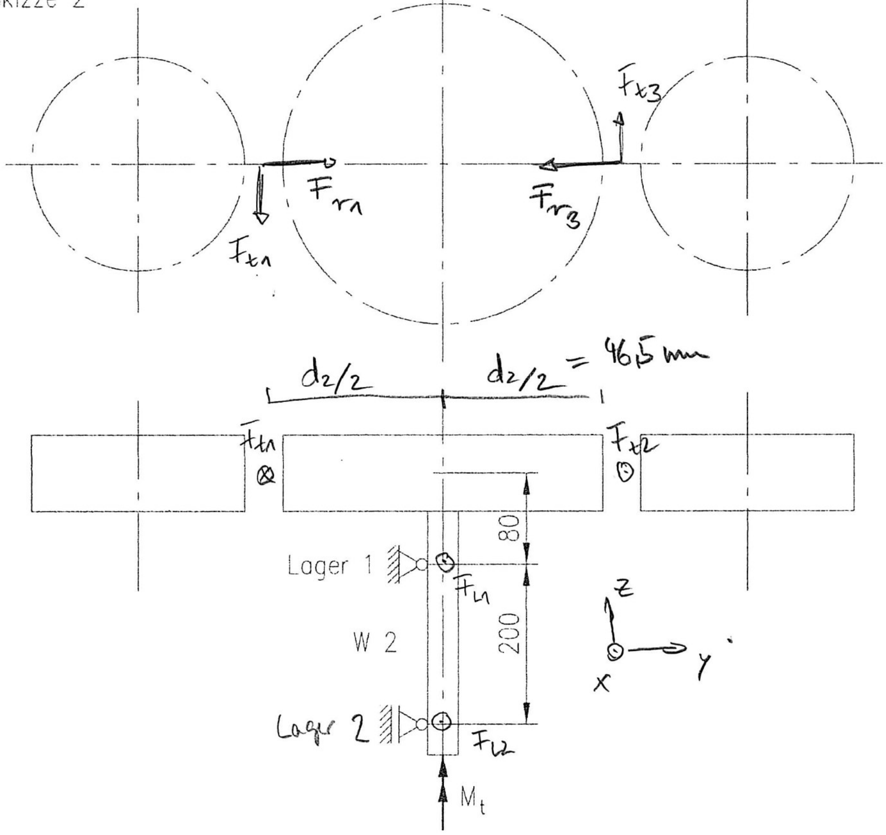
(g) Berechnen Sie die auf das Lager 1 wirkenden Lagerkräfte und die Lagerlebensdauer L in Umdrehungen und L_h in Stunden. Das Lager 1 ist als Festlager ausgebildet. Verwendet wird ein zweireihiges Schrägkugellager 3208 mit folgenden Daten:

$C = 41,8kN$	$e = 0,86$	
$X = 1$	$Y = 0,73$	für $F_a/F_r \le e$
$X = 0,62$	$Y = 1,17$	für $F_a/F_r > e$

Skizze 1



Skizze 2



a) $\dfrac{n_2}{n_3} = \dfrac{z_3}{z_2} \quad \Rightarrow \quad z_3 = z_2 \cdot \dfrac{n_2}{n_3}$

$$z_{3\,min} = z_2 \cdot \frac{n_2}{n_{3+}} = 31 \cdot \frac{250 \frac{1}{min}}{(375 \cdot 1{,}05)\frac{1}{min}} = 19{,}68$$

$$z_{3\,max} = z_2 \cdot \frac{n_2}{n_{3-}} = 31 \cdot \frac{250 \frac{1}{m.}}{(375 \cdot 0{,}95)\frac{1}{min}} = 21{,}75$$

$\Rightarrow$ Somit wählen wir als Zähnezahl $\underline{\underline{z_3 = 21}}$ und befinden uns damit in dem angegebenen Drehzahlbereich für n_3 (bzw. n_1)

K2

b) $d_3 = m \cdot z_3 \quad | \quad d_2 = m \cdot z_2$

$$\frac{d_3 + d_2}{2} = \frac{m}{2}(z_3 + z_2) \overset{!}{=} a$$

$$\Rightarrow m = \frac{2a}{z_3 + z_2} = \frac{2 \cdot 76{,}5\ \text{mm}}{21 + 31} = 2{,}94\ \text{mm} \Rightarrow$$ nicht genormte Modulreihe | alternativ Profilverschiebung

▷ wir wählen $z_3 = 20$ neu:

$$m = \frac{2 \cdot 76{,}5\ \text{mm}}{20 + 31} = 3\ \text{mm}$$

▷ somit wählen wir für $z_3 = 20$ und $m = 3\ \text{mm}$

c) Rad 2:

▷ Teilkreisdurchmesser: $\boxed{d_2 = z_2 \cdot m = 31 \cdot 3\ \text{mm} = 93\ \text{mm}}$

▷ Fußkreisdurchmesser: $d_{f2} = d_2 - 2 \cdot (m + c)$

$c = 0{,}25 \cdot m$

$= 93\ \text{mm} - 2 \cdot (3 + 0{,}25 \cdot 3)\ \text{mm}$

$= \boxed{85{,}5\ \text{mm}}$

▷ Kopfkreisdurchmesser: $d_{a2} = d_2 + 2 \cdot m = 93\ \text{mm} + 2 \cdot 3\ \text{mm}$

$= \boxed{99\ \text{mm}}$

▷ Grundkreisdurchmesser: $d_{b2} = d_2 \cdot \cos(\alpha) = 93\ \text{mm} \cdot \cos(20°)$

$= \boxed{87{,}39\ \text{mm}}$

d) Anmerkung: bei treibenden Zahnrädern wird die Tangentialkraft entgegen der Drehrichtung eingetragen

e)

$$P_2 = 2\pi \cdot n_2 \cdot M_2 \Rightarrow M_2 = \frac{P_2}{2\pi \cdot n_2} = \frac{12{,}5\ \text{kW}}{2\pi \cdot 250 \cdot \frac{1}{60\,\text{s}}}$$

$= \boxed{477{,}46\ \text{Nm}}$

▷ das Antriebsdrehmoment verteilt sich im Verhältnis 1:2 auf Rad 1 und 3

$$\Rightarrow M_1 = \frac{1}{3} \cdot 477{,}46\ \text{Nm} = \boxed{159{,}15\ \text{Nm}}$$

$$\boxed{M_3 = \frac{2}{3} \cdot 477{,}46\ \text{Nm} = \underline{318{,}31\ \text{Nm}}}$$

$$\boxed{F_{t1} = \frac{2 \cdot M_1}{d_2} = \frac{2 \cdot 159{,}15\ \text{Nm}}{93\ \text{mm}} = \underline{3422{,}58\ \text{N}}}$$

$$\boxed{F_{r1} = F_{t1} \cdot \tan(\alpha) = 1245{,}72\ \text{N}}$$

$$\boxed{F_{t2} = \frac{2 \cdot M_2}{d_2} = \underline{6845{,}38\ \text{N}}}$$

$$\boxed{F_{r2} = F_{t2} \cdot \tan(\alpha) = \underline{2491{,}51\ \text{N}}}$$

f) Zahnbreite b

$$\sigma_H = \frac{\sigma_{H,lim}}{S_H} = \frac{1600\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{1{,}6} = 1000\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = \underbrace{Z_H}_{=2{,}495} \cdot Z_E \cdot \sqrt{\frac{F_{t2}}{b \cdot d_2} \cdot \frac{u+1}{u}}$$

NR. $\Rightarrow u = \frac{z_2}{z_3} = \frac{31}{20} = 1{,}55$

Anmerkung: F_{t2}, da $F_{t2} > F_{t1}$

$$\Rightarrow 1000\ \cancel{\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = \underbrace{1}_{2{,}495}90 \cdot \sqrt{\frac{6845{,}38}{b \cdot 93\ \text{mm}} \cdot \frac{1{,}55+1}{1{,}55}\ \cancel{\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}}$$

$\Rightarrow$ umstellen liefert: $\boxed{b = \underline{27{,}21\ \text{mm}}}$

Sicherheit gegen Dauerbruch S_F

$$S_F = \frac{\sigma_{F,lim}}{\sigma_F} = \frac{450\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{392{,}45\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 1{,}146$$

NR: $\sigma_F = \frac{F_{t2} \cdot Y_F \cdot Y_\varepsilon}{b \cdot m} = \frac{6845{,}38\ \text{N} \cdot 2{,}6 \cdot 1{,}8}{27{,}21\ \text{mm} \cdot 3\ \text{mm}} = 392{,}45\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

g) ▷ axiale Lagerkräfte treten nicht auf, da Geradverzahnung

↳ $F_{A1} = 0\,N$

▷ Momentengleichgewicht:

$$\sum M^{(L2)} \stackrel{!}{=} 0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 200 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} F_{R1} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 46{,}5 \\ 280 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} F_{t2} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -46{,}5 \\ 280 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -F_{t1} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ M_t \end{pmatrix}$$

$$\stackrel{!}{=} \begin{pmatrix} 0 \\ 200\,mm \cdot F_{R1} \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 280\,m \cdot F_{t2} \\ -46{,}5 \cdot F_{t2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -280 \cdot F_{t1} \\ -46{,}5 \cdot F_{t2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ M_t \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow F_{R1} = \frac{280\,mm}{200\,m}\left(F_{t1} - F_{t2}\right) = -4791{,}92\,N$$

⇒ damit folgt für die äquivalente Lagerbelastung P:

$$P = |F_{R1}|$$

$$\Rightarrow \quad L_{10h} = \frac{16666}{n_2}\left(\frac{C}{P}\right)^3 = \frac{16666}{250\,\frac{1}{min}}\left(\frac{41{,}8\,kN}{4791{,}92\,N}\right)^3$$

$$= 44247\,h$$

2.1.2 Stirnradgetriebe mit Nullverzahnung (13 Punkte)

Das Rad 1 eines schrägverzahnten Stirnradgetriebes mit Nullverzahnung wird mit einer Leistung von $P = 6kW$ angetrieben. (siehe Bild 1) Gegeben:

Teilkreisdurchmesser	$d_1 = 39,340mm$
Teilkreisdurchmesser	$d_2 = 82,822mm$
Modul	$m_n = 2,0mm$
Schrägungswinkel	$\beta = 15°$
Eingriffswinkel	$\alpha_n = 20°$
Drehzahl	$n_1 = 950min^{-1}$

$\parallel P_{an} = 6\ kW$

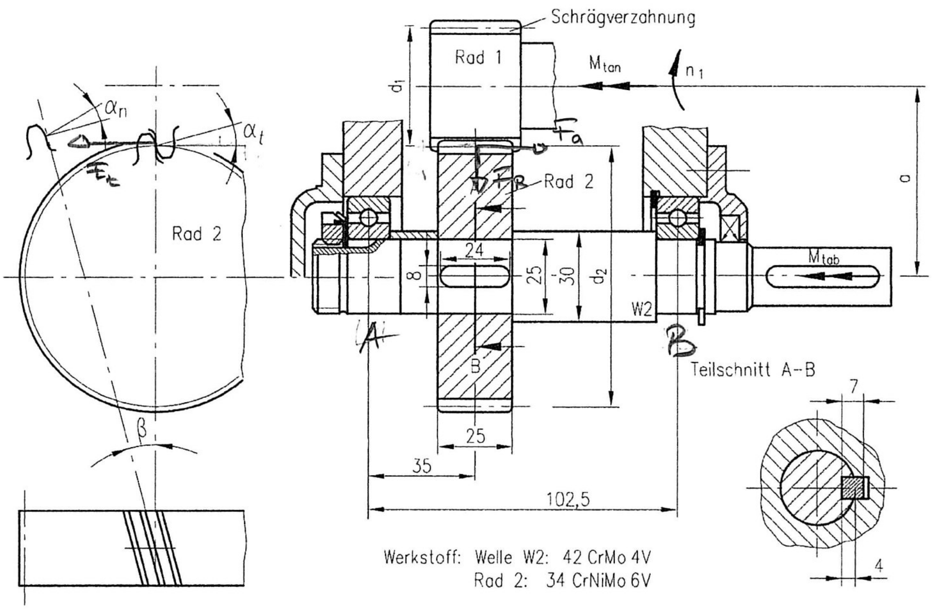
(a) Berechnen Sie das Übersetzungsverhältnis, den Achsabstand, die Zähnezahlen, den Kopfkreisdurchmesser und den Fußkreisdurchmesser des Rades 2.

(b) Welchen Schrägungswinkel β^* müssten Sie wählen, wenn Sie einen Achsabstand $a = 60mm$ erreichen wollen?

(c) Berechnen Sie die Zahnkräfte bei dem ursprünglichen Schrägungswinkel β die auf das Rad 2 wirken und zeichnen Sie diese vorzeichenrichtig in die Skizze ein.

(d) Berechnen Sie die Lagerkräfte der Welle W_2. Über welches Bauteil wird die Axialkraft in das Gehäuse eingeleitet? (Lagerdeckel oder Sicherungsring)?

(e) Berechnen Sie die nominelle Lebensdauer L_{10h} des höher belasteten Lagers. Tragzahlen des verwendeten Lagertyps: $C_{dyn} = 16kN$, $C_0 = 7,8kN$, $f_0 = 12,4$



zu (e):

$\frac{F_a}{C_0}$	e	$\frac{F_a}{F_r} \leq e$ X	Y	$\frac{F_a}{F_r} > e$ X	Y
0,3	0,22	1	0	0,56	2
0,5	0,24	1	0	0,56	1,8
0,9	0,28	1	0	0,56	1,6
1,6	0,32	1	0	0,56	1,4
3	0,36	1	0	0,56	1,2
6	0,43	1	0	0,56	1

} Anmerkung: in Originaltabelle wäre $f \cdot \frac{F_a}{C_0}$ gewesen → hätte aber in diesem Fall einen zu hohen Wert geliefert

a) Übersetzungsverhältnis i:

$$\boxed{i = \frac{z_2}{z_1} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{82{,}822 \text{ mm}}{39{,}340 \text{ mm}} = 2{,}105}$$

Achsabstand a:

$$\boxed{a = \frac{1}{2}(d_1 + d_2) = \frac{1}{2}\cdot(82{,}822 + 39{,}340)\text{ mm} = 61{,}08 \text{ mm}}$$

Zähnezahlen

$$m_t = \frac{m_n}{\cos(\beta)} = \frac{2{,}0 \text{ mm}}{\cos(15°)} = 2{,}071 \text{ mm}$$

Anmerkung: $d = m_t \cdot z$

$$m_t = \frac{m_n}{\cos(\beta)}$$

$$d_1 = m_t \cdot \tilde{z}_1 \Rightarrow \tilde{z}_1 = \frac{d_1}{m_t} = \frac{39{,}340 \text{ mm}}{2{,}071 \text{ mm}} = 18{,}99 \Rightarrow z_1 = 19$$

$$\tilde{z}_2 = \frac{d_2}{m_t} = \frac{82{,}822 \text{ mm}}{2{,}071 \text{ mm}} = 39{,}99 \Rightarrow z_2 = 40$$

Kopfkreisdurchmesser d_{a2}

$$\boxed{d_{a2} = d_2 + 2m_n = 82{,}822 \text{ mm} + 2\cdot 2 \text{ mm} = 86{,}822 \text{ mm}}$$

$$d_{f2} = d_2 - 2(m_n + \underbrace{c}_{= 0{,}25\cdot m_n}) = d_2 - 2m_n(1 + 0{,}25) = 77{,}822 \text{ mm}$$

b)

$$a \overset{!}{=} 60 \text{ mm} = \frac{1}{2}(d_1^* + d_2^*) = \frac{1}{2} m_t^*(z_1 + z_2) = \frac{m_n(z_1+z_2)}{2\cdot\cos(\beta^*)}$$

$$\Rightarrow \cos(\beta^*) = \frac{m_n(z_1+z_2)}{2\cdot 60 \text{ mm}}$$

$$\Rightarrow \beta^* = \arccos\left(\frac{2 \text{ mm}(19+40)}{2\cdot 60 \text{ mm}}\right) = 10{,}48°$$

c) Zahnbreite

$$F_t = \frac{2\cdot M_{an}}{d_1} = \frac{2\cdot 60{,}31 \text{ Nm}}{39{,}340 \text{ mm}} = 3065{,}93 \text{ N}$$

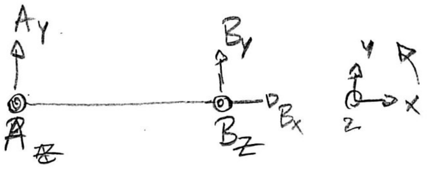
NR: $P = 2\pi\cdot n_1 \cdot M$

$$\Rightarrow M_{an} = \frac{P}{2\pi\cdot n_1} = \frac{6000 \text{ W}}{2\pi\cdot 950\frac{1}{60 s}} = 60{,}31 \text{ Nm}$$

$$F_r = F_t\cdot\tan(\alpha_t) = 3065{,}93 \text{ N}\cdot 0{,}3768 = 1155{,}27 \text{ N}$$

$$\tan(\alpha_t) = \frac{\tan(\alpha_n)}{\cos(\beta)} = \frac{\tan(20°)}{\cos(15°)} = 0{,}3768$$

$$F_a = F_t\cdot\tan(\beta) = 3065{,}93 \text{ N}\cdot\tan(15°) = 821{,}51 \text{ N}$$

d) 

$$\sum F_x \overset{!}{=} 0 = B_x + F_a \Rightarrow B_x = -F_a = -821{,}51\ N$$

$$\sum F_y \overset{!}{=} 0 = A_y + B_y - F_R \quad (1)$$

$$\sum F_z \overset{!}{=} 0 = A_z + B_z + F_t \quad (2)$$

$$\sum M^{(B)} \overset{!}{=} 0 = \begin{pmatrix} -M_{t\,ab} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -102{,}5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ A_y \\ A_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -(102{,}5-35) \\ d_2/2 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} F_a \\ -F_R \\ F_t \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -M_{t\,ab} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ A_z \cdot 102{,}5 \\ -A_y\ 102{,}5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F_t \cdot \frac{d_2}{2} \\ 67{,}5 \cdot F_t \\ 67{,}5 \cdot F_R - F_a \cdot 41{,}41 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow A_z = -\frac{67{,}5}{102{,}5} \cdot F_t = -2019{,}03\ N \quad (3)$$

$$\Rightarrow A_y = \frac{1}{102{,}5}\left(67{,}5\, F_R - F_a \cdot 41{,}41\right) = 467{,}08\ N \quad (4)$$

(3) in (2): $B_z = -A_z - F_t = -1046{,}9\ N$

(4) in (1): $B_y = F_R - A_y = 688{,}19\ N$

$$\Rightarrow A_R = \sqrt{A_z^2 + A_y^2} = 2072{,}31\ N$$

$$B_R = \sqrt{B_z^2 + B_y^2} = 1252{,}83\ N$$

$$B_A = |B_x| = 821{,}51\ N$$

⇒ über den Lagerdeckel wird die Axialkraft in das Gehäuse geleitet, wie man an der Kraftrichtung von F_a sieht (alternativ actio = reactio bezogen auf B_x)

e) ▷ das Lager B ist höher belastet!

$$\frac{B_A}{C_0} = \frac{821{,}51\ N}{7{,}8\ kN} = 0{,}105 \Rightarrow e < 0{,}22$$

$$\frac{B_A}{B_R} = 0{,}655 \Rightarrow \frac{B_A}{B_R} > e \Rightarrow X = 0{,}56 \quad , \; Y = 2$$

komisches Ergebnis ↳ irgendwo Fehler?

$$P = X \cdot B_R + Y \cdot B_A = 0{,}56 \cdot 1252{,}83\ N + 2 \cdot 821{,}51\ N$$
$$\stackrel{!}{=} 2344{,}6\ N$$

NR: $i = \frac{n_1}{n_2}$

$\Rightarrow n_2 = \frac{n_1}{i} = \frac{950 \frac{1}{min}}{2{,}105} \stackrel{!}{=} 451{,}3 \frac{1}{min}$

$$L_{10h} = \frac{16666}{n_2} \left(\frac{C_{dyn}}{P} \right)^3$$
$$\stackrel{!}{=} \frac{16666}{451{,}3 \frac{1}{min}} \left(\frac{16\ kN}{2344{,}6\ N} \right)^3$$
$$\stackrel{!}{=} 11736\ h$$

2.1.5 Theorie 1 (3 Punkte)

Durch Profilverschiebung an beiden Rädern einer Zahnradstufe soll die Zahnfußtragfähigkeit erhöht werden.

(a) Welches Vorzeichen muss die Profilverschiebung haben?

(b) Wie wird diese Profilverschiebung bei der Fertigung der Zahnräder erzeugt?

(c) Wie ändern sich dadurch die folgenden Größen?

$x > 0$
(pos. Profil-verschiebung)
$\alpha_w > \alpha$

	kleiner	größer	gleich	
Grundkreisdurchmesser			X	?
Eingriffswinkel		X		→ $\alpha_w > \alpha$
Wälzkreisdurchmesser		X		→ $d_{w1,2} = d_{1,2} \frac{\cos(\alpha)}{\cos(\alpha_w)}$
Achsabstand		X		→ V-Plus-Verzahnung
Eingriffsteilung			X	→ $p_e = m \cdot \pi \cdot \cos(\alpha)$
Flankentragfähigkeit		X		?

2.1.7 Theorie 2 (5 Punkte)

(a) Nennen Sie drei Gründe für die Anwendung von Profilverschiebung.

(b) Welche Grenzen haben positive und negative Profilverschiebung bei Evolventenverzahnungen?

(c) Wodurch ist die Grenzzähnezahl bestimmt und warum ist die praktische Grenzzähnezahl kleiner als die theoretische?

(d) Was versteht man unter einer V–Getriebe-, einer Null–Getriebe- und einer V–Null–Getriebestufe?

(e) Warum kann man den genauen Achsabstand einer V–Getriebestufe nicht mit der Formel $a = \frac{1}{2}m(z_1 + z_2) + m(x_1 + x_2)$ berechnen?

2.1.8 Theorie 3 (5 Punkte)

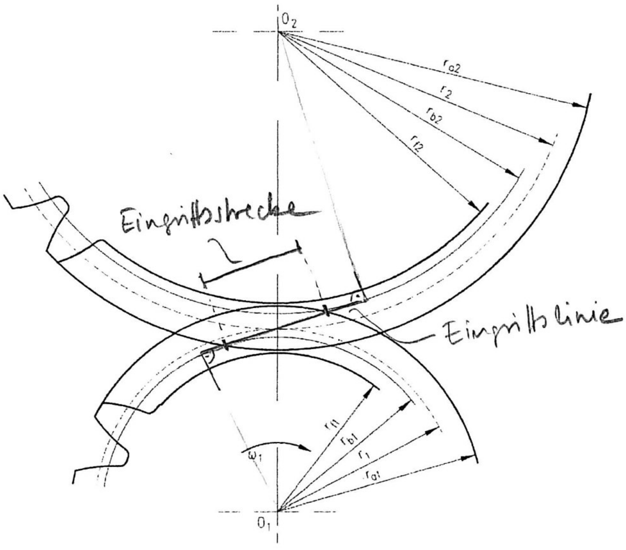
(a) Durch welche Maßnahmen kann man bei gegebenem Achsabstand und Übersetzung Unterschnitt vermeiden? Nennen Sie mindestens zwei Maßnahmen.

(b) Das Rad 2 einer V–Null–Verzahnung hat die Profilverschiebung $v_2 = -m_2 x_2$. Welche Profilverschiebung hat das Rad 1?

(c) Zeichnen Sie die Eingriffslinie und die Eingriffsstrecke für das nicht profilverschobene Zahnradpaar mit genormter Evolventenverzahnung. Rad 1 treibt. Drehrichtung beachten!

(d) Wie groß ist die Profilüberdeckung des Zahnradpaares. (Modul $m = 6mm$, Eingriffsstrecke aus der Zeichnung zu (b)). Warum soll die Profilüberdeckung $\epsilon_\alpha > 1$ sein?

(e) Wie wird die Profilüberdeckung bei der Berechnung der Zahnfußtragfähigkeit berücksichtigt?



(2.1.5. Theorie 1)

a) positive Profilverschiebung (entspricht Werkzeugabrückung)
↳ Vplus - Verzahnung

b) Profilverschiebung entsteht durch das Ab- bzw. Anrücken des Werkzeuges vom Werkstück. (Funktioniert nur bei Evolventenverzahnung)
↳ bei positiver Profilverschiebung: abrücken!

2.1.7. Theorie 2

a) ▹ Tragfähigkeitserhöhung durch Verstärkung der Zahnfüße (pos. Profilverschiebung)
▹ Erhöhung des Überdeckungsgrades (neg. Profilverschiebung)
▹ Vermeidung von Unterschnitt bei kleinen Zähnezahlen
▹ Achsabstände können an Einbauverhältnisse angepasst werden

b) ▹ Gefahr von Eingriffsstörungen durch Berührung der Zahnköpfe in den Fußkurven der Gegenräder (→ Änderung der Kopfhöhe)

c) ▹ die Grenzzähnezahl wird durch den Unterschnitt (das ungewollte Wegschneiden eines Teils der Zahnflanke) bei der Herstellung von Zahnrädern bestimmt
▹ durch Profilverschiebung kann man den Unterschnitt bei kleinen Zähnezahlen vermeiden → kleinere Grenzzähnezahl

d) V-Getriebestufe:
▹ V-Räder so, dass $\underbrace{(x_1 + x_2) > 0}_{V_{plus}}$ oder $\underbrace{(x_1 + x_2) < 0}_{V_{minus}}$

Null-Getriebestufe:
▹ 2 Nullräder (keine Profilverschiebung)

V-Null-Getriebestufe
▹ V_{plus} - und V_{minus} - Rad so, dass $(x_1 + x_2) = 0$

e) ▹ es gilt: $a = \frac{1}{2}(d_{w1} + d_{w2}) = \underbrace{a_d}_{= \frac{1}{2}(d_1 + d_2)} \frac{\cos(\alpha)}{\cos(\alpha_w)}$

Die Profilverschiebung erfolgt durch $V = x \cdot m$, wobei x der Profilverschiebungsfaktor ist

▹ bei Profilverschiebung sind die Betriebswälzkreise $d_w \neq$ der Teilkreise d

▹ d_w ist über Skalierungsfaktor $\frac{\cos(\alpha)}{\cos(\alpha_w)}$ bestimmt und nicht über die Profilverschiebung $x \cdot m$

↳ Erklärung unzureichend?

$\boxed{\text{2.1.8. Theorie 8}}$

a) ▹ Profilverschiebung (V_{plus}- und V_{minus}-Rad, sodass $(x_1 + x_2) = 0$)

▹ Schrägverzahnung

▹ kleineres Modul wählen

b) ▹ bei V-Null-Verzahnung gilt $x_1 + x_2 = 0$

↳ $V_1 = m_2 \cdot x_2$ (für Rad 1; $m_1 = m_2$)

c) ▹ siehe Zeichnung ⇒ richtig?

↳ für Eingriffslinie sind die Grundkreisdurchmesser wichtig (r_{b1}, r_{b2})

↳ Schnittpunkte mit den Kopfkreisdurchmessern (r_{a1}, r_{a2}) geben die Eingriffsstrecke an

d) ▹ für die Profilüberdeckung gilt:

$$\varepsilon_\alpha = \frac{g_\alpha}{p_e} = \frac{\text{Eingriffsstrecke}}{\text{Eingriffsteilung}}$$

$$= \frac{18\ mm}{m \cdot \pi \cdot \cos(\alpha)} = \frac{18\ mm}{6mm \cdot \pi \cdot \cos(20°)}$$

$$= 1{,}016$$

Eingriffsstrecke in Abbildung nicht mehr Maßstabsgetreu.
Im PDF nachgemessen:
$g_\alpha \approx 18\ mm$

$\alpha = 20°$ (Annahme)

▹ die Profilüberdeckung $\varepsilon_\alpha = 1$ bedeutet, dass immer nur ein Zahnrad im Eingriff ist

↳ für $\varepsilon_\alpha < 1$ wäre somit keine gleichmäßige Kraft- und Bewegungsübertragung mehr gewährleistet

e) Zahnfußtragfähigkeit $\sigma_{F0} = \frac{F_t}{b \cdot m_n} \cdot Y_{Fs} Y_\varepsilon \cdot Y_\beta$

↳ durch den Überdeckungsfaktor $Y_\varepsilon = 0{,}25 + \frac{0{,}75}{\varepsilon_\alpha}$

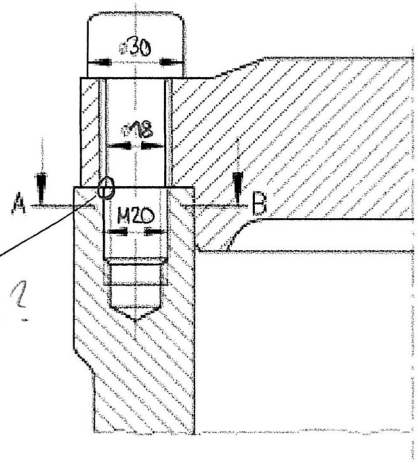
↳ erfasst die Lastaufteilung auf mehrere Zahnpaare und den Einfluss des Biegehebelarms auf Y_{FS}

2.3.2 Deckelverschraubung (5 Punkte)

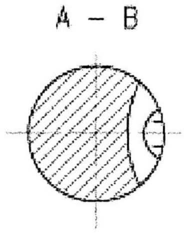
Die abgebildete Deckelverschraubung erwies sich trotz Verwendung von 12.9 Schrauben als nicht ausreichend dimensioniert für die durch pulsierende Drücke hervorgerufene schwellende Betriebsbelastung. Die Dauerbrüche hatten das abgebildete Aussehen, wobei die Brüche immer von innenliegenden Anrissen ausgingen.

(a) Welche Beanspruchungen führten zum Dauerbruch der Schrauben?

(b) Machen Sie Vorschläge (Skizzen) für konstruktive Änderungen zur Steigerung der Gestaltfestigkeit der Schraubenverbindung und des Deckels. Eine Erhöhung der Schraubenzahl, eine Änderung des Deckelaußendurchmessers und des Gewindedurchmessers ist nicht möglich.



verklemmter Gewindeauslauf ?

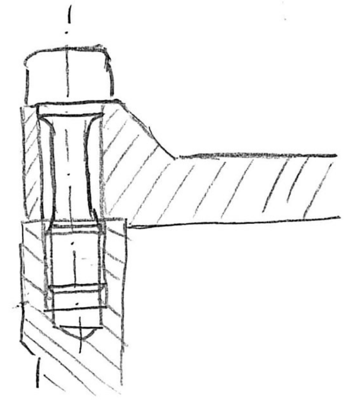


a) ▷ durch die schwellende Betriebsbelastung kam es zu einer dynamischen Beanspruchung für die Schraube

▷ diese äußert sich als Biegebeanspruchung bei der Schraube (durch die Länge der Schraube und der Form des Deckels begünstigt ↳ langer Hebelarm)

▷ zudem scheint es sich um einen verklemmten Gewindeauslauf (Gewindeauslauf liegt auf Gehäuse an) zu handeln → auch dieser würde die Gefahr eines Dauerbruchs erhöhen

b)

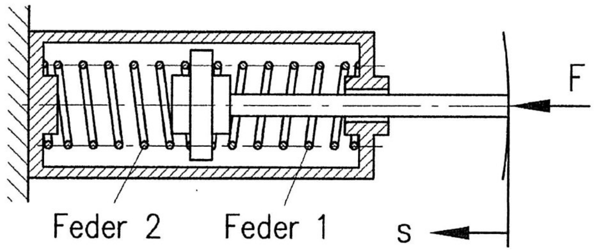


Steigerung der Gestaltfestigkeit durch größere elastische Nachgiebigkeit der Schraube (und Verschiebung des Betriebsangriffspunktes zur Trennfuge hin)
(Verringerung des Hebelarmes ?)
↳ stärkere Verformung des Deckels erlauben

2.2.7 Pufferfeder (5 Punkte)

Die Abbildung zeigt schematisch einen Puffer. Die Federn 1 und 2 haben folgende Abmessungen:

$$D_m = D_{m1} = D_{m2} = 75mm$$
$$d_1 = 12,5mm, \quad d_2 = 10,5mm$$
$$i_f = i_{f1} = i_{f2} = 15,5$$



Die Federn sind mit einer Vorspannkraft $F_V = 2500N$ vorgespannt.

(a) Welche Federschaltungen liegen bei der Montage (Zustand 1) und im Betrieb unter der Kraft F (Zustand 2) vor?

(b) Welche Federsteifigkeit hat das Federsystem des Puffers im Betrieb?
Federsteifigkeit einer Windung: $c = \frac{Gd^4}{8D_m^3}$, $G = 80kN/mm^2$

(c) Der Puffer wird mit einer Kraft $F = 3500N$ belastet. Wie groß sind die Hubspannungen τ_{ih} in beiden Federn?

a) Zustand 1: Kraftgleiche Schaltung (die Federn halten sich gegenseitig im Gleichgewicht)

Zustand 2: Weggleiche Schaltung
(Eine äußere Kraft "verschiebt" die Federn um einen Weg s. Feder 2 wird um den Weg s belastet, wobei Feder 1 um den Weg s entlastet wird.) → die Schaltung ist weggleich, solange noch eine Vorspannung bei Feder 1 vorhanden ist.

unterschiedl. Richtungen!

b) $c_{ges} = \left| c_2 - c_1 \right| = \left| \frac{G \cdot d_2^4}{8 \cdot D_m^3 \cdot if} - \frac{G \cdot d_1^4}{8 \cdot D_m^3 \cdot if} \right| = \left| \frac{G}{8 D_m^3 \cdot if} (d_2^4 - d_1^4) \right|$

$\stackrel{!}{=} \left| \frac{80 \frac{kN}{mm^2}}{8 \cdot (75\ mm)^3 \cdot 15,5} (10,5^4 - 12,5^4)\ mm^4 \right| = 18,77 \frac{N}{mm}$

c) ▸ da die Vorspannkraft überschritten wird, ist die Feder 1 komplett entlastet → $\tau_{1h} = 0$ (Feder 2 "trägt" die gesamte Last)

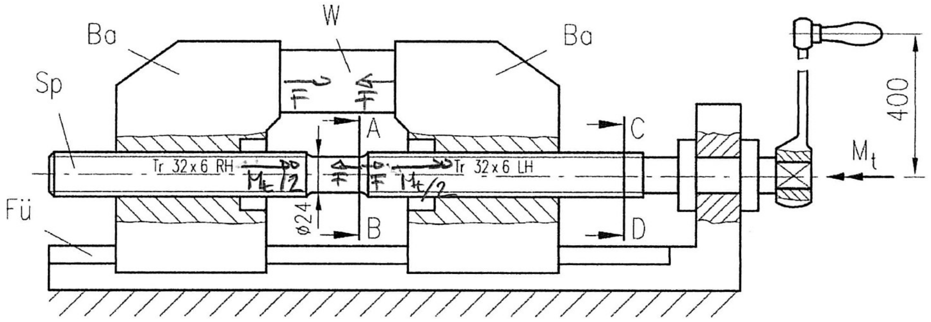
▸ die Feder 2 wird mit $F_2 = 3500\ N$ belastet

$\tau_{2h} = \frac{F_2 \cdot D_m \cdot 16}{2 \cdot \pi \cdot d_2^3} = \frac{3500 N \cdot 75\ mm \cdot 16}{2 \cdot \pi \cdot (10,5\ mm)^3}$

$\stackrel{!}{=} 577,43 \frac{N}{mm^2}$

2.3.7 Schraubstock (6 Punkte)

Die Abb. zeigt schematisch einen zentrisch spannenden Maschinenschraubstock. Das Werkstück W wird zwischen den Backen Ba gespannt. Die Spannkraft wird durch die Spindel Sp aufgebracht, die zu diesem Zweck mit einem Links- und einem Rechtsgewinde versehen ist. Die Backen werden in einer Führung Fü parallel geführt.



Daten:

Gewinde	Tr 32 x 6 (rechts bzw.links)
Flankendurchmesser	$d_2 = 29mm$
Kerndurchmesser des Spindelgewindes	$d_3 = 25mm$
Kerndurchmesser des Muttergewindes	$D_1 = 26mm$
Zulässige Flächenpressung	$p_{zul} = 10N/mm^2$
Reibwert des Gewindes	$\mu' = 0,125$
Gewindetragfaktor	$k = 1$

(a) Welches Drehmoment M_t ist erforderlich, wenn das Werkstück mit einer Kraft $F = 25kN$ gespannt werden soll? (Die Reibung in der Führung ist zu vernachlässigen.)

(b) Ist das Gewinde selbsthemmend?

(c) Wie groß sind die Spannungen, die beim Spannen des Werkstücks in den Querschnitten A–B und C–D auftreten? Welcher Querschnitt ist höher beansprucht?

(d) Welche Handkraft ist an der Kurbel erforderlich? Ist dieser Wert realistisch?

a) $M_t = F_S \cdot \frac{d_2}{2} \cdot \tan(\varphi + \rho')$

$F_S = 2F$ (Kraft muss pro Seite, pro Gewinde aufgebracht werden)

$\rho' \hat{=}$ Reibungswinkel

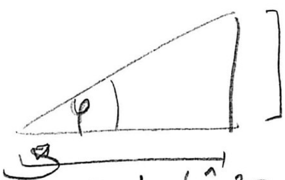
$\varphi \hat{=}$ Steigungswinkel

NR: $\varphi = \arctan\left(\frac{6\,mm}{\pi \cdot 29\,mm}\right) = 3{,}768°$

$\rho' = \arctan(\mu') = 7{,}125°$

$\Rightarrow M_t = 2 \cdot 25\,kN \cdot \frac{29\,mm}{2} \cdot \tan(3{,}768° + 7{,}125°)$

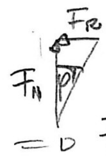
$= 139{,}52\,Nm$



6 mm

$= \pi \cdot d_2$ ($\hat{=} 2\pi \cdot r$) → pro Umdrehung

$\rightarrow \tan(\varphi) = \frac{6\,mm}{\pi \cdot d_2}$



$\tan(\rho') = \frac{F_R}{F_N}$

$\Rightarrow F_R = F_N \cdot \tan(\rho') \overset{!}{=} F_N \cdot \mu'$

17 -

b) ▹ Da der Steigungswinkel φ kleiner ist als der Reibungswinkel ρ', ist das Gewinde selbsthemmend. $\varphi < \rho'$

c) Stelle A-B

Querschnittsfläche: $A = \frac{\pi \cdot d_{AB}^2}{4} = \frac{\pi \cdot (24\,mm)^2}{4} = 452{,}39\,mm^2$ $d_{AB} = 24\,mm$

$\sigma_{zd} = \frac{F}{A} = \frac{25\,kN}{452{,}39\,mm^2} = 55{,}26\,\frac{N}{mm^2}$

$\tau_t = \frac{M_t/2}{W_{PA}} = \frac{0{,}5 \cdot 139{,}52\,Nm}{\frac{\pi}{16} \cdot (24\,mm)^3} = 25{,}70\,\frac{N}{mm^2}$ $W_{PA} = \frac{\pi}{16}(d_{AB})^3$

→ von-Mises-Vergleichsspannung:

$\sigma_{VA} = \sqrt{\sigma_{zd}^2 + 3 \cdot \tau_t^2} = 70{,}96\,\frac{N}{mm^2}$

Stelle C-D

$\tau_t = \frac{M_t}{W_{PB}} = \frac{139{,}52\,Nm}{\frac{\pi}{16} \cdot (25\,mm)^3} = 45{,}48\,\frac{N}{mm^2}$ $W_{PB} = \frac{\pi}{16}(d_3)^3$

$\sigma_{VB} = \sqrt{3} \cdot \tau_t = 78{,}77\,\frac{N}{mm^2}$

↳ somit ist der Querschnitt C-D stärker beansprucht

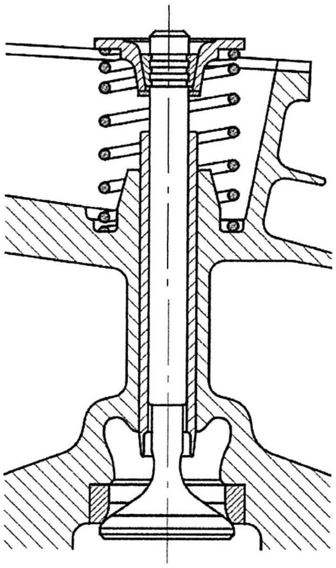
d) $M_t = F_{Hand} \cdot 400\,mm \Rightarrow F_{Hand} = \frac{139{,}52\,Nm}{400\,mm} = 348{,}8\,N$

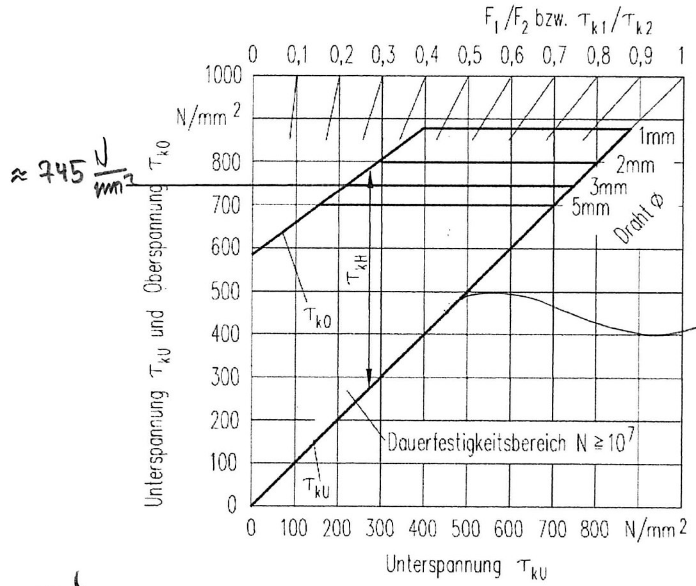
▹ entspricht in etwa einer Gewichtskraft von 35 kg
↳ mit einer Hand eher nicht, mit zwei Händen möglich
↳ aber arbeitsschutzrechtlich wahrscheinlich nicht erlaubt als regelmäßige Last?

2.2.4 Ventilfeder (5 Punkte)

Überprüfen Sie, ob die Feder plastisch verformt wird und ob eine Dauerfestigkeit der Ventilfeder gewährleistet ist.

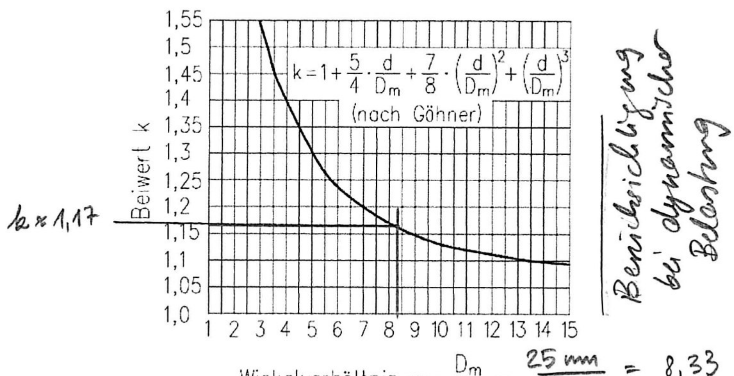
Mittlerer Windungsdurchmesser	$D_m = 25mm$
Drahtdurchmesser	$d = 3mm$
Windungszahl (federnd)	$i_f = 8,5$
Federkraft bei geschlossenem Ventil	$F_V = 200N$
Ventilhub	$h_H = 9mm$
Schubmodul	$G = 8,3 \cdot 10^4 N/mm^2$
Federsteifigkeit einer Windung	$c = \frac{Gd^4}{8D_m^3}$
Geforderte Sicherheit gegen Dauerbruch	$S_D = 2$





äußere Bereich gibt die Fließgrenze an

↳ Verspannungsdiagramm nach SMITH



Berücksichtigung bei dynamischer Belastung

Wickelverhältnis $w = \frac{D_m}{d} = \frac{25\,mm}{3\,mm} = 8,33$

▷ Federsteifigkeit aller Windungen:

$$c_s = \frac{G \cdot d^4}{8 \cdot D_m^3 \cdot i_f} = \frac{8,3 \cdot 10^4 \frac{N}{mm^2} \cdot (3mm)^4}{8 \cdot (25mm)^3 \cdot 8,5} = 6,328 \frac{N}{mm}$$

▷ Federkraft bei geöffnetem Ventil: (Hubkraft):

$$F_H = c_s \cdot h_H = 6,328 \frac{N}{mm} \cdot 9mm = 56,952\ N$$

Hubkraft beschreibt den dynamischen Anteil ?

- Spannungen bestimmen:

$$\tau_{KU} = \frac{M_t}{W_t} = \frac{F_V \cdot D_m \cdot 8}{\pi \cdot d^3} = \frac{200\ N \cdot 25\ mm \cdot 8}{\pi \cdot (3\ mm)^3} = 471{,}57\ \frac{N}{mm^2}$$

allgemein:

$$M_t = F \cdot \frac{D_m}{2}$$

$$W_t = \frac{\pi \cdot d^3}{16}$$

- k-Faktor müsste eigentlich bei τ_{KU} auch schon eingebracht werden ?

$$\tau_{KH,max} = \underbrace{k}_{\text{aus Diagramm abgelesen}} \cdot S_D \cdot \underbrace{\tau_{KH}}_{= \frac{F_H \cdot D_m \cdot 8}{\pi \cdot d^3}} = 1{,}17 \cdot 2 \cdot \frac{56{,}952\ N \cdot 25\ mm \cdot 8}{\pi \cdot (3\ mm)^3} = 314{,}23\ \frac{N}{mm^2}$$

$$\tau_{KO} = \tau_{KU} + \tau_{KH,max} = 785{,}80\ \frac{N}{mm^2} > \underbrace{745\ \frac{N}{mm^2}}$$

max. Wert für Dauerfestigkeitsbereich laut Diagramm bei einer Unterspannung von rund 470 $\frac{N}{mm^2}$

↳ somit ist die Dauerfestigkeit der Ventilfeder mit den gegebenen Werten nicht gewährleistet

- Betrachtung der plastischen Verformung

  - ohne Betrachtung der Sicherheit gegen Dauerbruch ergibt sich für die max. Hubspannung (Sicherheit für plastische Verf. nicht gefordert ?)

$$\tau_{KHP,max} = \frac{1}{2}\tau_{KH,max} = 157{,}12\ \frac{N}{mm^2}$$

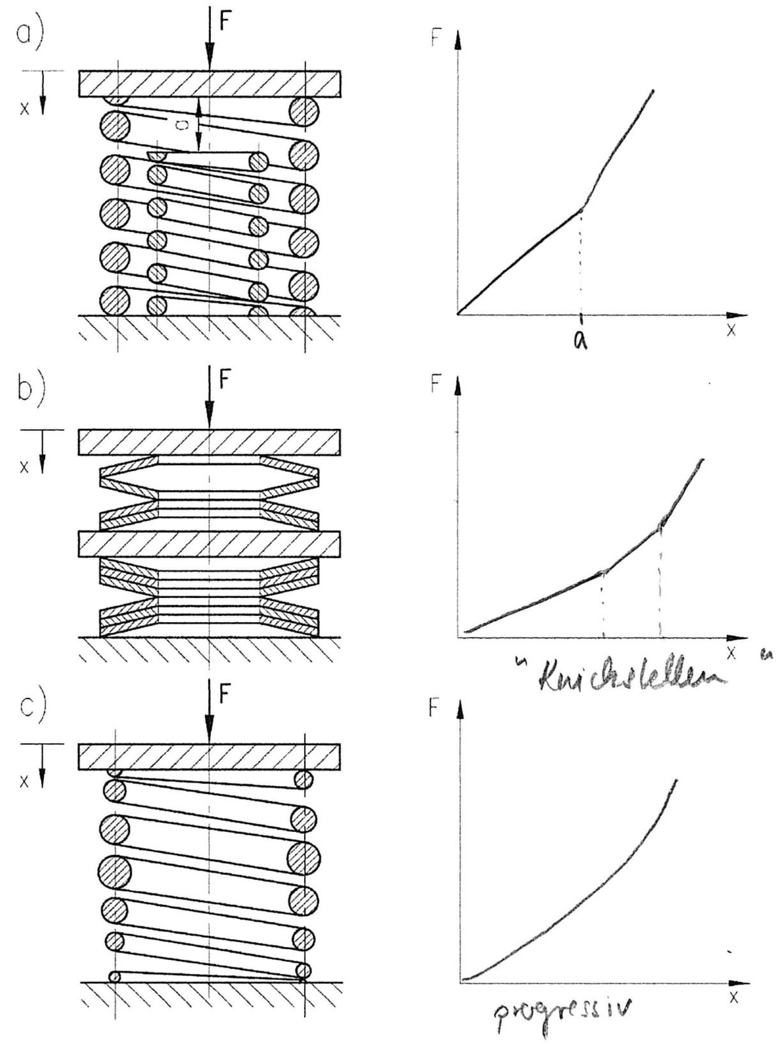
↳ $\tau_{KOP} = 628{,}69\ \frac{N}{mm^2} < 745\ \frac{N}{mm^2}$

↳ somit wird die Ventilfeder nicht plastisch verformt

Anmerkung: - Reihenfolge hier nicht ganz logisch: Man würde zuerst die plastische Verformung betrachten.
- Anschließend: → τ_{KU} bestimmen mit k-Faktor und $\tau_{KH,zul}$ aus Diagramm ablesen
  → $\tau_{KH,max}$ (ohne S_D) bestimmen und mit $\tau_{KH,zul}$ ins Verhältnis setzen → $S_{D,vorh}$ → mit $S_D = 2$ vergleichen

2.2.2 Federkennlinien (4 Punkte)

Zeichnen Sie qualitativ die Federkennlinie der folgenden Federn bzw. Federanordnungen.



Die Federsteifigkeit der Einzelfedern in a) und b) ist als linear anzunehmen.

→ im Fall c könnte es auch zu einem eckigen Verlauf kommen, wenn die "dünnen" Federwindungen anfangen auf den anderen Federwindungen "aufzuliegen"
↳ Kontakt würde die Steifigkeit stark erhöhen!

2.1.6 Stirnradgetriebe mit Profilverschiebung (7 Punkte)

Von einem geradverzahnten koaxialen Stirnradgetriebe sind folgende Daten bekannt:

1. Stufe	$z_1 = 71$	$z_2 = -23$	$m_{12} = 4,0mm$
2. Stufe	$z_4 = 25$	$(z_3 = 29)$	$m_{34} = 3,5mm$
Abtriebsleistung			$P_{ab} = 18,8kW$
Getriebewirkungsgrad			$\eta_G = 94\%$
Drehzahl der Zwischenwelle			$n_{23} = 1482min^{-1}$

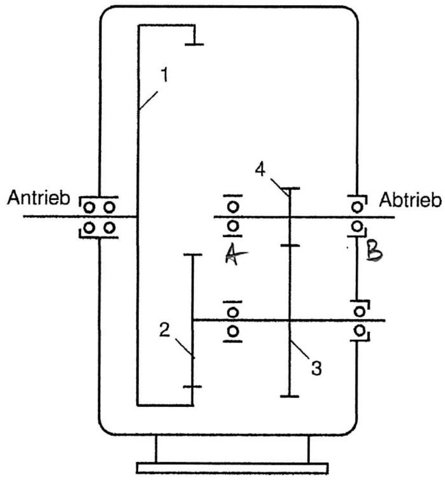
(a) Welche Drehrichtungen haben die Wellen zueinander (gleich- oder gegensinnig)?

(b) Wie groß ist der Achsabstand, wenn die Profilverschiebungssumme der ersten Stufe Null ist?

(c) Wie groß ist die Zähnezahl z_3, wenn Rad 4 ein V–Plus–Rad mit $x = 0,5$ und Rad 3 ein Null–Rad ist?

(d) Welche Antriebs- und Abtriebsdrehzahl hat das Getriebe und welche Antriebsleistung ist erforderlich?

(e) Wie groß werden die Lagerkräfte der Abtriebswelle bei symmetrischer Lageranordnung und querkraftfreiem Wellenende?



a) Antriebs- und Abtriebswelle : gleichsinnig

Zwischenwelle und Antriebswelle : gegensinnig
(oder Abtriebsw.)

b) $x_1 + x_2 = 0$ → Rechnung wie ohne Profilverschiebung
(aber Innenverzahnung!)

$a_{12} = \frac{1}{2}(d_1 - d_2) = \frac{1}{2} m_{12} (71 - |-23|) = 0,5 \cdot 4\,mm \cdot 48$

$= 96\,mm$

egal, wo man das Vorzeichen berücksichtigt ?

c) ▷ aus $x_1 + x_2 = 0{,}5 > 0$ folgt $a > a_d$

▷ Wenn wir annehmen, dass An- und Abtriebswelle auf gleicher Höhe liegen, gilt: $a_{34} \approx a_{12} \geq a_{d34}$

≥ wegen pos. Profilverschieb. ↳ der gesuchte Teilkreisdurchm. muss kleiner sein

$$\Rightarrow 96\,\text{mm} \geq \frac{1}{2}(d_3 + d_4) = \frac{1}{2} m_{34} (z_3 + 25)$$

$$\frac{2 \cdot 96\,\text{mm}}{m_{34}} - 25 \geq z_3 \Rightarrow 29{,}86 \geq z_3 \Rightarrow z_3 = 29$$

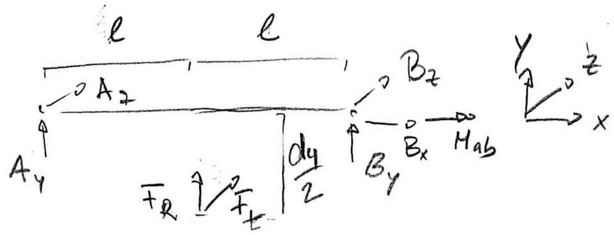
d)

$$i_{12} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{n_{an}}{n_{23}} \Rightarrow n_{an} = n_{23} \cdot \frac{z_2}{z_1} = 1482 \frac{1}{\text{min}} \frac{|-23|}{71} = 480{,}08 \frac{1}{\text{min}}$$

$$i_{34} = \frac{z_4}{z_3} = \frac{n_{23}}{n_{ab}} \Rightarrow n_{ab} = n_{23} \frac{z_3}{z_4} = 1482 \frac{1}{\text{min}} \cdot \frac{29}{25} = 1719{,}12 \frac{1}{\text{min}}$$

$$\frac{P_{ab}}{P_{an}} = \eta_G \Rightarrow P_{an} = \frac{P_{ab}}{\eta_G} = \frac{18{,}8\,\text{kW}}{0{,}94} = 20\,\text{kW}$$

e)



▷ axiale Kräfte treten nicht auf, da keine Schrägverzahnung ↳ $B_x = 0$

Rechenweg (eigentlich nicht notwendig):

$$\Sigma F(y) \stackrel{!}{=} 0 = A_y + B_y + F_R = 0 \Rightarrow A_y = -B_y - F_R$$

$$\Sigma M^{(A)} \stackrel{!}{=} 0 = \begin{pmatrix} l \\ -\frac{d_4}{2} \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ F_R \\ F_t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2l \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} M_{ab} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} F_t \left(-\frac{d_4}{2}\right) \\ -F_t\, l \\ F_R \cdot l \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ B_z \cdot 2l \\ B_y \cdot 2l \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} M_{ab} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

▷ F_t teilt sich zu je 50% auf A_z und B_z auf

▷ F_R zu je 50% auf A_y und B_y

↳ Vorzeichen bei Lagerkräften hier egal

⇒ d_{w4} bestimmen um F_t berechnen zu können

$$d_{w4} = d \frac{\cos(\alpha)}{\cos(\alpha_w)}$$

NR: $\alpha_w = \arccos\left(\frac{a_d}{a} \cos(\alpha)\right) = 22{,}33°$

α wird mit 20° angenommen

$a_d = \frac{1}{2}(d_1 + d_2) = 0{,}5 \cdot m_{34}(z_3 + z_4) = 94{,}5$ mm

$a = 96$ mm

$$\Rightarrow d_{w4} = m_{34} \cdot z_4 \cdot \frac{\cos(20°)}{\cos(22{,}33°)} = 88{,}89 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow F_{t34} = \frac{M_{ab} \cdot 2}{d_{w4}} = \frac{104{,}43 \text{ Nm} \cdot 2}{88{,}89 \text{ mm}} = 2349{,}65 \text{ N}$$

$P_{ab} = n_{ab} \cdot 2\pi \cdot M_{ab}$

$\Rightarrow M_{ab} = \frac{P_{ab}}{n_{ab} \cdot 2\pi} = 104{,}43$ Nm

$$F_{r34} = F_{t34} \cdot \tan(\alpha) = 2349{,}65 \text{ N} \cdot \tan(20°) = 855{,}20 \text{ N}$$

⇒ Lagerbelastung:

$$A_R = B_R = \sqrt{\left(\frac{F_{t34}}{2}\right)^2 + \left(\frac{F_{r34}}{2}\right)^2} = 1250 \text{ N}$$

Anmerkung:
- keine axiale Lagerbelastung durch die Zahnräder, da geradverzahnt

2.3.8 Dehnhülse (7 Punkte)

Die in der linken Abbildung dargestellte Schraubenverbindung (Sonderschraube) ist mit der Vorspannkraft $F_V = 25,5kN$ vorgespannt und mit einer schwellenden Betriebskraft $F_A = 10kN$ belastet.

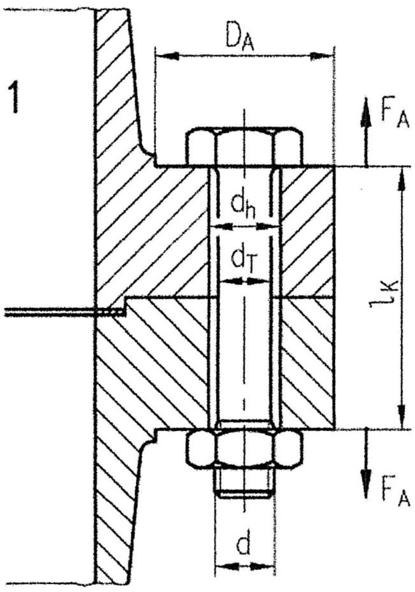
(a) Wie hoch ist die Sicherheit gegen Dauerbruch, wenn Schrauben der Festigkeitsklasse 8.8 Verwendung finden? ($\sigma_A = 50N/mm^2$, $d_T = 8,5mm$, $d_S = 10,7mm$) (Hinweis: Gehen Sie zur Bestimmung der Nachgiebigkeiten vereinfachend davon aus, dass die Nachgiebigkeit der Schraube gleich der Nachgiebigkeit des Dehnschafts ist und die Nachgiebigkeit der Platten durch die Nachgiebigkeit eines Hohlzylinders abgeschätzt werden kann. Holen Sie weitere notwendige

$\sigma_A \hat{=}$ zulässige Amplitudenspannung

(b) Durch Änderung des Betriebsdruckes der Anlage steigt die Betriebskraft auf $F_{A,neu} = 13kN$. Prüfen Sie nach, ob mit der Konstruktion der rechten Abbildung die gleiche Sicherheit gegen Dauerbruch wie unter a) erreicht wird.

(c) Skizzieren Sie qualitativ die Verspannungsschaubilder in einem Diagramm und erläutern Sie die Wirkung der konstruktiven Änderungen.

Abb. 1



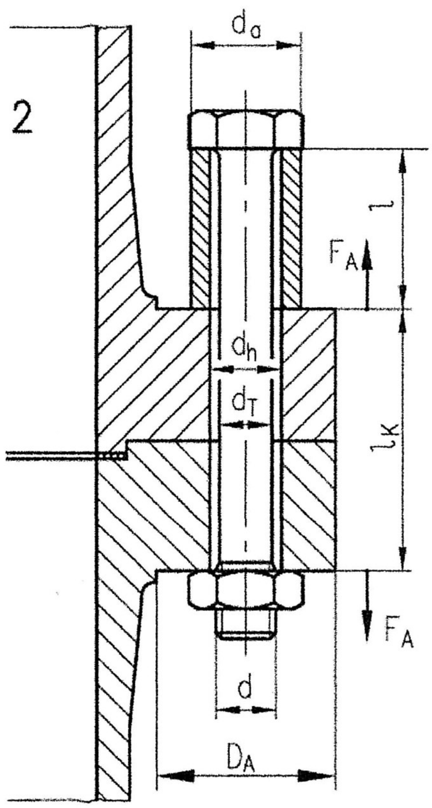
Annahme für den Elastizitätsmodul
$E = E_S = E_P = 210\,000 \frac{N}{mm^2}$

Abmessungen der Schraubenverbindung:

$d = M12$
$d_T = 8,5\,mm$
$l_K = 40\ mm$
$d_h = 13\ mm$
$D_A = 22,5\,mm$

Festigkeitsklasse der Schraube: 8.8

Abb. 2



$d_a = 19\ mm$
$l = 25\ mm$

alle übrigen Maße wie Abb.1

$\sigma_A = 50 \frac{N}{mm^2}$
$d_S = 10,7\ mm$ (Schaftdurchmesser)

Zugfestigkeit (1. Zahl): $R_m = 8 \cdot 100 \frac{N}{mm^2} = 800 \frac{N}{mm^2}$

Dehngrenze: $R_{p0,2} = \underset{1.\,Zahl}{8} \cdot \underset{2.\,Zahl}{8} \cdot 10 \frac{N}{mm^2} = 640 \frac{N}{mm^2}$

a) ▷ berechnen der Schraubenzusatzkraft:

$$F_{SA} = \frac{\delta_P}{\delta_S+\delta_P}\cdot F_A$$

↳ wobei δ_P (Nachgiebigkeit Platte)

$$\delta_P = \frac{l_k}{E_P \cdot A_{ers}} \overset{\text{Annahme Hohlzylinder}}{=} \frac{l_k}{E\cdot\frac{\pi}{4}(D_A^2 - d_h)^2} = \frac{40\ mm}{210\,000\ \frac{N}{mm^2}\cdot\frac{\pi}{4}\cdot(22{,}5^2 - 13^2)\ mm^2}$$

$$= 7{,}1912\cdot10^{-7}\ \frac{mm}{N}$$

↳ wobei δ_S (Nachgiebigkeit Schraube)

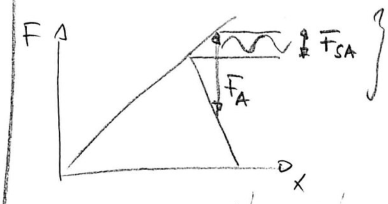
$$\delta_S = \frac{l_k}{E_S\cdot A_T} = \frac{40\ mm}{210\,000\ \frac{N}{mm^2}\cdot\frac{\pi}{4}\underbrace{(8{,}5\ mm)}_{=d_T}{}^2} = 3{,}3567\cdot10^{-6}\ \frac{mm}{N}$$

$$F_{SA} = \frac{\delta_P}{\delta_S+\delta_P}\cdot 10\ kN = 1764{,}36\ N$$

$$\sigma_{a,vorh} = \frac{F_{Amp}}{A_S} = \frac{\frac{1}{2}F_{SA}}{\frac{\pi}{4}(10{,}7\ mm)^2} = \frac{2\cdot1764{,}36\ N}{\pi\cdot(10{,}7\ mm)^2} = 9{,}81\ \frac{N}{mm^2}$$

$$S_{DA} = \frac{\sigma_A}{\sigma_{a,vorh}} = \frac{50\ \frac{N}{mm^2}}{9{,}81\ \frac{N}{mm^2}} = 5{,}1$$

Anmerkung:



Amplitudenspannung ist somit $0{,}5\cdot F_{SA}$

b) $\delta_{P,neu} = \delta_P + \frac{l}{E \cdot A_{ers}} = \delta_P + \frac{l}{E \cdot \frac{\pi}{4}(d_a^2 - d_i^2)}$ | Nachgiebigkeiten addieren sich!

$= 7{,}1912 \cdot 10^{-7} \frac{mm}{N} + \frac{25\ mm}{210\,000 \frac{N}{mm^2} \cdot \frac{\pi}{4}(19^2 - 13^2)\ mm^2}$

$= 1{,}5086 \cdot 10^{-6} \frac{mm}{N}$

$\delta_{S,neu} = \frac{l_k + l}{E \cdot A_S} = \frac{40\ mm + 25\ mm}{210000 \frac{N}{mm^2} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (8{,}5\ mm)^2} = 5{,}455 \cdot 10^{-6} \frac{mm}{N}$

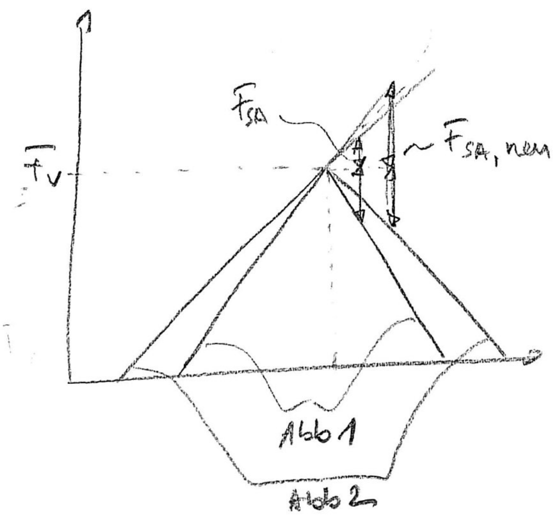
$F_{SA,neu} = \frac{\delta_{P,neu}}{\delta_{S,neu} + \delta_{P,neu}} \cdot F_{A,neu} = 2816{,}44\ N$

$\sigma_{a,vorh,neu} = \frac{\frac{1}{2} F_{SA,neu}}{A_S} = \frac{2 \cdot 2816{,}44\ N}{\pi \cdot (10{,}5\ mm^2)} = 16{,}3 \frac{N}{mm^2}$

$S_{DA,neu} = \frac{\sigma_A}{\sigma_{a,vorh,neu}} = \frac{50\ N/mm^2}{16{,}3\ N/mm^2} = 3{,}1$

↳ es wird eine geringere Sicherheit gegenüber a) erreicht

c)



⇒ die Verlängerung führt zu einer Zunahme der Nachgiebigkeit der Schraube und des Gehäuses und somit zu einer geringeren Steigung im Verspannungsschaubild

<u>Anmerkung</u>: Nach Skript verwendet man die Kombination lange Schraube (Dehnschraube) mit Dehnhülsen um große elastische Nachgiebigkeiten zu erreichen um unterschiedliche Temperaturausdehnungen von verschiedenen Werkstoffen (Schraube, Gehäuse) und somit die Vorspannungskraftänderung zu kompensieren bzw. zu verringern.

↳ hat also konstruktionsbedingt in unserem Fall keine Vorteile

2.3.3 Theorie (6 Punkte)

(a) Erläutern Sie anhand des Verspannungsdiagramms, warum Dehnschrauben für dynamische Beanspruchungen besser geeignet sind als Schaftschrauben (Starrschrauben).

(b) Durch welche konstruktiven und fertigungstechnischen Maßnahmen kann die Sicherheit gegen Dauerbruch bei Schraubenverbindungen gesteigert werden? (Erläuterung in Stichworten und Skizzen).

(c) Skizzieren Sie in einem Diagramm das Dauerfestigkeitsschaubild für eine hochfeste Schraube (z.B. 10.9) und zum Vergleich das Dauerfestigkeitsschaubild für den Werkstoff aus dem die Schraube gefertigt wurde. Erläutern Sie die Unterschiede.

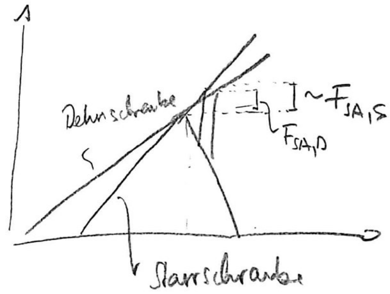
(d) Warum ist die Verwendung von federnden Elementen (z.B. genormte Federringe) zur Sicherung hochfester Schrauben nicht sinnvoll?

(e) Welche Einflußgrößen bestimmen die Größe des Vorspannverlustes Fz beim Setzen von Schraubenverbindungen?

(f) Wie werden die Festigkeitsklassen von Schrauben angegeben? Welche Bedeutung haben die Angaben?

a) Dehnschrauben haben eine höhere Nachgiebigkeit und somit eine geringere Steigung. Dies resultiert in einer geringeren Schraubenzusatzkraft bei gleicher Betriebskraft.

→ somit verringert sich auch die Ausschlagskraft F_a und damit auch die für den Dauerbruch relevante Ausschlagspannung $\sigma_a = \frac{F_a}{A_S}$



b) ▹ Zugmuttern benutzen um Spannungsspitzen abzubauen (Minderung der Ausschlagspannung)

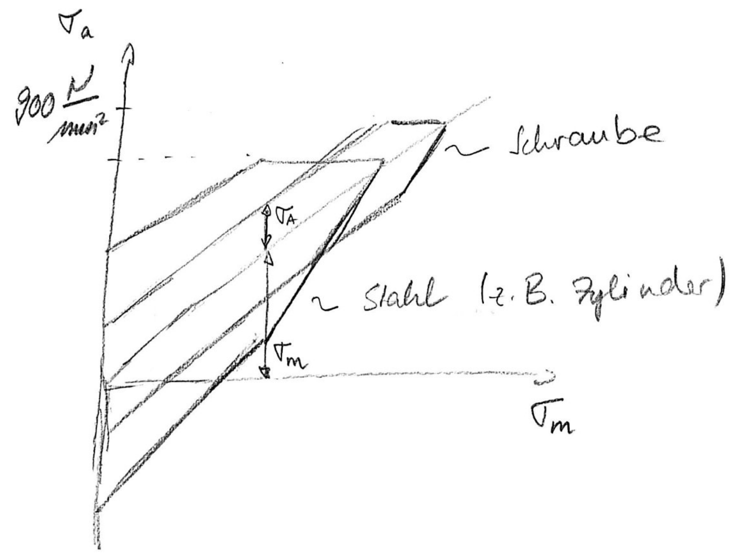
▹ schlussgerollte Schrauben haben eine höhere Dauerhaltbarkeit gegenüber schlussvergüteten Schrauben

▹ Verwendung von Dehnschrauben

▹ Kraftangriffspunkt zur Trennfuge verlagern (n-Faktor wirkt sich positiv auf F_{SA} aus)

▹ größere Klemmlänge.

c) Schraube 10.9 $\Rightarrow$ $R_m = 1000 \frac{N}{mm^2}$, $R_{p0,2} = 900 \frac{N}{mm^2}$



- Die hochvergütete Schraube besitzt eine höhere Dehngrenze $R_{p0,2}$ als "normaler" Stahl, jedoch ist dadurch beim Stahl die Ausschlagfestigkeit σ_A größer
- bei der Schraube ist die Ausschlagfestigkeit σ_A, je nach Herstellungsverfahren, weitgehend unabhängig von der Mittelspannung σ_m

(mögliche Gründe: Stützwirkung des Gewindes ?)

d) - Federnde Elemente stellen bei dynamischer Belastung unwirksame Sicherungselemente dar
(- zudem reduzieren sie durch ihre geringere Steifigkeit, gegenüber der Schraube, die Vorspannkraft)
- durch höhere Festigkeitsklassen kann die Vorspannkraft erhöht werden (dadurch werden Relativbewegungen erschwert
↳ Reibschluss)
→ keine zusätzlichen Sicherungselemente notwendig

e) $F_Z = \frac{f_Z}{\delta_S + \delta_P}$ } - Nachgiebigkeit der Schraube und Platte → Anzahl der Trennfugen
- Setzbeträge (Schrauben, Muttern, Trennfugen) in Abhängigkeit von der Rautiefe R_Z

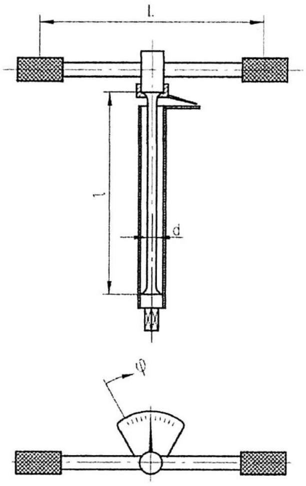
f) Angabe in Zahlenform (auf Schraubenkopf) z.B. $\underset{①}{10}.\underset{②}{9}$

Zugfestigkeit: $R_m = ① \cdot 100 = 1000 \frac{N}{mm^2}$

Dehngrenze: $R_{p0,2} = ① \cdot ② \cdot 10 = 900 \frac{N}{mm^2}$

2.2.6 Drehmomentenschlüssel (5 Punkte)

Die Abbildung zeigt schematisch einen Drehmoment–Schraubenschlüssel, wie er zum Anziehen von hochbelasteten Schrauben mit vorgegebenem Anziehdrehmoment benutzt wird. Zum Messen des Drehmomentes dient eine Drehstabfeder von der Länge l und dem Durchmesser d. Der Schlüssel soll für ein maximales Drehmoment $M_d = 200Nm$ ausgelegt werden. Um eine ausreichende Ablesegenauigkeit zu gewährleisten, soll der Verdrehwinkel bei vollem Drehmoment $\varphi = 30°$ betragen. Bestimmen Sie die Länge l und den Durchmesser d sowie den Hebelarm L für eine Handkraft $F_H = 300N$.



Werkstoffkennwerte: Federstahl 50 CrV4

$\sigma_B = 1400N/mm^2$	$\sigma_{0,2} = 1200N/mm^2$
$\sigma_{schw} = 1000N/mm^2$	$\tau_{tB} = 1100N/mm^2$
$\tau_{tF} = 800N/mm^2$	$\tau_{t,schw} = 700N/mm^2$
$G = 81kN/mm^2$	

Werte auf volle mm runden.

Beschreibung der Indizes ?
↳ geht auch nicht aus dem VL-Folien hervor
↳ B ≙ Bruch ?
schw ≙ Schwingung ?
F ≙ statische Kraft ?

Drehstabfeder

$$\tau_t = \frac{M_d}{W_p} \quad (1)$$

polares Widerstandsmoment W_p für Kreis: $W_p = \frac{\pi}{16} d^3$

⇒ für die Torsion gilt weiterhin

$$\tau_t = G \cdot \gamma \underset{\uparrow}{=} \left(\frac{d}{2}\right) \cdot \frac{\varphi}{l} G \quad (2)$$

homog. Verdrillung

⇒ aus (1):

$S_t \overset{!}{=} 1{,}2$ (Sicherheitsfaktor notwendig ?)

$$\tau_t = \frac{M_d \cdot 16}{\pi \cdot d^3} \leq \frac{1}{S_t} \tau_{t,schw} = \frac{700 \frac{N}{mm^2}}{1{,}2} \approx 583 \frac{N}{mm^2}$$

richtiger Wert ? (Schwingung, da rechts und linkes Ausschlag ?)

$$\sqrt[3]{\frac{200\,Nm \cdot 16}{\pi \cdot 583 \frac{N}{mm^2}}} = d = 12{,}04\ mm \Rightarrow \text{aufrunden } d = 12{,}5\,mm \quad (3)$$

aus (2)

$$\tau_t = G \cdot \left(\frac{d}{2}\right) \cdot \frac{\varphi}{\ell} \leq \frac{1}{S_t} \cdot \tau_{t,schw} \approx 583 \frac{N}{mm^2}$$

$$\Rightarrow \frac{G \cdot d \cdot \varphi}{2 \cdot 583 \frac{N}{mm^2}} \underset{(3)}{\overset{!}{=}} \frac{81 \frac{kN}{mm^2} \cdot 12{,}5\ mm \cdot \left(30° \cdot \frac{\pi}{180°}\right)}{2 \cdot 583 \frac{N}{mm^2}} = \ell = 454{,}67\ mm$$

▸ Hebelarm L bestimmen:

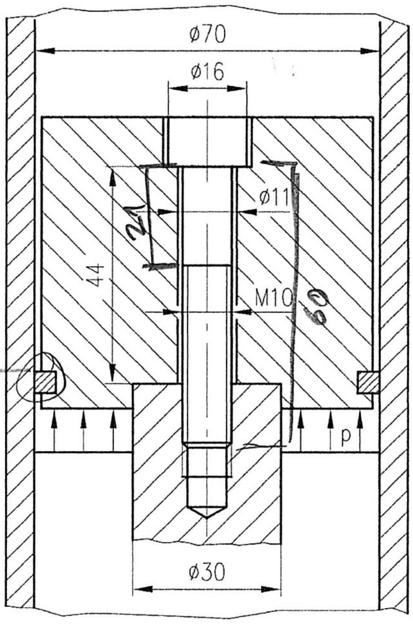
Annahme: Handkraft gilt pro Hand, da das Werkzeug mit zwei Händen geführt werden muss!

$$M_d = 2\left(\frac{L}{2} F_H\right) \Rightarrow L = \frac{M_d}{F_H} = \frac{200\ Nm}{300\ N} = 666{,}67\ mm$$

2.3.6 Hydraulikzylinder (9,5 Punkte) => Zu umfangreich, kann eigentlich nicht Klausurrelevant sein ?

Der Kolben eines Hydraulikzylinders ist mit der Kolbenstange durch eine Innensechskantschraube DIN 912 – M10 x 60 – 12.9 verschraubt. Der Druck im Zylinder beträgt maximal $5N/mm^2$. Die Restklemmkraft bei maximalem Druck soll wegen der Dichtfunktion der Schraube aus Sicherheitsgründen noch mindestens $800N$ betragen. Nehmen Sie den verschraubten Bereich der Kolbenstange vereinfacht als Mutter an.

mit nur einem Kolbenring genügend axiale Führung ?



Gegeben:

maximale Schraubenvorspannkraft $F_{Mmax} = 46000$ N

Dauerfestigkeit der Schraube $\sigma_A = \pm 55$ N/mm²

Anziehfaktor $\alpha_A = 1,6$

Kolbenwerkstoff C 45 V (Vergütungsstahl => $E_P = E_S$)

Krafteinleitungshöhe $n \cdot l_k = 0,3 \cdot l_k$? => $n = 0,3$

Für 3 Trennfugen ergibt sich ein Setzbetrag $f_Z = 6\ \mu m$

$F_{KR,min} = 800$ N (Restklemmkraft)

$E_S = 210\,000 \frac{N}{mm^2}$ (Annahme)

$p = 5 \frac{N}{mm^2}$

(a) Zeichnen Sie qualitativ das Verspannungsschaubild der Schraubenverbindung mit und ohne Berücksichtigung der Krafteinleitungshöhe $n \cdot l_K$.

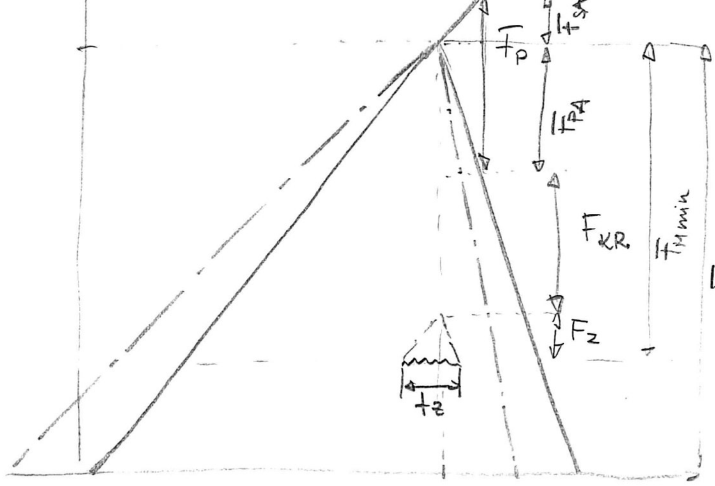
(b) Berechnen Sie das Kraftverhältnis Φ_n. (Hinweis: Bestimmen Sie die Nachgiebigkeiten nach DUBBEL. Die fehlenden Größen können der DIN entnommen werden.)

(c) Berechnen Sie die zusätzlich auf die Schraube wirkende Betriebskraft F_{SA}.

(d) Überprüfen Sie, ob die geforderte Restklemmkraft gewährleistet wird.

(e) Nehmen Sie an, daß der Druck p durch die Kolbenbewegung rein schwellend auf den Kolben wirkt. Berechnen Sie die maximale Dauerschwingbeanspruchung der Schraube und die zugehörige Sicherheit gegen Dauerbruch.

a)



—·— mit Berücksichtigung der Krafteinleitungshöhe n·l_k

b) $\Phi_N = n \cdot \Phi_K = \frac{n \cdot \delta_P}{\delta_S + \delta_P}$

↳ Nachgiebigkeiten bestimmen:

Schraube ⇒ Formeln siehe VL oder Tutorium

▷ Schraubenkopf: $\delta_{SK} = \frac{0{,}4 \cdot d}{E_S \cdot A_N} = \frac{0{,}4 \cdot 10\,mm}{210\,000\,\frac{N}{mm^2} \cdot 78{,}54\,mm^2} \stackrel{!}{=} 2{,}4252 \cdot 10^{-7}\,\frac{mm}{N}$

NR: $A_N = \frac{\pi}{4} \cdot (10\,mm)^2 \stackrel{!}{=} 78{,}54\,mm^2$ (Nenndurchmesser: d)

▷ glatter Schaft: $\delta_{S1} = \frac{21\,mm}{E_S \cdot A_N} = 1{,}2732 \cdot 10^{-6}\,\frac{mm}{N}$

▷ nicht eingeschraubtes Gewinde:

$$\delta_{S2} = \frac{(44-21)\,mm}{E_S \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (d_3)^2} = 1{,}0471 \cdot 10^{-6}\,\frac{mm}{N}$$

Kerndurchmesser Schraube: $d_3 = 8{,}16\,mm$ (Tabellenbuch Metall)

▷ eingeschraubtes Gewinde:

$$\delta_G = \frac{0{,}5 \cdot d}{E_S \cdot \frac{\pi}{4}(d_3)^2} = 4{,}5528 \cdot 10^{-7}\,\frac{mm}{N}$$

▷ Muttergewinde:

$$\delta_M = \frac{0{,}4 \cdot d}{E_S \cdot A_N} = 2{,}4252 \cdot 10^{-7}\,\frac{mm}{N}$$

$$\Rightarrow \delta_S = \delta_{SK} + \delta_{S1} + \delta_{S2} + \delta_G + \delta_M = 3{,}6861 \cdot 10^{-6}\,\frac{mm}{N}$$

Platte

$$\delta_P = \frac{l_K}{E_P \cdot A_{ers}}$$

NR: A_{ers}

$d_w + l_K = (16 + 44)\,mm = 60\,mm < 70\,mm$

$$\Rightarrow A_{ers} = \frac{\pi}{4}(d_w^2 - d_h^2) + \frac{\pi}{8} d_w l_K \left[\left(\sqrt[3]{\frac{l_K d_w}{(l_K + d_w)^2}} + 1\right)^2 - 1\right] \stackrel{!}{=} 536{,}60\,mm^2$$

$d_w = 16\,mm$

$d_h = 10\,mm$

$l_K = 44\,mm$

$$\Rightarrow \delta_P = \frac{44\,mm}{210\,000\,\frac{N}{mm^2} \cdot 536{,}60\,mm^2} = 3{,}9046 \cdot 10^{-7}\,\frac{mm}{N}$$

$$\hookrightarrow \Phi_N = 0{,}3 \cdot \left(\frac{\delta_P}{\delta_S + \delta_P}\right) = 0{,}0287$$

c) $F_{SA} = \Phi_N \cdot F_P$

$\overset{!}{=} 0{,}0287 \cdot 15708\,N = 450{,}82\,N$

NR: $F_P = p \cdot A$

$\overset{!}{=} 5\,\frac{N}{mm^2} \cdot \frac{\pi}{4}\,(70^2 - 30^2)\,mm^2$

$\overset{!}{=} 15708\,N$

d) $F_{KR} = F_{Vmin} - (1 - \Phi_N) \cdot F_P$

siehe weiter unten

NR: $F_{Vmin} = F_{M\,min} - F_Z = F_{M\,min} - \frac{f_Z}{(\delta_S + \delta_P)}$

$\overset{!}{=} 28750\,N - \frac{6 \cdot 10^{-3}\,mm}{3{,}6861 \cdot 10^{-6}\,\frac{mm}{N} + 3{,}9846 \cdot 10^{-7}\,\frac{mm}{N}}$

$\overset{!}{=} 27750\,N$

Anziehfaktor:

$F_{M\,min} = \frac{1}{\alpha_A} \cdot F_{M\,max} = \frac{46000\,N}{1{,}6} = 28750\,N$

$F_{KR} = F_{Vmin} - (1 - \Phi_N) \cdot F_P = 12493\,N > F_{KR\,min} = 800\,N$

↳ somit wird die geforderte Restklemmkraf gewährleistet

(Anmerkung: berechnete Werte sind deutlich größer, sind die Ergebnisse somit noch realistisch ?)

e) $\sigma_a = \frac{F_{SA}/2}{A_S} = \frac{450{,}82\,N/2}{\frac{\pi}{4} \cdot (8{,}595\,mm)^2} = 7{,}77\,\frac{N}{mm^2}$

↳ $S_D = \frac{\sigma_A}{\sigma_a} = \frac{55\,\frac{N}{mm^2}}{7{,}77\,\frac{N}{mm^2}} = 7{,}07$

Anmerkung:

↳ schwellend bedeutet hier, dass

$F_{ampl.} = \frac{F_{SA}}{2}$

$d_S = \frac{d_3 + d_2}{2}$

$\overset{!}{=} \frac{(8{,}16 + 9{,}03)\,mm}{2}$

$\overset{!}{=} 8{,}595\,mm$

(Werte aus Tabellenbuch Metall)

2.2.3 Federschaltung (9 Punkte)

Gegeben ist ein Federsatz mit den Abmessungen:

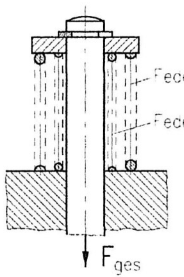
$$d_1 = 4mm \qquad D_{m1} = 28mm$$
$$d_2 = 2mm \qquad D_{m2} = 14mm$$
$$G = 80000N/mm^2$$

Im entspannten Zustand haben beide Federn die gleiche Baulänge. Die Steifigkeit einer Federwindung beträgt $c = \frac{Gd^4}{8D_m^3}$.

(a) In welchem Verhältnis F_1/F_2 müssen die Federkräfte stehen, damit die Beanspruchung der beiden Federn gleich groß wird?

(b) In welchem Verhältnis müssen die Windungszahlen der federnden Windungen i_1/i_2 stehen, damit sich das unter a) ermittelte Kräfteverhältnis einstellt?

(c) Bei einer Belastung $F_{ges} = 500N$ wird der Federsatz um $f = 15,5mm$ zusammengedrückt. Wie groß ist die Spannung τ_{id} in beiden Federn?



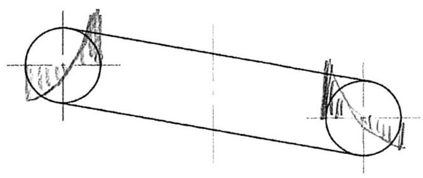
(d) Welche Windungszahlen haben die Federn?

(e) Skizzieren Sie qualitativ die Schubspannungsverteilung im Drahtquerschnitt unter Berücksichtigung der Drahtkrümmung.

(f) Skizzieren Sie ein maßstäbliches Federdiagramm für die Federn 1 und 2 und den Federsatz.

(g) Welche Federarbeit wird in dem Federsystem gespeichert, wenn die Federn im montierten Zustand mit einer Kraft $F_V = 100N$ vorgespannt sind und mit $F_{ges} = 500N$ belastet werden? Kennzeichnen Sie die dieser Federarbeit entsprechende Fläche im Federdiagramm.

zu e)



a) $\tau_1 \overset{!}{=} \tau_2 \Rightarrow$ gleiche Beanspruchung

$$\tau_1 = \frac{M_{t1}}{W_{t1}} = \frac{8 \cdot F_1 \cdot D_{m1}}{\pi \cdot d_1^3} \overset{!}{=} \frac{8 \cdot F_2 \cdot D_{m2}}{\pi \cdot d_2^3}$$

$$\Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{D_{m2}}{D_{m1}} \cdot \frac{d_1^3}{d_2^3} = \frac{14}{28} \cdot \frac{4^3}{2^3} = 4$$

allgemein:

$$M_t = F \cdot \frac{D_m}{2}$$

$$W_t = \frac{\pi \cdot d^3}{16}$$

$$\frac{M_t}{W_t} = \frac{8 \cdot F \cdot D_m}{\pi \cdot d^3}$$

b) $F_1 = c_1 \cdot s \quad , \quad F_2 = c_2 \cdot s$

$$\Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{c_1}{c_2} \overset{!}{=} 4 = \frac{\cancel{G} \cdot d_1^4 \cdot 8 \cdot D_{m2}^3 \cdot i_{f2}}{8 \cdot D_{m1}^3 \cdot i_{f1} \cdot \cancel{G} \cdot d_2^4}$$

$$\Rightarrow \frac{i_{f1}}{i_{f2}} = \frac{D_{m2}^3 \cdot d_1^4}{4 \cdot D_{m1}^3 \cdot d_2^4} = \frac{1}{2}$$

$$c = \frac{G \cdot d^4}{8 \cdot D_m^3 \cdot i_f}$$

c)

$$F_{ges} = F_1 + F_2 = 4 \cdot F_2 + F_2 = 5 F_2 \Rightarrow F_2 = \frac{F_{ges}}{5} = \frac{500\,N}{5} = 100\,N$$

$$F_1 = 4 \cdot F_2 = 400\,N$$

$$\tau_1 = \frac{M_{t1}}{W_{t1}} = \frac{8 \cdot F_1 \cdot D_{m1}}{\pi \cdot d_1^3} = \frac{8 \cdot 400\,N \cdot 28\,mm}{\pi \cdot (4\,mm)^3}$$

$$= 445{,}63 \frac{N}{mm^2} \overset{!}{=} \tau_2$$

- falls d für dynamisch steht, gilt:

Anmerkung: wahrscheinlich nicht dynamisch, da normalerweise wenn k bestimmt werden musste, ein Diagramm gegeben war ?

$$\tau_{1d} = k_1 \cdot \tau_1 = \frac{w_1 + 0{,}5}{w_1 - 0{,}75} \cdot \tau_1$$

$$= \frac{7{,}5}{6{,}25} \cdot 445{,}63 \frac{N}{mm^2} = 534{,}76 \frac{N}{mm^2}$$

$$w_1 = \frac{D_{m1}}{d_1} = 7$$

$$\tau_{2d} = \tau_{1d}$$

da $w_1 = w_2$

$$w_2 = \frac{D_{m2}}{d_2} = 7$$

↳ der Grund des angegebenen Weges f ergibt sich mir hier nicht → Aufgabenteil d)

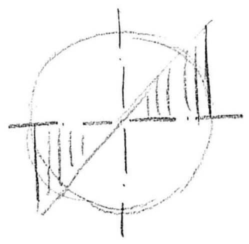
d) $F_1 = c_1 \cdot f \stackrel{!}{=} 400\,N = \frac{G\, d_1^4}{8 \cdot D_{m1}^3 \cdot i_{f1}} \cdot f$

$\Rightarrow \; i_{f1} = \frac{80\,000 \frac{N}{mm^2} \cdot (4\,mm)^4 \cdot 15{,}5\,mm}{8 \cdot (28\,mm)^3 \cdot 400\,N} = 4{,}52$

$i_{f2} = 2 \cdot i_{f1} = 2 \cdot 4{,}52 = 9{,}04$

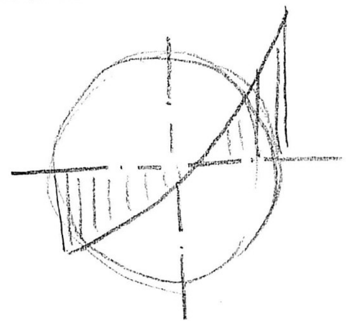
! Anmerkung: ungerade Anzahl bei Windungszahlen ok → Ist aber nicht Normreihe → trotzdem erhältlich?

e) statischer Fall



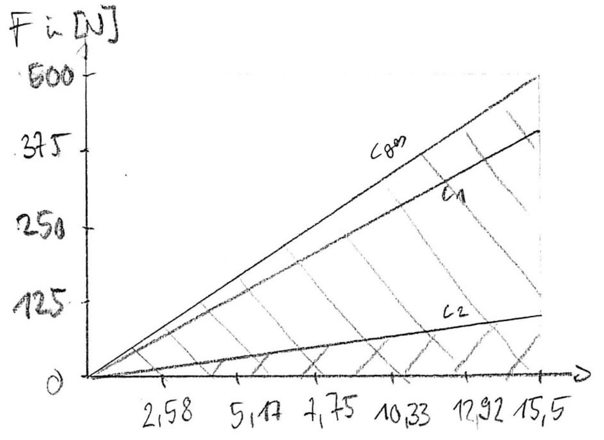
→ τ hat linearen Verlauf

dynamischer Fall („k-Faktor")



↳ durch die Drahtkrümmung ist die Spannung auf der Innenseite größer

f) da weggleiche Schaltung (Parallelschaltung) gilt: $c_{ges} = c_1 + c_2$



→ g

/// gespeicherte Federarbeit (nur Vorspannung F_v)

\\\ gespeicherte Federarbeit ($F_{ges} + F_v$)

g) • die Vorspannung bewirkt keine zusätzliche Arbeit (die Feder verkürzt sich erst weiter, wenn die $100\,N = F_v$ überschritten werden)

$\Rightarrow \; W = \frac{1}{2} F_{ges} \cdot f = \frac{1}{2}\, 500\,N \cdot 15{,}5\,mm = 3{,}875\,J$

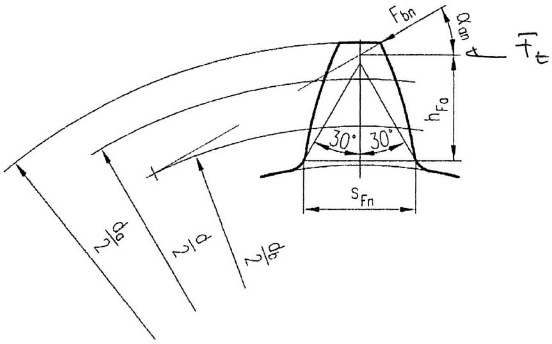
2.1.3 Zahnfußspannung (5 Punkte)

(a) Leiten Sie anhand der Skizze die folgende Formel zur Berechnung der Zahnfußspannung ab.

$$\sigma_{Fo} = \frac{F_{tm}}{bm} Y_{Fa}$$

(b) Welche Größen werden im Zahnformfaktor Y_{Fa} zusammengefasst?

(c) Von welchen Parametern ist der Zahnformfaktor Y_{Fa} abhängig?



a) ▷ vereinfachte Betrachtung (siehe VL-Folien)

$\sigma_{Fo} = \frac{M_b}{W_b}$ mit $M_b = F_t \cdot h_{Fa}$

$W_b = \frac{b \cdot (s_{Fn})^2}{6}$ | Näherungsweise für Rechteckquerschnitt

$\Rightarrow \sigma_{Fo} = \frac{F_t \cdot h_{Fa} \cdot 6}{b \cdot (s_{Fn})^2}$

▷ vereinfachte Zahnradgeometrie:

$h_{Fa} \approx 2{,}2\,m$ und $s_{Fn} \approx \frac{p}{2} \approx \frac{m \cdot \pi}{2} \approx 1{,}6\,m$

$\hookrightarrow \sigma_{Fo} = \frac{F_t \cdot 2{,}2 \cdot m \cdot 6}{b \cdot (1{,}6 \cdot m)^2} \approx \frac{F_t}{b \cdot m} \cdot \underbrace{5}_{\overset{!}{=} Y_{Fa}}$

b) $F_{Fa} = Y_{Fs} \cdot Y_\varepsilon \cdot Y_\beta$

Y_{Fs} ≙ Kopffaktor

Y_ε ≙ Überdeckungsfaktor

Y_β ≙ Schrägenfaktor

c) Y_{FS} – Kopffaktor

- erfasst die Zahnform und berücksichtigt die Kerbwirkung bei Kraftangriff am Kopf
- Kombination von Formfaktor und Spannungskorrekturfaktor

Y_{ε} – Überdeckungsfaktor

- erfasst die Lastaufteilung auf mehrere Zahnpaare und den Einfluss des Biegehebelarm

$$Y_{\varepsilon} = 0{,}25 + \frac{0{,}75}{\varepsilon_{\alpha}}$$

→ mit Profilüberdeckung $\varepsilon_{\alpha} = \frac{g_{\alpha}}{p_e} \mathrel{\hat{=}} \frac{\text{Eingriffsstrecke}}{\text{Eingriffsteilung}}$

Y_{β} – Schrägenfaktor

- berücksichtigt, dass die Verhältnisse besser sind infolge der schrägen Berührungslinien

$$Y_{\beta} = 1 - \frac{\beta}{120^\circ} \quad (\geq 0{,}75 \text{ für } \varepsilon_{\alpha} < 2)$$

→ mit β als Schrägungswinkel

2.3.9 Stehbolzen (6 Punkte)

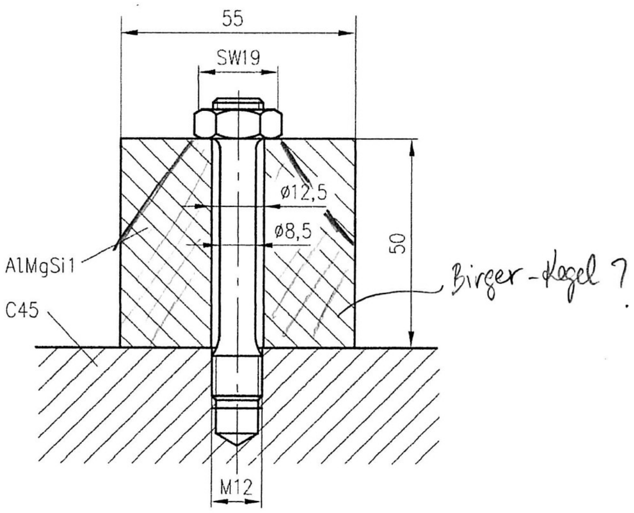
Die skizzierte Schraubenverbindung ist bei Raumtemperatur $t_R = 293K$ mit einer Vorspannkraft $F_V = 16,5kN$ vorgespannt. Im Betrieb erwärmen sich alle Teile auf $t_B = 363K$.

(a) Ermitteln Sie die Beanspruchung im gefährdeten Querschnitt der Schraube im erwärmten Zustand durch Berechnung oder aus dem Verspannungsschaubild. Ist diese Beanspruchung zulässig? (Hinweis: Gehen Sie zur Bestimmung der Nachgiebigkeiten vereinfachend davon aus, dass die Nachgiebigkeit der Schraube gleich der Nachgiebigkeit des Dehnschafts ist und die Nachgiebigkeit der Platten durch die Nachgiebigkeit eines Hohlzylinders abgeschätzt werden kann.)

(b) Berechnen Sie die Flächenpressung in der Mutterauflagefläche. Ist dieser Wert zulässig?

(c) Zeichnen Sie in der Abbildung den Birger-Kegel ein und beurteilen Sie die unter Punkt a) gemachte Annahme.

=> kein vergleichbarer Aufgabentyp in VL oder Tut -> somit die Lösung mit Vorsicht genießen



Festigkeitsklasse der Schraube	6.8
Flankendurchmesser	$d_2 = 10,9mm$
Kerndurchmesser	$d_3 = 9,85mm$
Auflagedurchmesser	$d_w = 19mm$
Gewindesteigung	$p = 1,75mm$
Gewindereibungszahl	$\mu' = 0,125$
lineare Wärmeausdehnungskoeffizienten	
AlMgSi1	$\alpha_{al} = 23,5 \cdot 10^{-6}/K$
Stahl	$\alpha_{St} = 11,0 \cdot 10^{-6}/K$
Festigkeitswerte	
AlMgSi1	$\sigma_B = 320N/mm^2$
	$\sigma_{0,2} = 250n/mm^2$

Hinweis: $E_{Al} = 7,0 \cdot 10^4 N/mm^2$

$E_S = 210\,000 \frac{N}{mm^2}$

$\Delta T = t_B - t_R = 70\ K$

a) Die Betriebskraft F_A ergibt sich hier durch die unterschiedl. Temperaturausdehnung der Schraube und der Hülse:

$$\Delta L_S = \alpha_{St} \cdot 50\,mm \cdot \Delta T = 0{,}03850\,mm$$
$$\Delta L_H = \alpha_{al} \cdot 50\,mm \cdot \Delta T = 0{,}08225\,mm$$

$\Rightarrow f_{SA} = (0{,}08225 - 0{,}03850)\,mm \overset{!}{=} 0{,}04375\,mm$

Annahme korrekt ?
↳ eher über neues Kräftegleichgewicht ?
↳ neues F_V

$$F_{SA} = c_S \cdot f_{SA} = \frac{1}{\delta_S} \cdot f_{SA}$$

NR: $\delta_S = \frac{l_k}{E_S \cdot A} = \frac{50\,mm}{210000\,\frac{N}{mm^2} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (8{,}5\,mm)^2} \overset{!}{=} 4{,}1959 \cdot 10^{-6}\,\frac{mm}{N}$

$$F_{SA} = \frac{1}{\delta_S} \cdot f_{SA} = \frac{1}{4{,}1959 \cdot 10^{-6}\,\frac{mm}{N}} \cdot 0{,}04375\,mm \overset{!}{=} 10\,427\,N$$

$$F_S = F_V + F_{SA} = 16\,500\,N + 10\,427\,N = 26\,927\,N$$

$$\Rightarrow \sigma_S = \frac{F_S}{A_S} = \frac{26\,927\,N}{\frac{\pi}{4} \cdot (8{,}5\,mm)^2} = 474{,}53\,\frac{N}{mm^2}$$

NR Schraube 6.8
$R_{p0,2} = 6 \cdot 8 \cdot 10\,\frac{N}{mm^2} = 480\,\frac{N}{mm^2}$

$$\Rightarrow S_N = \frac{R_{p0,2}}{\sigma_S} = \frac{480\,\frac{N}{mm^2}}{474{,}53\,\frac{N}{mm^2}} = 1{,}01$$

↳ noch zulässig, jedoch ohne zusätzliche Sicherheit!

b) Flächenpressung Mutteranlagefläche

$$F_{PA} = \frac{1}{\delta_P} \cdot f_{SA} = \frac{E_{al} \cdot A_{ers}}{l_k} \cdot f_{SA} = \frac{7{,}0 \cdot 10^4\,N/mm^2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (55^2 - 12{,}5^2)\,mm^2 \cdot 0{,}04375\,mm}{50\,mm} \overset{!}{=} 43\,928\,N$$

$$p_P = \frac{F_V + F_{PA}}{A_{MA}} = \frac{16500\,N + 43\,928\,N}{\frac{\pi}{4} \cdot (19^2 - 12{,}5^2)\,mm^2} = 375\,\frac{N}{mm^2} > \sigma_{0,2} = 250\,\frac{N}{mm^2}$$

richtiger Vergleichswert?

↳ die Flächenpressung ist zu hoch $\rightarrow$ es würde zu einem Fließen des Materials kommen $\rightarrow$ neues Kräftegleichgewicht

c) Beurteilung der Annahme ?

↳ Fläche um ca. $\frac{1}{4}$ zu hoch abgeschätzt ?

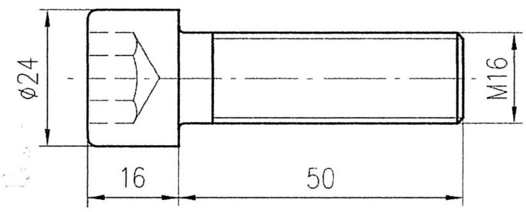
↳ Reduzierung von F_{PA} auf 75% führt zu einer Flächenpressung $\tilde{p}_P = 307\,\frac{N}{mm^2}$

2.3.4 Schraubenbrüche (6 Punkte)

Eine Schraubenverbindung mit Zylinderkopfschrauben mit Innensechskant DIN 912 – M 16 50 – 8.8, wird mit einem Anziehdrehmoment $M_A = 225 Nm$ angezogen. Die Schrauben werden normalerweise in entfettetem Zustand ($\mu = 0,16$) montiert. Durch einen Fehler im Fertigungsablauf gelangen geölte Schrauben ($\mu = 0,11$) zum Einsatz. Kurze Zeit nach Auslieferung dieser Serie treten im Betrieb zahlreiche Schraubenbrüche auf.

(a) Welche Ursache haben die Schraubenbrüche?

(b) Weisen Sie die Richtigkeit Ihrer Antwort zu a) durch Berechnung nach.



- Flankendurchmesser $d_2 = 14,70mm$
- Kerndurchmesser $d_3 = 13,55mm$
- Steigung $p = 2mm$

Hinweis: $\mu' \approx \mu$

Schraube: 8.8

$R_m = 8 \cdot 100 \frac{N}{mm^2} = 800 \frac{N}{mm^2}$

$R_{p0,2} = 8 \cdot 8 \cdot 10 \frac{N}{mm^2} = 640 \frac{N}{mm^2}$

a) Durch den geringeren Reibungsbeiwert kommt es bei gleichem Anziehdrehmoment M_A zu einer höheren Schraubenkraft

b) $M_A \geq M_{GA} + M_R$

$$M_A \geq F_S \frac{d_2}{2} \tan(\varphi + \rho') + F_S \mu \cdot \frac{D_{Km}}{2}$$

$$F_S \leq \frac{M_A \cdot 2}{d_2 \tan(\varphi + \rho') + \mu \cdot D_{Km}} = \frac{225 \, Nm \cdot 2}{14,7 \, mm \cdot \tan(2,48° + 6,28°) + 0,11 \cdot 20 mm} = 100,1 \, kN$$

NR:

Reibungswinkel:

$\rho' = \arctan(\mu') \approx \arctan(\mu) = \arctan(0,11) = 6,28°$

$(\rho'(\mu = 0,16) = 9,09°)$

Steigungswinkel

$$\varphi = \arctan\left(\frac{P}{\pi \cdot d_2}\right) = \arctan\left(\frac{2 \, mm}{\pi \cdot 14,70 \, mm}\right) = 2,48°$$

wirksame Durchmesser

$$D_{Km} = \frac{(24 + 16) \, mm}{2} = 20 \, mm$$

→ bestimmen der Belastungen:

$$\sigma_{ZO} = \frac{F_S}{A_3} = \frac{100{,}1\ kN}{\frac{\pi}{4} \cdot (13{,}55\ mm)^2} = 699\ \frac{N}{mm^2}$$

$$\tau_t = \frac{M_{GA}}{W_P} = \frac{16 \cdot F_S \cdot d_2 \cdot \tan(\varphi + \rho')}{\pi \cdot d_3^3 \cdot 2} = \frac{8 \cdot 100{,}1\ kN \cdot 14{,}7\ mm \cdot \tan(8{,}76°)}{\pi \cdot (13{,}55\ mm)^3}$$

$$= 234\ \frac{N}{mm^2}$$

$$\Rightarrow \quad \sigma_v = \sqrt{\sigma_{ZD}^2 + 3 \cdot \tau_t^2} = 808\ \frac{N}{mm^2} > R_m = 800\ \frac{N}{mm^2}$$

2.2.5 Federschaltung (7 Punkte)

Das skizzierte Federsystem besteht aus 4 gleichen Federn. Die Federn sind vorgespannt, der für die Vorspannung erforderliche Federweg beträgt $f_V = 25mm$. → für alle Federn ? → dann gilt für einzelne Feder : $f_{VT} = 12{,}5\,mm$

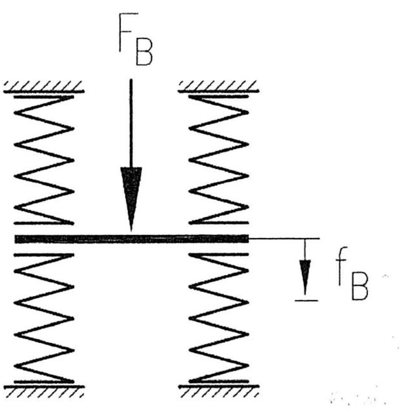
Mittlerer Windungsdurchmesser	$D_m = 32,5mm$
Drahtdurchmesser	$d = 5mm$
Windungszahl	$i_f = 10,5$
Schubmodul	$G = 8 \cdot 10^4 N/mm^2$
Korrekturfaktor zur Berechnung der maximalen Schubspannung	k=1,23
Federsteifigkeit einer Windung	$c = \frac{Gd^4}{8D_m^3}$

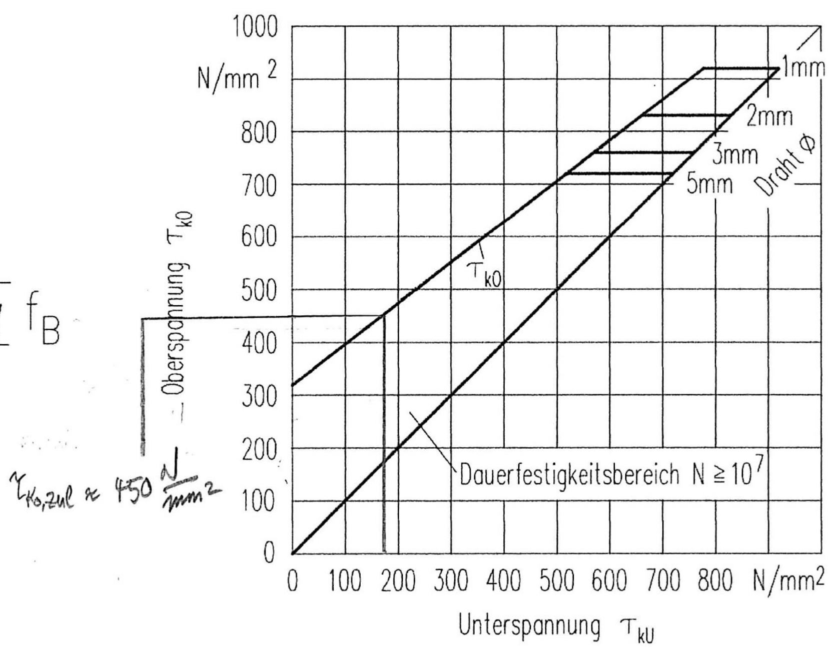
(a) Wie groß ist die Vorspannkraft einer Feder?

(b) Im Betrieb wird dem Federsystem ein zusätzlicher Federweg $f_B = 12mm$ schwellend aufgezwungen (siehe Skizze). Wie groß ist die Betriebskraft, die zur Erzeugung des Federweges f_B erforderlich ist?

(c) Wie groß ist die Sicherheit gegen Dauerbruch der Federn bei der unter b) angegebenen Belastung?

(d) Welche Eigenkreisfrequenz hat das System im Betrieb, wenn der Balken eine Masse $m_B = 5kg$ besitzt? → Gewichtskraft vernachlässigt, da nicht angegeben und Ausrichtung nicht klar wäre

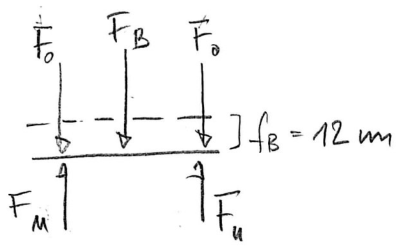




a) Vorspannkraft einer Feder :

$$\boxed{F_V = c \cdot f_V = \frac{G \cdot d^4}{8 \cdot D_m^3 \cdot i_f} \cdot f_{VT} = \underbrace{\frac{8 \cdot 10^4 \frac{N}{mm^2} \cdot (5mm)^4}{8 \cdot (32{,}5\,mm)^3 \cdot 10{,}5}}_{= c = 17{,}34 \frac{N}{mm}} \cdot 12{,}5\,mm \overset{!}{=} 216{,}8\,N}$$

b)



oben: Entlastung der Federn:
neue Auslenkung $f_{Bo} \stackrel{!}{=} (12{,}5 - 12)\,mm \stackrel{!}{=} 0{,}5\,mm$

unten: zusätzliche Belastung der Federn:
neue Auslenkung $f_{Bu} \stackrel{!}{=} (12{,}5 + 12)\,mm \stackrel{!}{=} 24{,}5\,mm$

$\Rightarrow$ Kräftegleichgewicht:

$$2 \cdot F_o + F_B - 2 \cdot F_u \stackrel{!}{=} 0$$

$$\Rightarrow F_B = 2F_u - 2F_o = 2 \cdot c\,(f_{Bu} - f_{Bo}) \stackrel{!}{=} 2 \cdot 17{,}34\,\frac{N}{mm} \cdot (24{,}5 - 0{,}5)\,mm \stackrel{!}{=} 832{,}3\,N$$

c)

$$\tau_{Ku} = \frac{M_t}{W_t} = F_u \cdot \underbrace{\frac{D_m \cdot 16}{2\pi \cdot d^3}}_{\stackrel{!}{=}\, a \,=\, 0{,}662\,\frac{1}{mm^2}} = 216{,}8\,N \cdot 0{,}662 \cdot \frac{1}{mm^2} = 143{,}5\,\frac{N}{mm^2}$$

$\Rightarrow \tau_{Ku,max} = \tau_{Ku} \cdot k = 176{,}5\,\frac{N}{mm^2}$

$$\tau_{Ko} = F_u \cdot a = 424{,}8\,N \cdot 0{,}662\,\frac{1}{mm^2} \stackrel{!}{=} 281{,}2\,\frac{N}{mm^2}$$

$$\tau_{Ko,max} = k \cdot \tau_{Ko} = 1{,}23 \cdot 281{,}2\,\frac{N}{mm^2} \stackrel{!}{=} 345{,}9\,\frac{N}{mm^2}$$

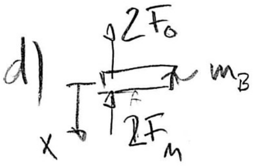
$\Rightarrow$ untere Feder am stärksten belastet:

$$F_u = c \cdot f_{Bu} \stackrel{!}{=} 17{,}34\,\frac{N}{mm} \cdot 24{,}5\,mm \stackrel{!}{=} 424{,}8\,N$$

$$S_D = \frac{\tau_{a,zul}}{\tau_{a,vorh}} = \frac{\tau_{Ko,zul} - \tau_{Ku,max}}{\tau_{Ko,max} - \tau_{Ku,max}} = \frac{(450 - 176{,}5)\,\frac{N}{mm^2}}{(345{,}9 - 176{,}5)\,\frac{N}{mm^2}} \approx 1{,}6$$

$\tau_{Ko,zul}$ aus Diagramm

d)



Federkraft, wirkt der Bewegung entgegen

$F_o = F_u = c \cdot x$

$\Rightarrow$ 2. Newtonsches Gesetz: $m_B\ddot{x} = -4c \cdot x \Leftrightarrow \ddot{x} + \frac{4c}{m_B}x = 0$

Lösungsansatz: $x = e^{(i\omega t + \varphi_0)}$ $\Rightarrow$ einsetzen $-\omega^2 x + \frac{4c}{m_B} \cdot x = 0$

$$\Rightarrow \omega^2 = \frac{4c}{m_B} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{4c}{m_B}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 17{,}34\,\frac{N}{mm}}{5\,kg}} \stackrel{!}{=} 117{,}8\,\frac{1}{s}$$

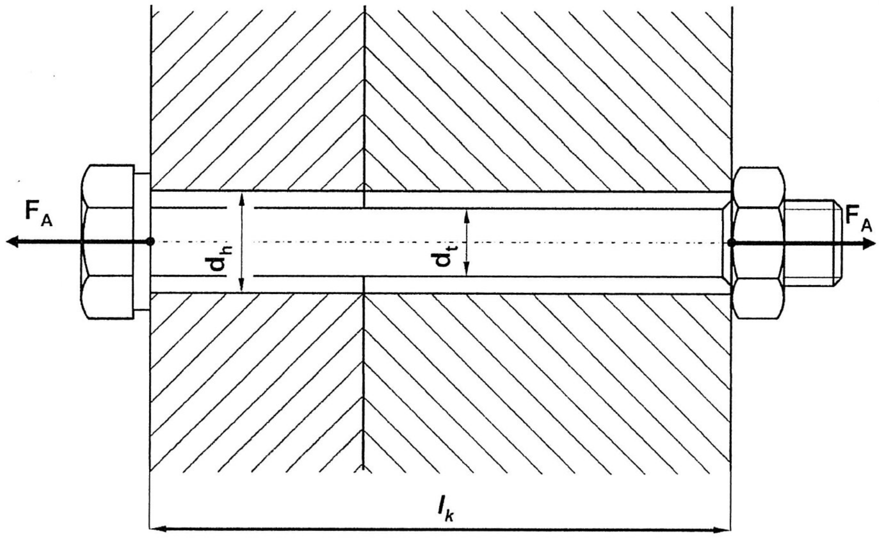
2.3.5 Dehnschraube (5 Punkte)

Eine Dehnschraubenverbindung (siehe Abb.) wird mit einem Anziehdrehmoment $M_A = 235Nm$ angezogen. Damit soll eine Montagevorspannkraft von $70kN$ erreicht werden. Durch Schwankungen der Reibungszahlen und Ungenauigkeiten des Anziehverfahrens (Drehmomentschlüssel) können Abweichungen bis zu $\pm 15\%$ der geforderten Montagevorspannkraft eintreten. Die Schraubenverbindung ist im Betrieb mit einer schwellenden Kraft $F_A = 30kN$ belastet.

$F_M = 70\ kN$

$F_{M,max} = 70\ kN \cdot 1,15 \triangleq 80,5\ kN$

$F_{M,min} = 70\ kN \cdot 0,85 \triangleq 59,5\ kN$

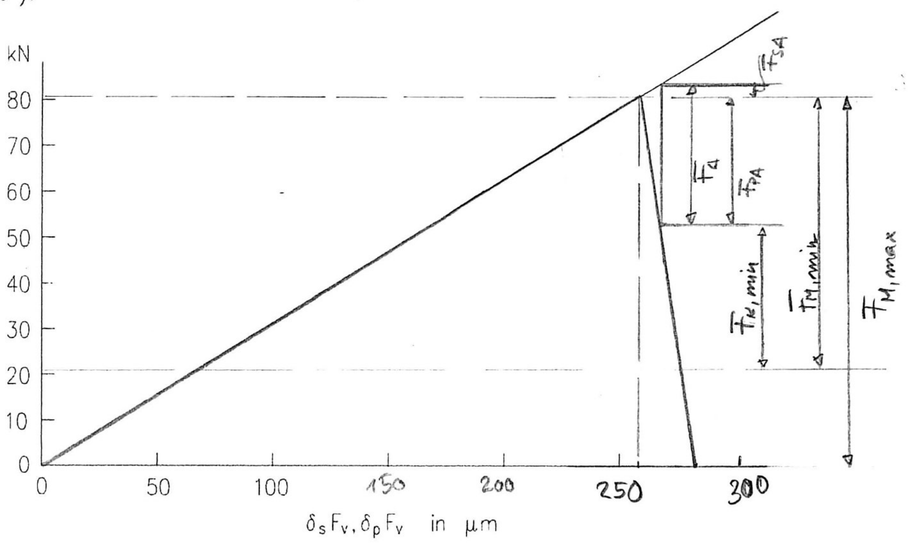


(a) Die Nachgiebigkeiten von Platten und Schraube werden mit $\delta_p = 2,9 \cdot 10^{-7} mm/N$ und $\delta_s = 3,2 \cdot 10^{-6} mm/N$ angegeben. Zeichnen Sie unter Vernachlässigung des Setzbetrages ein maßstäbliches Verspannungsdiagramm der Schraubenverbindung für den Betriebszustand.

(b) Prüfen sie, ob die erforderliche Mindestklemmkraft $F_{K,erf} = 30kN$ unter ungünstigen Verhältnissen vorhanden ist,

(c) und ob die Sicherheit gegen Dauerbruch den geforderten Mindestwert $S_{D,min} = 3$ erreicht ($\sigma_A = 60N/mm^2$ für Festigkeitsklasse 10.9, Taillenquerschnitt $A_T = 113,1mm^2$; Spannungsquerschnitt $A_S = 156,7mm^2$).

a) $\Rightarrow$



a) $\delta_P = 2{,}9 \cdot 10^{-7} \ \frac{mm}{N} \Rightarrow \delta_P \cdot F_{M,max} = 23{,}3 \ \mu m$

$\delta_S = 3{,}2 \cdot 10^{-6} \ \frac{mm}{N} \Rightarrow \delta_S \cdot F_{M,max} = 257{,}6 \ \mu m$

b) $F_{K,min} \approx 19 \ mm \cdot \frac{50 \ kN}{30 \ mm} = 31{,}7 \ kN$ ‖ Abgelesen aus Diagramm

↳ somit wird die erforderliche Mindestklemmkraft eingehalten: $F_{K,min} > F_{K,erf} = 30 \ kN$

→ alternativ über Berechnung:

$F_{K,min} = F_{M,min} - F_{PA}$
$\stackrel{!}{=} 59{,}5 \ kN - 27{,}5 \ kN$
$\stackrel{!}{=} 32{,}0 \ kN > F_{K,erf}$ ✓

NR

$F_{PA} = \left(1 - \frac{\delta_P}{\delta_S + \delta_P}\right) F_A$
$\stackrel{!}{=} \left(1 - \frac{2{,}9 \cdot 10^{-7}}{2{,}9 \cdot 10^{-7} + 3{,}2 \cdot 10^{-6}}\right) \cdot 30 \ kN$
$\stackrel{!}{=} 27{,}5 \ kN$

c) $F_{SA} = F_A - F_{PA} = 30 \ kN - 27{,}5 \ kN$
$\stackrel{!}{=} 2{,}5 \ kN$ (könnte man auch aus dem Diagramm ablesen)

$\sigma_a = \frac{F_a}{A_S} = \frac{0{,}5 \cdot F_{SA}}{A_S} = \frac{0{,}5 \cdot 2{,}5 \ kN}{156{,}7 \ mm^2} = 7{,}98 \ \frac{N}{mm^2}$

$S_D = \frac{\sigma_A}{\sigma_a} = \frac{60 \ \frac{N}{mm^2}}{7{,}98 \ \frac{N}{mm^2}} = 7{,}5 > S_{D,min} = 3$

✓

2.2.1 Federschaltung (10 Punkte) Norm zurückgezogen

Eine zylindrische Schraubenfeder nach DIN 2098 (Feder 1) wurde für eine Belastung durch eine statische Kraft $F_{max} = 2200N$ ausgelegt.
Abmessungen der Feder 1:

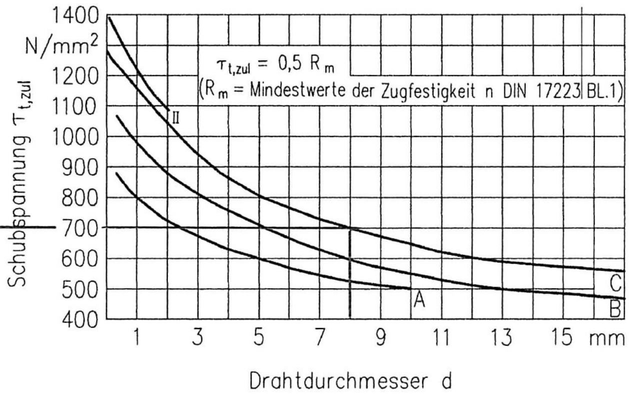
Drahtdurchmesser	$d_1 = 8mm$
Mittl. Windungsdurchmesser	$D_{m1} = 63mm$
Zahl der federnden Windungen	$i_f = 12,5$
Schubmodul	$G = 80.000N/mm^2$
Federsteifigkeit einer Windung	$c = \frac{Gd^4}{8D_m^3}$
Werkstoff	Federstahl C

(a) Ist die Feder richtig dimensioniert?

(b) Welcher Federweg ergibt sich bei der Belastung mit F_{max}?

(c) Ist dieser Federweg nach der angegebenen Norm realisierbar?

$\tau_{t,zul} = 700 \frac{N}{mm^2}$



Für den konkreten Anwendungsfall soll ein Federpaket, bestehend aus Feder 1 in geeigneter Kombination mit einer zweiten Feder (Feder 2), mit einer Gesamtkraft von $F_{ges} = 2435N$ belastet werden. Gleichzeitig darf der Federweg aus konstruktiven Gründen einen Wert von $f_{neu} = 120mm$ nicht überschreiten.

(d) Wie müssen die Federn geschaltet werden?

(e) Wie würden Sie die Federn anordnen, um eine möglichst raumsparende Konstruktion zu erreichen? (Skizze)

(f) Welche Federsteifigkeit c_2 muss die Feder 2 haben?

(g) Bestimmen Sie den mittleren Windungsdurchmesser und die Windungszahl der Feder 2 unter der Bedingung gleicher Beanspruchung für beide Federn und wählen Sie eine geeignete Feder nach Norm (DIN 2098) aus! Drahtdurchmesser der Feder 2: $d_2 = 6,3mm$.

(h) Überprüfen Sie, ob mit der aus der Norm gewählten Feder 2 der konstruktiv maximal mögliche und der aus der Norm zulässige Federweg überschritten wird?

(i) Lassen sich die Federn entsprechend Ihrem Vorschlag unter Punkt e) montieren?

a) ⇒ statische Last: ohne "k-Faktor"

$$\tau_t = \frac{M_t}{W_t} = \frac{69{,}3\ Nm}{100{,}53\ mm^3} = 689{,}3\ \frac{N}{mm^2} < \tau_{t,zul} = 700\ \frac{N}{mm^2}$$

↳ somit ist die Feder für den statischen Fall richtig dimensioniert

$$M_t = F_{max} \cdot \frac{D_{m1}}{2} = 2200\ N \cdot \frac{63\ mm}{2} = 69{,}3\ Nm$$

$$W_t = \frac{\pi}{16} \cdot d_1^3 = \frac{\pi}{12} \cdot (8\ mm)^3 = 100{,}53\ mm^3$$

b) $F_{max} = c_1 \cdot f_{max} \Rightarrow f_{max} = \frac{F_{max}}{c_F}$

NR: $$c_1 = \frac{G \cdot d_1^4}{8 \cdot D_{m1}^3 \cdot i_f} = \frac{80000\ \frac{N}{mm^2} (8\ mm)^4}{8 \cdot (63\ mm)^3 \cdot 12{,}5} = 13{,}105\ \frac{N}{mm^2}$$

$$\Rightarrow f_{max} = \frac{2200\ N}{13{,}105\ \frac{N}{mm}} = 167{,}88\ mm$$

c) nach Tabellenbuch Metall gilt für die gewählte Feder ein größter zulässige Federweg von $s_n = 169\ mm$ (bei $L_0 = 300\ mm$)

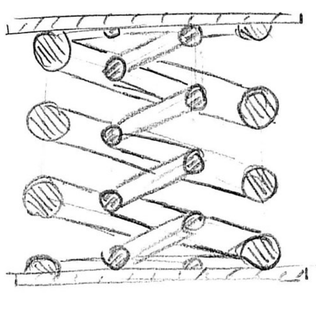
↳ somit ist der Federweg nach der angegebenen Norm realisierbar ($s_n > f_{max}$)

d) $F_{ges} = 2435\ N$, $f_{neu} = 120\ mm$

↳ bei größerer Kraft wird ein geringerer Federweg gefordert ⇒ Gesamtsteifigkeit muss zunehmen

↳ Parallelschaltung

e) besonders raumsparend: ineinander



| Anzahl Windungen und Abmaße nicht maßstabsgetreu!

f) $c_{ges} = \frac{F_{ges}}{f_{neu}} = \frac{2435\ N}{120\ mm} = 20,292\ \frac{N}{mm}$

$c_{ges} = c_1 + c_2 \Rightarrow c_2 = c_{ges} - c_1 = 20,292\ \frac{N}{mm} - 13,105\ \frac{N}{mm} \stackrel{!}{=} 7,187\ \frac{N}{mm}$

g) $d_2 = 6,3\ mm$

$\left.\begin{array}{l} F_{ges} = F_1 + F_2 = 2435\ N \\ F_1 = c_1 \cdot f_{neu} = 13,105\ \frac{N}{mm} \cdot 120\ m = 1572,6\ N \end{array}\right\} \Rightarrow F_2 = 862,4 N$

$\left.\begin{array}{l} \tau_1 = \frac{F_1 \cdot D_{m1} \cdot 8}{\pi\ d_1^3} \\ \tau_2 = \frac{F_2\ D_{m2} \cdot 8}{\pi \cdot d_2^3} \end{array}\right\}$ ▷ Bedingung gleicher Beanspruchung

$\tau_1 \stackrel{!}{=} \tau_2$

$\frac{F_1\ D_{m1}}{d_1^3} = \frac{F_2 \cdot D_{m2}}{d_2^3}$

$\Rightarrow D_{m2} = \frac{F_1}{F_2} \cdot \frac{d_2^3}{d_1^3} \cdot D_{m1} \stackrel{!}{=} \frac{1572,6 N}{862,4 N} \cdot \frac{(6,3\ mm)^3}{(8\ mm)^3} \cdot 63\ mm \stackrel{!}{=} 39,4\ mm$

$c_2 = \frac{G \cdot d_2^4}{8 \cdot D_{m2}^3 \cdot i_{f2}}$

$\Rightarrow i_{f2} = \frac{G \cdot d_2^4}{8 \cdot c_2 \cdot D_{m2}^3} \stackrel{!}{=} \frac{80000\ \frac{N}{mm^2} \cdot (6,3\ mm)^4}{8 \cdot 7,187\ \frac{N}{mm} \cdot (50\ mm)^3} \stackrel{!}{=} 17,53$

↳ nach Tabellenbuch Metall:

▷ für $D_{m2} = 40$ bei $d_2 = 6,3$ mm wahrscheinlich nicht wählbar wegen zu hoher Windungszahl und zu geringem zulässigem Federweg ⇒ genaue Aussage nicht möglich, da Norm zurückgezogen

↳ wir wählen:

$D_{m2} = 50$ mm, $d_2 = 6,3$ mm

(Auswahl kann nicht überprüft werden)

h) siehe g)

i) ▷ Ist genügend Abstand zwischen den Federn?

$\left(\frac{D_{m1}}{2} - \frac{d_1}{2}\right) - \left(\frac{D_{m2}}{2} + \frac{d_2}{2}\right) = 5,65\ mm > 0$

↳ somit sind die Federn nach e) montierbar

2.1.4 Stirnradgetriebe mit Vorgelegewelle (5 Punkte)

Ein zweistufiges geradverzahntes Getriebe mit koaxialen Antriebs- und Abtriebswellen hat folgende Daten:

Achsabstand	$a = 85mm$
Gesamtübersetzung	$i_{ges} = 5,8421$
Zähnezahlen	$z_1 = z_{gth}$ (theoretische Grenzzähnezahl)
	$z_3 = 19$
	$z_4 = 37$

(a) Bestimmen Sie einen geeigneten Modul m_1 und die Zähnezahlen z_1, z_2 für die erste Stufe als Nullverzahnung.

(b) Bestimmen Sie einen geeigneten Modul m_2 und die Summe der Profilverschiebungsfaktoren für die zweite Stufe. Machen Sie einen Vorschlag für die Aufteilung der Profilverschiebung auf die Zahnräder 3 und 4.

Verwenden Sie die Formeln:

Annahme: $\alpha = 20°$

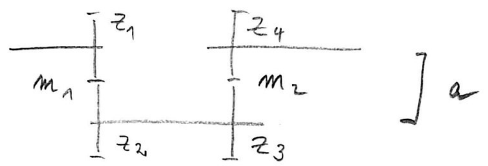
$$\mathrm{inv}\alpha_w = \frac{2\tan\alpha(x_1+x_2)}{z_1+z_2} + \mathrm{inv}\alpha \qquad (1)$$

$$a = \frac{(z_1+z_2)\cdot m}{2}\cdot\frac{\cos\alpha}{\cos\alpha_w} = a_0\cdot\frac{\cos\alpha}{\cos\alpha_w} \qquad (2)$$

Involut-Funktion: $$\mathrm{inv}\alpha = \tan\alpha - \underbrace{\hat{\alpha}}_{=\alpha} \qquad (3)$$

Modul m in mm aus DIN 780: 1,5; 1,75; 2; 2,25; 2,5; 2,75; 3; 3,5; 4; 4,5; 5; 5,5; 6; 7; 8
(Hinweis: $\hat{\alpha}$ im Bogenmaß!)

a)



$$i_{ges} = i_{12}\cdot\underbrace{i_{34}}_{=\frac{z_4}{z_3}} \Rightarrow i_{12} = \frac{i_{ges}\cdot z_3}{z_4} = \frac{5,8421\cdot 19}{37} \overset{!}{=} 3$$

$$z_1 = z_{gth} = 17$$

$$\Rightarrow i_{12} = \frac{z_2}{z_1} \Rightarrow z_2 = z_1\cdot i_{12} = 17\cdot 3 = 51$$

$$a = \frac{d_1+d_2}{2} = \frac{m_1(z_1+z_2)}{2} \Rightarrow m_1 = \frac{2\cdot a}{z_1+z_2} = \frac{2\cdot 85\,mm}{17+51} \overset{!}{=} 2,5$$

b) $a = \frac{\tilde{m}_2 (z_3 + z_4)}{2} \Rightarrow \tilde{m}_2 = \frac{2 \cdot a}{z_3 + z_4} = 3{,}035$

$\Rightarrow$ wähle das Modul $m_2 = 3$
(aus Modulreihe)

$\underset{(2)}{\Rightarrow}$ $a = \frac{(z_3 + z_4) \cdot m_2}{2} \cdot \frac{\cos(\alpha)}{\cos(\alpha_w)}$

$\hookrightarrow \alpha_w = \arccos\left(\frac{m_2 \cdot (z_3 + z_4)}{2a} \cdot \cos(\alpha)\right)$

$\overset{!}{=} \arccos\left(\frac{3(19 + 37) \cdot \cos(20°)}{2 \cdot 85 \text{ mm}}\right) = 21{,}78°$

$\underset{(1)}{\Rightarrow}$ $\operatorname{inv}(\alpha_w) = \frac{2 \cdot \tan(\alpha) \cdot (x_3 + x_4)}{z_3 + z_4} + \operatorname{inv}(\alpha)$

$\frac{(\operatorname{inv}(\alpha_w) - \operatorname{inv}(\alpha))(z_3 + z_4)}{2 \cdot \tan(\alpha)} = x_3 + x_4$

NR: $\operatorname{inv}(\alpha_w) = \tan(\alpha_w) - \tilde{\alpha}_w = \tan(21{,}78°) - 21{,}78 \cdot \frac{\pi}{180°}$

$\overset{!}{=} 0{,}01943$

$\operatorname{inv}(\alpha) = \tan(\alpha) - \tilde{\alpha} = 0{,}01490$

$x_3 + x_4 = \frac{(0{,}01943 - 0{,}01490)(19 + 37)}{2 \cdot \tan(20°)} = 0{,}348$

<u>mögliche Aufteilung</u>

Zahnrad 4 : Null-Verschiebung $\Rightarrow x_4 = 0$

Zahnrad 3 : V$_{\text{Plus}}$-Verschiebung $\Rightarrow x_3 = 0{,}348$

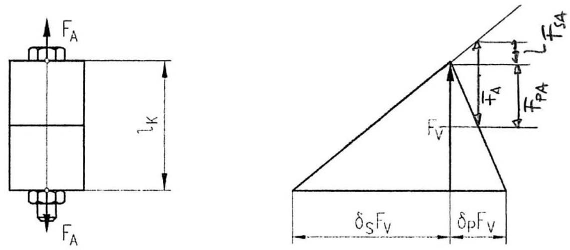
$\hookrightarrow$ Begründung: da wir mit $z_3 = 19$ schon sehr nahe an der Grenzzähnezahl dran sind, können wir somit die Zahnfußtragfähigkeit erhöhen ?

2.3.1 Verspannungsschaubilder (5 Punkte)

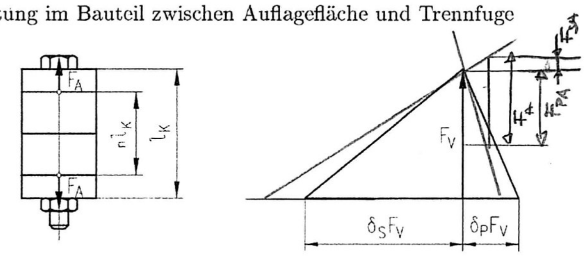
In den untenstehenden schematischen Abbildungen einer Schraubenverbindung sind verschiedene Fälle für die Einleitung bzw. Richtung der axialen Betriebskraft F_A dargestellt. Daneben ist jeweils das Verspannungsschaubild für den Montagezustand gezeichnet.

(a) Ergänzen Sie die Verspannungsschaubilder für den jeweiligen Betriebsfall. Zeichnen Sie die Änderung des jeweiligen Verspannungsschaubildes qualitativ einschließlich der Kraft F_A ein! Kennzeichnen Sie ebenfalls F_{SA} und F_{PA}.

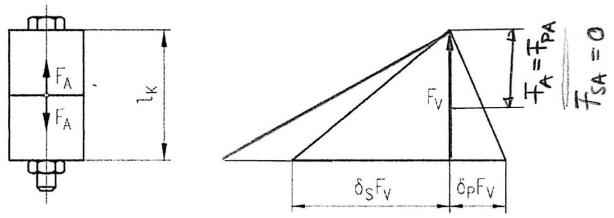
1) Krafteinleitung in der Auflagefläche von Kopf und Mutter



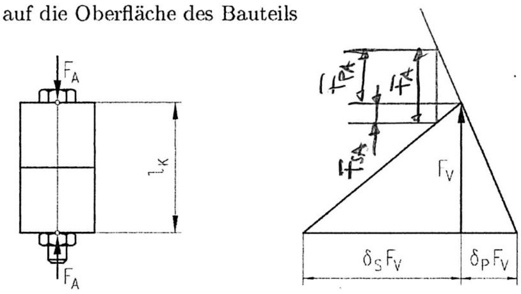
2) Krafteinleitung im Bauteil zwischen Auflagefläche und Trennfuge



3) Krafteinleitung in der Trennfuge



4) Druckkraft auf die Oberfläche des Bauteils

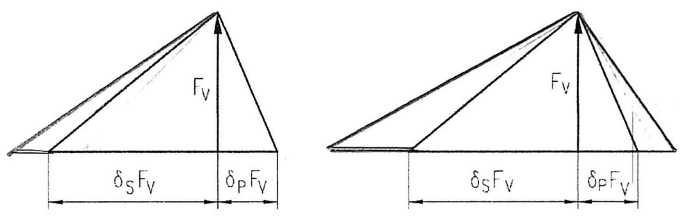


(b) Wie ändert sich das Verspannungsschaubild einer Dehnschraubenverbindung, wenn bei gleichbleibender Vorspannkraft F_V

a) der Dehnschaftdurchmesser um 10% verkleinert wird,

b) die Länge des Dehnschafts und die Klemmlänge um 50% vergrößert werden?

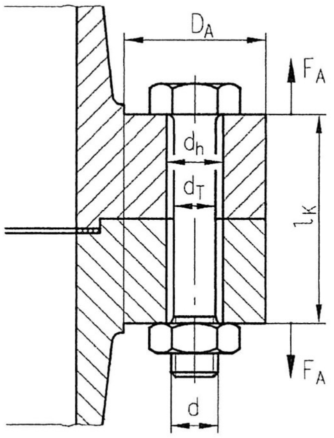
Tragen Sie die Änderungen qualitativ in die Verspannungsschaubilder ein.



$d_{Tneu} = 0,9\ d_T$ $\quad$ $l_{neu} = 1,5\ l$

2.3.10 Flanschverbindung (7 Punkte)

Die Schraubenverbindung ist mit einer Montagevorspannkraft $F_V = 50kN$ vorgespannt. Im Betrieb wirkt auf die Verbindung eine statische axiale Betriebskraft $F_{A,stat} = 16kN$ und zusätzlich eine gleichgroße schwellende Betriebskraft $F_{A,schw} = 16kN$. Flankendurchmesser $d_2 = 14,7mm$, Kerndurchmesser $d_3 = 13,5mm$.



Abmessungen der Schraubenverbindung:

d = M16
d_T = 12,5 mm
l_K = 60 mm
d_h = 18 mm
D_A = 36 mm

Festigkeitsklasse der Schraube: 8.8

$E_P = E_S = 210\,000 \frac{N}{mm^2}$ (Annahme)

(a) Zeichnen Sie maßstäblich das Verspannungsschaubild für den Montagezustand. Berechnen Sie alle dazu erforderlichen Größen. (Hinweis: Gehen Sie zur Bestimmung der Nachgiebigkeiten vereinfachend davon aus, dass die Nachgiebigkeit der Schraube gleich der Nachgiebigkeit des Dehnschafts ist und die Nachgiebigkeit der Platten durch die Nachgiebigkeit eines Hohlzylinders abgeschätzt werden kann.)

(b) Wie groß ist die Ausschlagsspannung σ_{sa} im relevanten Querschnitt der Schraube? (Bestimmung aus dem Verspannungsdiagramm oder durch Rechnung).

(c) Bestimmen Sie, wie groß die Vorspannkraft höchstens werden darf, wenn die maximale Spannung der Schraube im Betrieb den Wert $\sigma_{s,max} = 0,8 \cdot R_{p0,2}$ nicht überschreiten soll (vernachlässigen sie das auf die Schraube wirkende Torsionsmoment).

(d) Welchen kleinsten Wert darf die Vorspannkraft nicht unterschreiten, wenn die geforderte minimale Restklemmkraft von $F_{KR,min} = 15kN$ nicht unterschritten werden soll?

a) $F_A = F_{A,stat} + F_{A,schw} = 16\,kN + 16\,kN = 32\,kN$

Berechnung von ϕ_K, F_{SA} und F_{PA} wäre hier noch nicht notwendig

$\phi_K = \frac{\delta_P}{\delta_S + \delta_P} = 0,139$

$F_{SA} = \phi_K \cdot F_A = 4432\,N$

$F_{PA} = F_A - F_{SA} = 27,57\,kN$

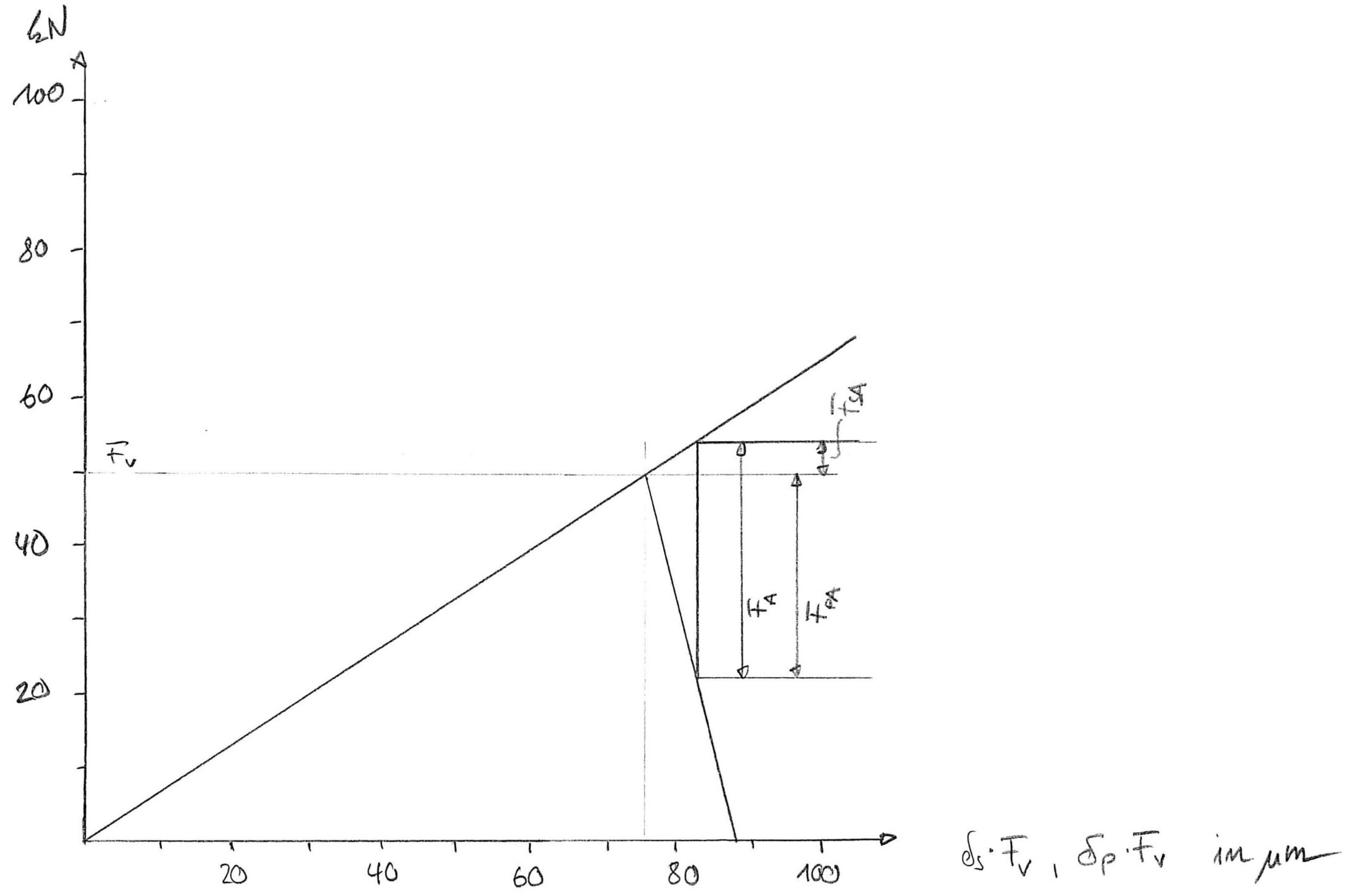
NR:

$\delta_P = \frac{l_K}{E_P \cdot A_{ers}} = \frac{60\,mm}{210\,000 \frac{N}{mm^2} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (36^2 - 18^2)\,mm^2} = 3,743 \cdot 10^{-7} \frac{mm}{N}$

$\delta_S = \frac{l_K}{E_S \cdot A_S} = \frac{60\,mm}{210\,000 \frac{N}{mm^2} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (12,5\,mm)^2} = 2,328 \cdot 10^{-6} \frac{mm}{N}$

$\delta_P \cdot F_V = 12,0\,\mu m$

$\delta_S \cdot F_V = 74,5\,\mu m$



b) <u>graphisch</u>

↳ Kräfteverhältnis bleibt im statischen und dyn. Fall gleich | Annahme richtig ?

↳ ablesen $F_{SA} = 4{,}5\ kN$

$$\frac{F_{SA}}{F_A} = \frac{4{,}5\ kN}{32\ kN} = 0{,}14 \Rightarrow F_{SA,schw} = 0{,}14 \cdot F_{A,schw} \stackrel{!}{=} 2{,}25\ kN$$

$$\Rightarrow \sigma_{Sa} = \frac{F_a}{A_S} = \frac{F_{SA,schw}/2}{\frac{\pi}{4} \cdot (d_S)^2} = \frac{2{,}25\ kN \cdot 2}{\pi \cdot (14{,}1\ mm)^2} \stackrel{!}{=} 7{,}20\ \frac{N}{mm^2}$$

$d_S = \frac{d_3 + d_2}{2} \stackrel{!}{=} 14{,}1\ mm$

(alternative Berechnung von F_{SA}, siehe Aufgabenteil a))

c) $R_{P,0,2} = 8 \cdot 8 \cdot 10\ \frac{N}{mm^2} = 640\ \frac{N}{mm^2}$ (Schraube 8.8)

$$\sigma_{S,max} = 0{,}8\ R_{P0,2} = 512\ \frac{N}{mm^2}$$

$$\sigma_{S,max} \geq \frac{F_{V,max} + F_{SA,stat}}{A_T} + \sigma_{Sa} \Rightarrow F_{V_{max}} \leq (\sigma_{S,max} - \sigma_{Sa}) \cdot A_T - \underbrace{F_{SA,stat}}_{= 2{,}25\ kN}$$

$$\Rightarrow F_{V,max} \leq (512 - 7{,}20)\frac{N}{mm^2} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (12{,}5\ mm)^2 - 2{,}25\ kN = 59{,}7\ kN$$

d) $F_{KR,min} = 15\ kN = F_{V,min} - F_{PA}$

$$\Rightarrow F_{V,min} = 15\ kN + 27{,}5\ kN = 42{,}5\ kN$$

5 Theoriefragen (10 Punkte)

Zahnräder (3 Punkte)

Wahr-Falsch-Aussagen

1. Der Kopfkreisdurchmesser eines V-Plus-Rades ist identisch mit dem des Nullrades
2. V-Nullgetriebe haben denselben Achsabstand wie ein Getriebe ohne Profilverschiebung
3. Ein Dauerbruch am Zahnrad wird durch eine zu hohe Biegewechselbeanspruchung der Zähne verursacht
4. Bei positiver Profilverschiebung erhöht sich die Zahnfußtragfähigkeit gegenüber V-Null-Rädern

	w	f
1		●
2	●	
3	~~●~~	X
4	●	

→ zu hohe Biege-schwellbeanspruchung

weitere Theorie zu Zahnrädern

5. Wodurch wird Fressen an Zahnrädern hervorgerufen?
6. Wo am Zahnrad tritt Grübchenbildung auf?

Antwort 5: Das sogenannte Fressen tritt auf, wenn der Schmierfilm auf den Zahnflanken versagt. Man unterscheidet dabei das sogenannte Warm- und Kaltfressen. Besonders gefährdet sind dabei Bereiche in denen vermehrt Gleitvorgänge stattfinden (Kopf- und Fußkreisnähe).

Antwort 6: an den Zahnflanken

Festigkeit (2 Punkte)

- Was wird durch den technologischen Größeneinflussfaktor berücksichtigt?
- Was besagt der geometrische Größeneinflussfaktor $K_2(d)$?

Festigkeit Antwort 1: Er berücksichtigt näherungsweise, dass die Erreichbare Härte beim Vergüten bzw. die Kernhärte beim Einsatzhärten mit steigendem Durchmesser abnimmt.

Festigkeit Antwort 2: Er berücksichtigt, dass bei steigendem Durchmesser die Biegewechselfestigkeit in die Zug-/ Druckwechselfestigkeit übergeht und die Torsionswechselfestigkeit sinkt.

Federn (2,5 Punkte)

1. Benennen Sie, auf welche Weise (Zug/Druck, Biegung oder Torsion) die folgenden Federn *beansprucht* werden.
   - Spiralfeder → Biegung
   - zylindrische Schraubendruckfeder → Torsion
   - Ringfeder → Zug/Druck

2. Zeichnen Sie in unten abgebildeten Schnitt durch eine Schraubenfeder (Abb. 5.1) den Spannungsverlauf im Draht ein!

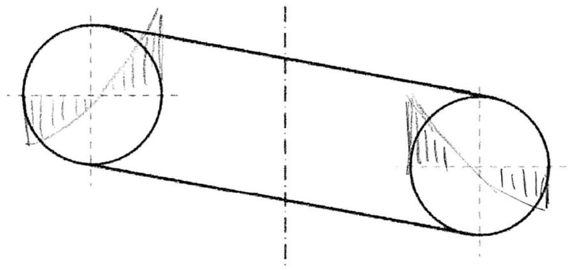
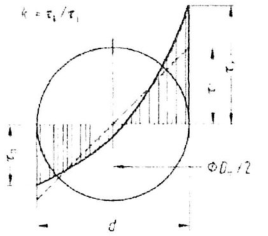


Abbildung 5.1: Spannungsverlauf im Draht einer Schraubenfeder

Außenseite  Innenseite

Schrauben (2,5 Punkte)

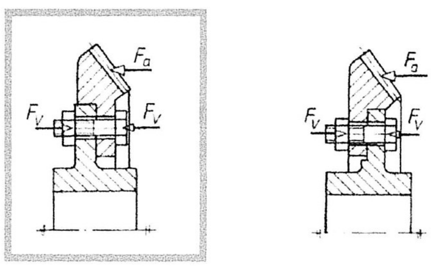
1. Zeigen Sie mithilfe des Ansatzes $\Phi = \frac{F_{SA}}{F_A}$, dass gilt: $\Phi = \frac{\delta_P}{\delta_S + \delta_P}$.

$$\Phi = \frac{F_{SA}}{F_A} = \frac{f_{SPA}c_s}{f_{SPA}(c_s + c_p)} = \frac{c_s}{(c_s + c_p)} = \frac{\frac{1}{\delta_s}}{\frac{1}{\delta_s} + \frac{1}{\delta_p}} = \frac{\frac{1}{\delta_s}}{\frac{\delta_p + \delta_s}{\delta_s\delta_p}} = \frac{1}{\delta_s}\frac{\delta_s\delta_p}{(\delta_s + \delta_p)} = \frac{\delta_p}{(\delta_s + \delta_p)}$$

2. Welche der beiden Anordnungen der Verschraubung (Abbildung 5.2) ist besser geeignet und warum?

nach Tutorium.

Axialkomponente Fa der Zahnkraft unterstützt die zur reibschlüssigen Drehmomentübertragung erforderliche Schraubenverspannkraft Fv



3. Durch das Erhöhen welcher Größe lässt sich die Schrauben-Nachgiebigkeit bei einer Durchsteckverbindung erhöhen?

Antwort zu Schrauben Frage 3: über die Klemmlänge

Institut für Konstruktion, Mikro- und Medizintechnik

FG Methoden der Produktentwicklung und Mechatronik
Prof. Dr.-Ing. D. Göhlich

Name :______________________
Vorname :______________________
Matr.Nr. :______________________
Fakultät/Studiengang :______________________
K2 - Betreuer :______________________

Probeklausur Konstruktion 2

Aufgabe	1	2	3	4	Σ	
Max. Punkte	xx	xx	xx	xx	xx	Note
Err. Punkte						

Hinweise für die Bearbeitung:

- Nutzen Sie zur Lösung jeder Aufgabe das dazugehörige Aufgabenblatt und die gegenüberliegenden freien Seiten bzw. die Rückseiten. Kennzeichnen Sie die Aufgabennummern.
- Werden in der Aufgabenstellung Zwischenlösungen vorgegeben, so sind diese für die weiteren Berechnungen zu verwenden!
- Kurze, präzise Beantwortung der Fragen. Es werden auch richtige Teilantworten gewertet.
- Erläuterung der Antworten durch Skizzen, wo gefordert oder notwendig.
- Skizzen sauber ausführen.
- Zugelassene Hilfsmittel:
  Nicht programmierbarer Taschenrechner, Zeichenutensilien, Schreibmaterial.
- Handyregel: Das Mitführen eines Mobiltelefons während der Prüfung in einem Hörsaal wird als Täuschungsversuch gewertet und führt zum nicht Bestehen des Tests! Dies gilt auch, wenn das Gerät nicht zum Empfang bereit ist.

1 Stirnradgetriebe

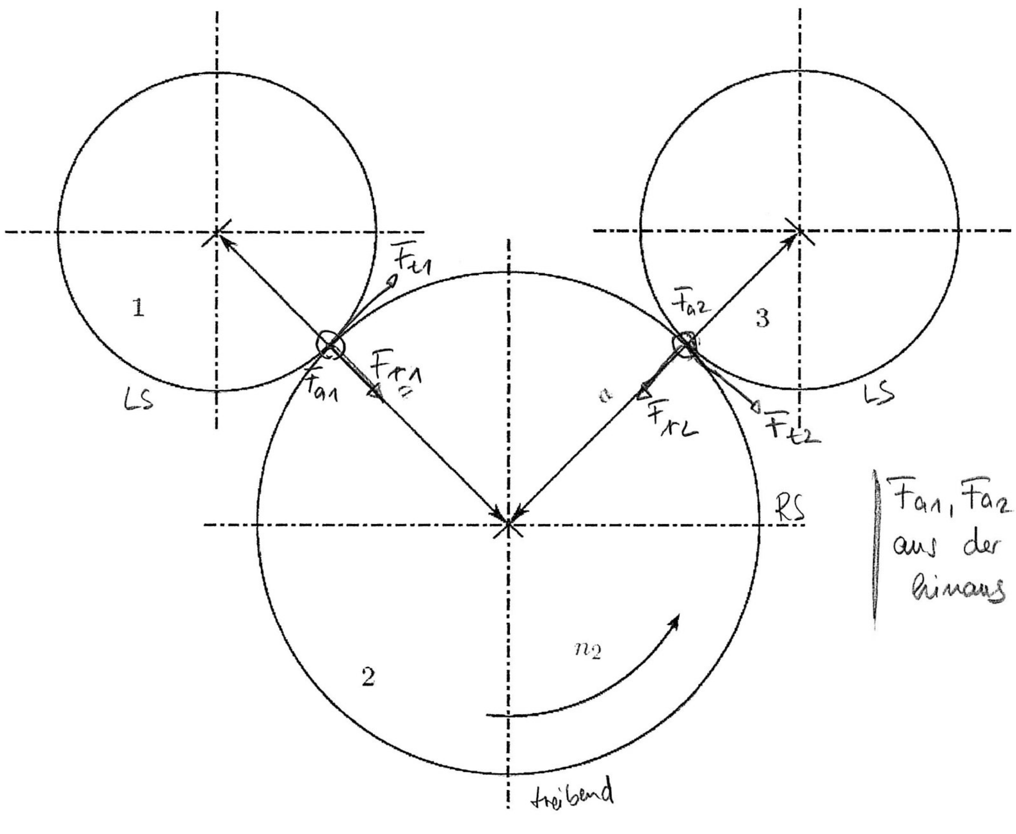
1.1 Schrägverzahntes Stirnradgetriebe (15 Punkte)

Ein dreirädriges, schrägverzahntes Getriebe ist durch das untenstehende Getriebeschema (siehe Skizze) und durch die angeführten Daten bestimmt. Die Verzahnung der Räder ist eine genormte Evolventenverzahnung. Der Antrieb des Getriebes erfolgt über rechtssteigende Rad 2.

Für das Getriebe sind folgende Daten gegeben:

Antriebsleistung	P_2	$=$	$11,5kW$
Antriebsdrehzahl	n_2	$=$	$250min^{-1}$
weitere Drehzahlen	$n_3 = n_1$	$=$	$445min^{-1}$
zulässige Drehzahlabweichung	Δn	$=$	$\pm 5\%$
Zähnezahl des 2. Zahnrades	z_2	$=$	49
Achsabstand	a	$=$	$80mm$
Normalmodul	m_n	$=$	$2mm$

a) Zeichnen Sie qualitativ die auf das Rad 2 wirkenden Zahnkräfte in die Skizze ein. **(2 P.)**



F_{a1}, F_{a2} zeigen aus der Zeichenebene hinaus

b) Wie lautet die Zähnezahl des dritten Zahnrades und wird mit der gewählten Zähnezahl die geforderte **Drehzahl**abweichung am dritten Zahnrad eingehalten? **(4 P.)**

$$\frac{\tilde{z}_3}{z_2} = \frac{n_2}{n_3} \Rightarrow \tilde{z}_3 = z_2 \cdot \frac{n_2}{n_3} = 49 \cdot \frac{250}{445} = 27{,}5$$

↳ aufrunden $z_3 = 28$

▷ neue Drehzahl überprüfen

$$n_{3,neu} = n_2 \cdot \frac{z_2}{z_3} = 250 \frac{1}{min} \cdot \frac{49}{28} = 437{,}5 \frac{1}{min} > 423 \frac{1}{min} = 0{,}95 \cdot n_3$$

↳ somit wird die geforderte Drehzahlabweichung eingehalten

c) Wie groß ist der Schrägungswinkel der Zahnräder? **(1 P.)**

$$a \stackrel{!}{=} a_{23} = \frac{1}{2}(d_2 + d_3) = \frac{1}{2} m_t \cdot (z_2 + z_3) = \frac{1}{2} \frac{m_n}{\cos(\beta)} (z_2 + z_3)$$

$$\Rightarrow \beta = \arccos\left(\frac{m_n (z_2 + z_3)}{2 \cdot a}\right) = \arccos\left(\frac{2\,mm\,(49 + 28)}{2 \cdot 80\,mm}\right) \stackrel{!}{=} 15{,}74°$$

Anmerkung: für $z_3 = 27$ würde $\beta = 18{,}19°$ rauskommen

d) Bestimmen sie den Teilkreis-, den Fußkreis- und den Kopfkreisdurchmesser des zweiten Rades. (**Hinweis:** Nutzen sie $\beta = 20°$ und den Faktor $0,2$ um das Kopfspiel zu berechnen) **(4 P.)**

$$m_t = \frac{m_n}{\cos(\beta)} = \frac{2\,mm}{\cos(20°)} \stackrel{!}{=} 2{,}128\,mm$$

Teilkreisdurchmesser: $d_2 = z_2 \cdot m_t = 49 \cdot 2{,}128\,mm \stackrel{!}{=} 104{,}29\,mm$

Fußkreisdurchmesser: $d_{f2} = d_2 - 2(m_n + \underbrace{c}_{=0{,}2} \cdot m_n) = 104{,}29\,mm - 2 \cdot 2\,mm \cdot 1{,}2 \stackrel{!}{=} 99{,}49\,mm$

Kopfkreisdurchmesser: $d_{a2} = d_2 + 2 \cdot m_n = 104{,}29\,mm + 2 \cdot 2\,mm \stackrel{!}{=} 108{,}29\,mm$

e) Nennen sie je zwei Vorteile und zwei Nachteile eines schrägverzahnten gegenüber eines geradverzahnten Getriebes. **(4 P.)**

Vorteile:

▷ laufen ruhiger und geräuschärmer (größerer Überdeckungsgrad)

▷ besser für höhere Drehzahlen

(▷ etwas höher belastbar)

Nachteile

▷ es treten Axialkräfte auf

↳ zusätzliche Belastungen für Welle und Lager

↳ höhere Reibungsverluste

▷ empfindlicher für Fertigungsabweichungen

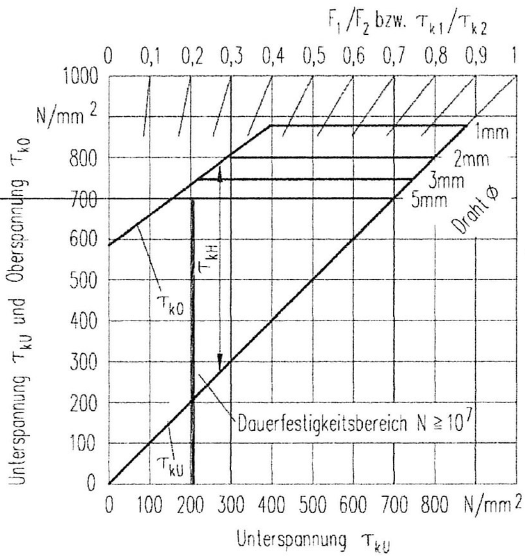
2 Federn (10 Punkte)

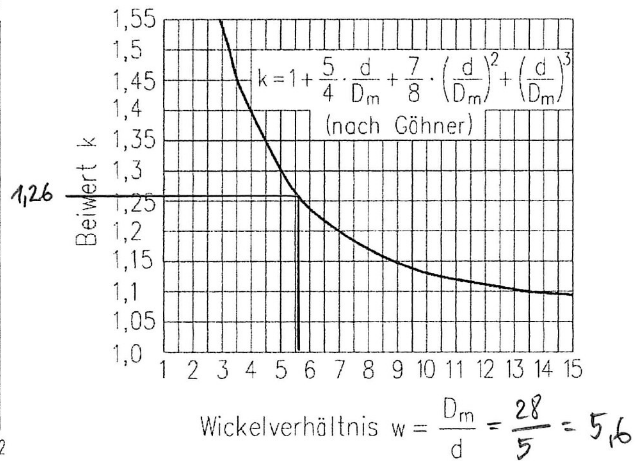
2.1 Ventiltrieb

Die Schraubenfeder eines Ventiltriebs besitzt folgende geometrische Abmessungen:

Drahtdurchmesser	d	=	5	mm
Mittlerer Windungsdurchmesser	D_m	=	28	mm
Schubmodul	G	=	83000	N/mm^2
Windungszahl	i_f	=	5,5	
Ventilhub	u_H	=	7,5	mm
Vorspannkraft	F_V	=	280	N

τ_{zul}





a) Wie groß ist die Federsteifigkeit c_F der Gesamtfeder? Hinweis: Federsteifigkeit je Windung: $c_W = \frac{G \cdot d^4}{8 \cdot D_m^3}$

$$c_F = \frac{G \cdot d^4}{8\, D_m^3 \cdot i_f} = \frac{83\,000\, \frac{N}{mm^2} \cdot (5\,mm)^4}{8 \cdot (28\,mm)^3 \cdot 5{,}5} = 53{,}7\, \frac{N}{mm}$$

b) Rechnen Sie mit $c_F = 60N/mm$ weiter! Wieviel Hubkraft muss auf die vorgespannte Feder ausgeübt werden, wenn die Feder im Betrieb einen Ventilhub von $u_B = 7,5mm$ ausführen soll?

$$F_H = c_F \cdot u_B = 60\, \frac{N}{mm} \cdot 7{,}5\, mm = 450\, N$$

c) Überprüfen Sie, wie groß die maximale Spannung innerhalb der Feder bei Maximalhub ist und ob die zulässige Maximalspannung überschritten wird!

$$M_t = (F_H + F_V)\frac{D_m}{2} = (450 + 280)\,N \cdot \frac{28\,mm}{2} \stackrel{!}{=} 10\,220\, Nmm$$

$$W_t = \frac{\pi}{16} \cdot d^3 = \frac{\pi}{16} \cdot (5\,mm)^3 \stackrel{!}{=} 24{,}54\, mm^3$$

$$\tau_t = \frac{M_t}{W_t} = \frac{10\,220\, Nmm}{24{,}54\, mm^3} = 416{,}5\, \frac{N}{mm^2}$$

$$\tau_{t,max} = \underbrace{k}_{\text{ablesen!}} \cdot \tau_t = 1{,}26 \cdot 416{,}5\, \frac{N}{mm^2} \stackrel{!}{=} 524{,}8\, \frac{N}{mm^2} \overset{3}{<} \tau_{zul} = 700\, \frac{N}{mm^2}$$

d) Rechnen Sie mit $\tau_{kges} = 550N/mm^2$ weiter! Weisen Sie nach, dass die zulässige Dauerfestigkeit von $S_{Derf} = 1,5$ eingehalten wird, wenn die Vorspannkraft unverändert bei $F_V = 280N$ liegt.

$$\tau_{ku} = k \cdot \frac{F_v \cdot D_m \cdot 8}{\pi \cdot d^3} = 1{,}26 \cdot \frac{280\,N \cdot 28\,mm \cdot 8}{\pi \cdot (5\,mm)^3} = 201{,}2\ \frac{N}{mm^2}$$

$$\tau_a = \tau_{kges} - \tau_{ku} = 550\ \frac{N}{mm^2} - 201{,}2\ \frac{N}{mm^2} = 348{,}8\ \frac{N}{mm^2}$$

$$S_D = \frac{\tau_{a,max}}{\tau_a} = \frac{\tau_{zul} - \tau_{ku}}{\tau_a} = 1{,}43 < S_{Derf} = 1{,}5$$

$\Rightarrow$ somit wird die erforderliche Dauerfestigkeit nicht eingehalten

2.2 Federkennlinien

Zeichnen Sie qualitativ die Federkennlinie der folgenden Federn bzw. Federanordnungen. Die Federsteifigkeit der Einzelfedern in a) und b) ist als linear anzunehmen.

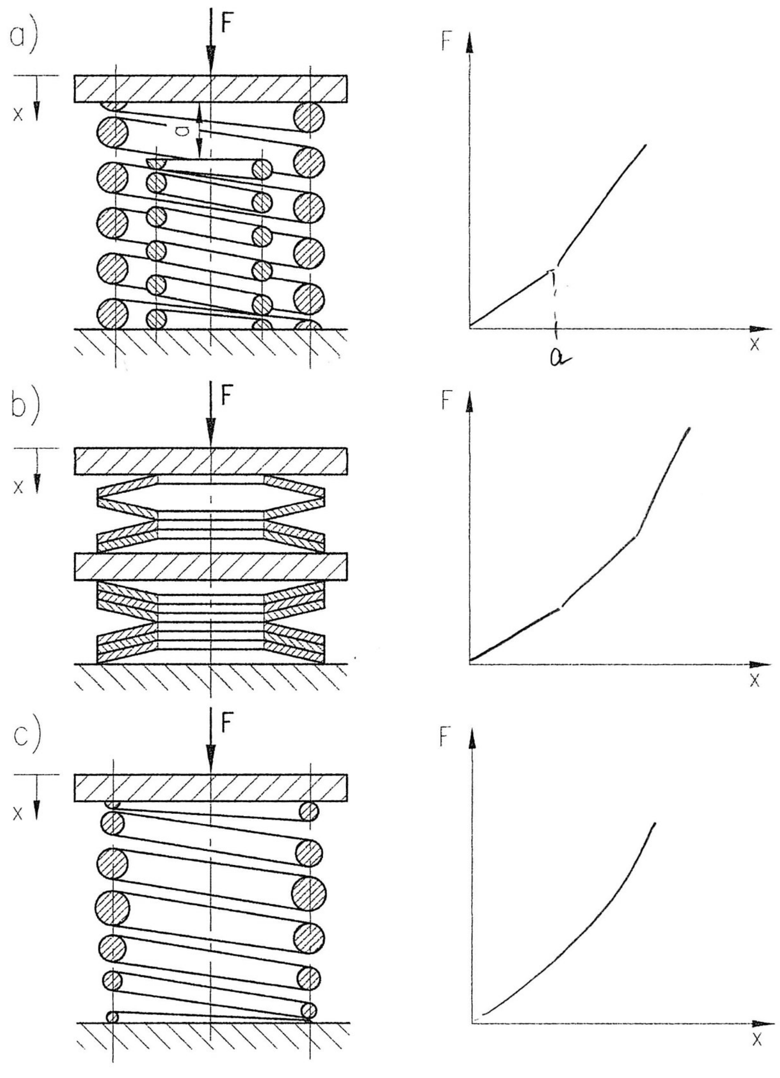


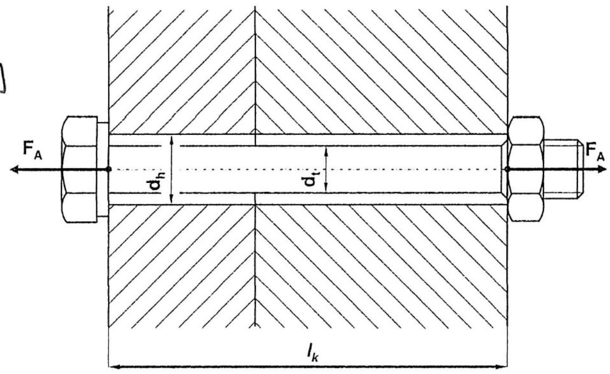
Abbildung 1: Federkennlinien

3 Schraubenaufgabe (10 Punkte)

Eine Dehnschraubenverbindung (s. Abb.) wird mit einem Anziehdrehmoment von $M_A = 235Nm$ angezogen. Damit soll eine Montagevorspannkraft von $70kN$ erreicht werden. Durch Schwankungen der Reibungszahlen und Ungenauigkeiten des Anziehverfahrens können Abweichungen bis zu $\pm 15\%$ der geforderten Montagevorspannkraft auftreten.
Die Schraubenverbindung ist im Betrieb mit einer schwellenden Kraft von $F_A = 30kN$ belastet.

$F_{M,min} = 0{,}85 \cdot 70\,kN \stackrel{!}{=} 59{,}5\,kN$

$F_{M,max} = 1{,}15 \cdot 70\,kN \stackrel{!}{=} 80{,}5\,kN$



a) Die Nachgiebigkeiten von Platten und Schraube werden mit $\delta_p = 2{,}9 \cdot 10^{-7} \frac{mm}{N}$ und $\delta_s = 3{,}2 \cdot 10^{-6} \frac{mm}{N}$ angegeben. Zeichnen Sie unter Vernachlässigung des Setzbetrages ein *maßstäbliches* Verspannungsschaubild der Schraubenverbindung für den Betriebszustand. $\Rightarrow$ Seite 65

Prüfen Sie, ob

b) die erforderliche Mindestklemmkraft $F_{Kerf} = 30kN$ unter ungünstigen Verhältnissen und unter Vernachlässigung des Setzens vorhanden ist.

ablesen: $F_{KR,min} \approx 31{,}8\,kN > F_{Kerf}$ ✓

c) die Sicherheit gegen Dauerbruch den geforderten Mindestwert von $S_{Dmin} = 3$ erreicht ($\sigma_A = 60\frac{N}{mm^2}$ für Festigkeitsklasse 10.9, Taillenquerschnitt $A_T = 113{,}1mm^2$, Spannungsquerschnitt $A_S = 136mm^2$) einhält.

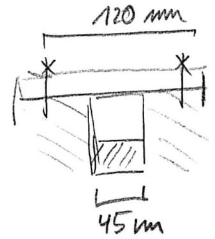
$\sigma_a = \frac{F_a}{A_S} = \frac{F_{SA}/2}{A_S} = \frac{2{,}3\,kN}{2 \cdot 136\,mm^2} = 8{,}5\,\frac{N}{mm^2}$ | ablesen: $F_{SA} \approx 2{,}3\,kN$

$S_D = \frac{\sigma_A}{\sigma_a} = \frac{60\,\frac{N}{mm^2}}{8{,}5\,\frac{N}{mm^2}} = 7{,}1 > S_{Dmin}$ ✓

d) Ein Einzylinderversuchsmotor mit einem Kolbendurchmesser von $d_K = 40mm$ ist an seinem Zylinderkopf mit vier Dehnschrauben auf einen Durchmesser von 120mm verschraubt. Im Innern des Motors sollen Zylinderdrücke von bis zu $p_i = 60bar$ realisiert werden. Wie groß ist maximale Betriebskraft von einer Schraubenverbindung? (Hinweis: Der Außendruck soll hierbei vernachlässigt werden!)

$1\,bar = 1 \cdot 10^5 \frac{N}{m}$

$\rightarrow$ vermutlicher Aufbau?



$\Rightarrow F_{Ages} = p_i \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (40\,mm)^2$

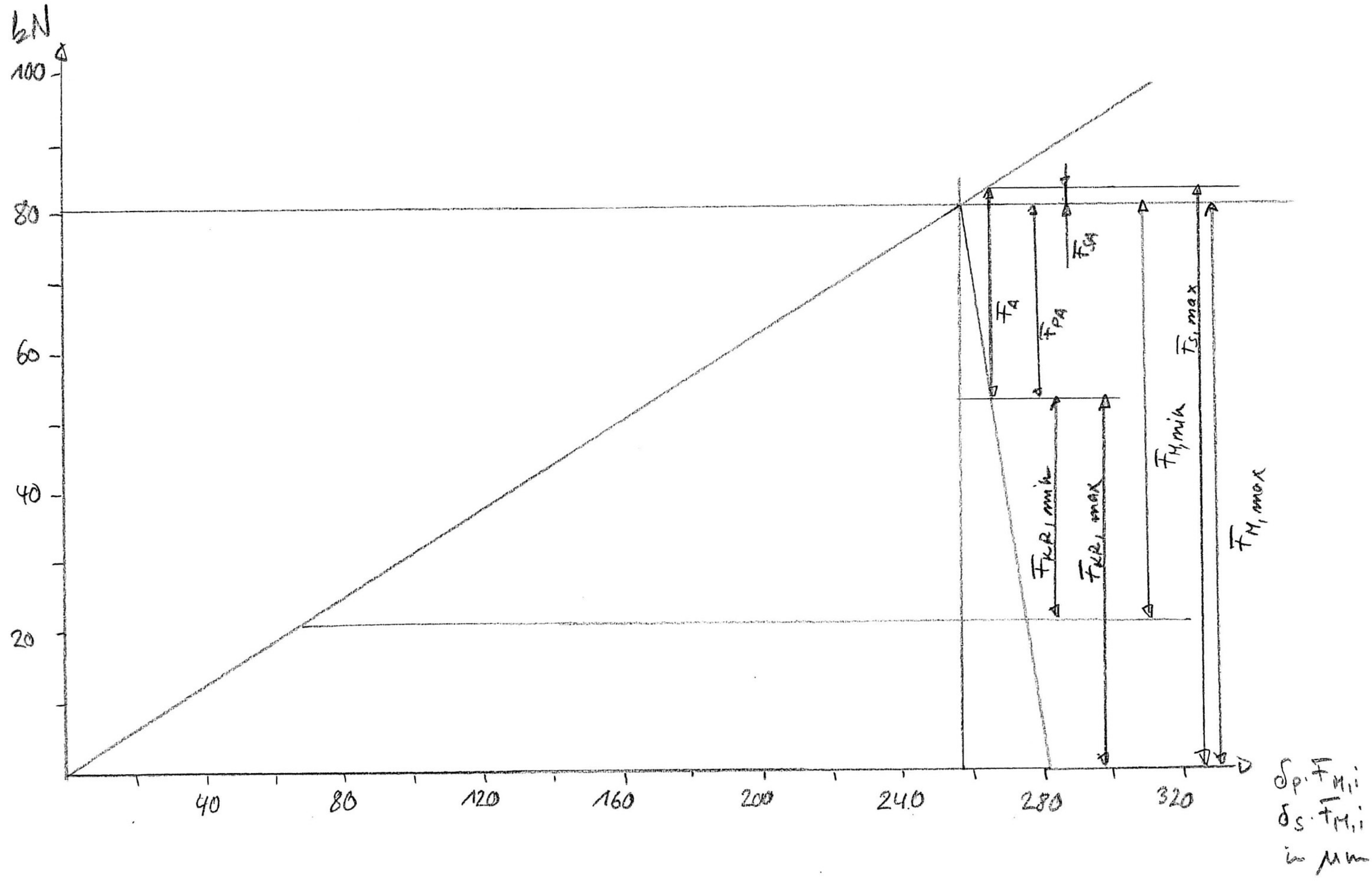
$\stackrel{!}{=} 60 \cdot 10^5 \frac{N}{m^2} \cdot \frac{\pi}{4} (40\,mm)^2$

$\stackrel{!}{=} 7540\,N$

$\Rightarrow F_{A,Schraube} = \frac{F_{Ages}}{4} = 1885\,N$

3 a) $\delta_P \cdot F_{M,max} = 23{,}3\ \mu m$

$\delta_S \cdot F_{M,max} = 257{,}6\ \mu m$



4 Dauerfestigkeit (10 Punkte)

4.1 Auswahl der Kerbform

Für ihre nächsten Konstruktion stehen ihnen zwei verschiedene Wellen zur Verfügung.
Bei Welle 1 handelt es sich um eine Welle mit einem Absatz, Welle 2 enthält eine Rundnut. Beide Wellen werden mit einem Biegemoment belastet. Dieses schwingt dynamisch zwischen $-500Nm$ und $4500Nm$.
Bestimmen sie, welche von beiden Wellenvarianten die geringere Beanspruchung aufgrund des Kerbeinflusses aufweist und somit für die Konstruktion verwendet werden sollte. Die Wellenform ist hierbei für die Funktion der Welle unwichtig.

Stützziffer

	d	D	r	t	n_χ
Welle 1	42 mm	50 mm	5 mm	4 mm	1,036
Welle 2	50 mm	67 mm	7 mm	7 mm	1

Tabelle 1: Geometriedaten der Wellen

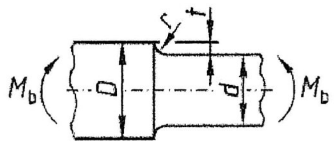


Abbildung 2: Wellenform 1 (Absatz)

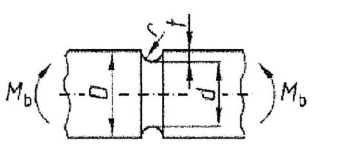
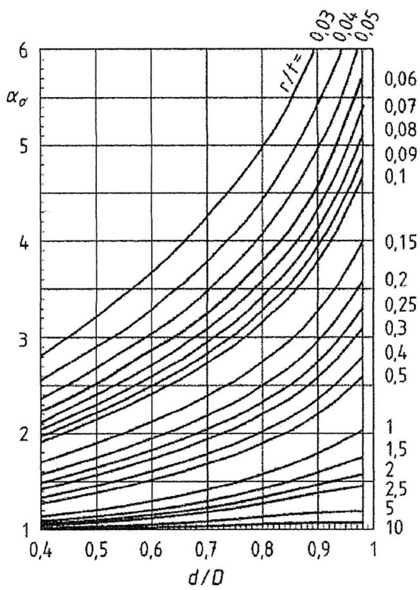


Abbildung 3: Wellenform 2 (Rundnut)

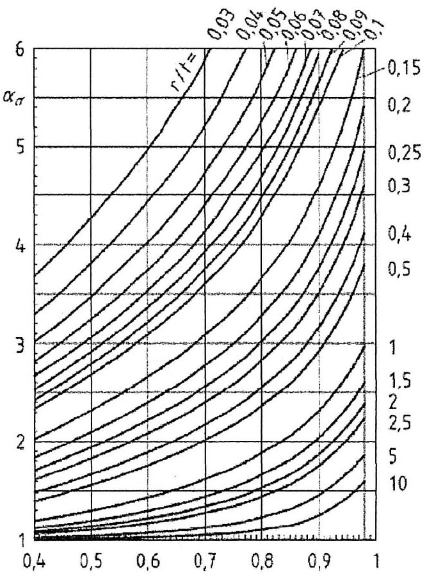
Werte können alternativ auf dem Diagramm abgelesen werden



$$\alpha_\sigma = 1 + \frac{1}{\sqrt{0{,}62 \cdot \frac{r}{t} + 11{,}6 \cdot \frac{r}{d} \cdot \left(1+2 \cdot \frac{r}{d}\right)^2 + 0{,}2 \cdot \left(\frac{r}{t}\right)^3 \cdot \frac{d}{D}}}$$

$\alpha_{\sigma 1} = 1{,}557$

Abbildung 4: Kerbformzahldiagramm für abgesetzte Wellen



$$\alpha_\sigma = 1 + \frac{1}{\sqrt{0{,}2 \cdot \frac{r}{t} + 5{,}5 \cdot \frac{r}{d} \cdot \left(1+2 \cdot \frac{r}{d}\right)^2}}$$

$\alpha_{\sigma 2} = 1{,}827$

Abbildung 5: Kerbformzahldiagramm für Wellen mit Rundnut

$\Rightarrow$ restliche Rechnung auf Seite 68

$$\beta_{\sigma 1} = \frac{\alpha_{\sigma 1}}{n_1} = \frac{1{,}557}{1{,}036} = 1{,}503$$

$$\beta_{\sigma 2} = \frac{\alpha_{\sigma 2}}{n_2} = \frac{1{,}827}{1} = 1{,}827$$

$$W_{b1} = \frac{\pi}{32} \cdot d_1^3 = 7274 \text{ mm}^3$$

$$W_{b2} = \frac{\pi}{32} \cdot d_2^3 = 12272 \text{ mm}^3$$

4.2 Theoriefragen

Kreuzen sie an, ob die nachfolgenden Aussagen richtig oder falsch sind.
Hinweis: Falsche Antwort führt zu Punktabzug, es können minimal **0 Punkte** erreicht werden.

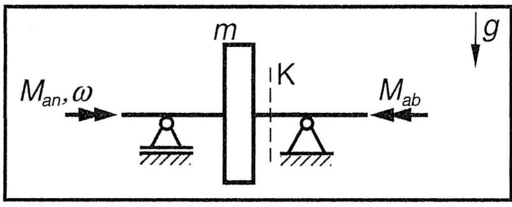
Aussage	richtig	falsch
Es existieren zwei verschiedene geometrische Größeneinflussfaktoren $K_2(d)$ und $K_3(d)$!		X
Der technologische Größeneinflussfaktor $K_1(d_{eff})$ ist für die Berechnung der tatsächlichen Zugfestigkeit und Streckgrenze immer gleich!	X	
Bei steigender Oberflächenrauhigkeit sinkt die Bauteilwechselfestigkeit!	X	
Der geometrische Größeneinflussfaktor $K_2(d)$ berücksichtigt die Steigerung der Biegewechselfestigkeit bei steigendem Bauteildurchmesser!		X
Zur Bestimmung der Sicherheit gegen Dauerbruch sind überwiegend statische Größen von Interesse!		X

2

→ Biegewechsel-festigkeit sinkt

4.3 Grundlagen

Geben Sie für den folgenden Lastfall durch die Symbole $(=)$ und $(\neq)$ an, welche statischen und dynamischen Belastungen am kritischen Querschnitt K vorliegen. Nicht eingezeichnete Massen können vernachlässigt werden.
Hinweis: Pro Lastfall wird ein Punkt vergeben, 1/2 Punkt für die richtigen statischen und 1/2 Punkt für die richtigen dynamischen Belastungen.



$F_{zdm} = 0$	$F_{zda} = 0$
$M_{bm} \neq 0$	$M_{ba} \neq 0$
$M_{tm} \neq 0$	$M_{ta} = 0$

Abbildung 6: Lastfall: Schwungscheibe

4.1 - Fortführung Rechng

Mittelwert - Betrachtung

$\| M_{b,m} = 2000\ Nm$

$$\sigma_{b,m1} = \alpha_{\sigma1} \cdot \frac{M_{b,m}}{W_{b1}} = 1{,}557 \cdot \frac{2000\ Nm}{7274\ mm^3} = 428{,}1\ \frac{N}{mm^2}$$

$$\sigma_{b,m2} = \alpha_{\sigma2} \cdot \frac{M_{b,m}}{W_{b2}} = 1{,}827 \cdot \frac{2000\ Nm}{12272\ mm^3} = 297{,}8\ \frac{N}{mm^2}$$

Amplituden - Betrachtung

$\| M_{b,a} = 2500\ Nm$

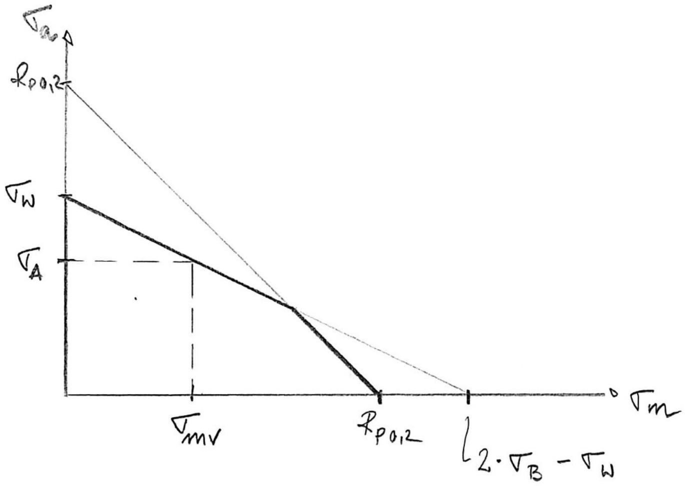
$$\sigma_{b,a1} = \beta_{\sigma1} \cdot \frac{M_{b,a}}{W_{b1}} = 1{,}503 \cdot \frac{2500\ Nm}{7274\ mm^3} = 516{,}6\ \frac{N}{mm^2}$$

$$\sigma_{b,a2} = \beta_{\sigma2} \cdot \frac{M_{b,a}}{W_{b2}} = 1{,}827 \cdot \frac{2500\ Nm}{12272\ mm^3} = 372{,}2\ \frac{N}{mm^2}$$

↳ Die Wellenform 2 erfährt die geringeren Belastungen und sollte somit verwendet werden. Jedoch nicht aufgrund der Kerbform, sondern aufgrund des größeren Mindestdurchmessers und somit höheren Biegewiderstand.

↳ Bei gleichem d und D wäre aufgrund des Kerbeinflusses die Wellenform 1 zu bevorzugen zusätzliche Aufgaben (nicht sortiert)

e) Geg.: σ_W, σ_B, σ_{schw}, $R_{p0,2}$
Haigh-Diagramm zeichnen und Ausschlagspannung σ_A über in Aufgabenteil d) errechneten Spannungen ablesen. (also mittels Vergleichsspannung v. Mises) (4 Pkt.)



$= \triangleright \sigma_{schw}$?

f) Zwei Aussagen zur DIN 743 ankreuzen: (2 Pkt.)

		richtig	falsch
1)	Bei Berechnung von $\beta = \frac{\alpha}{n}$ sollte $\frac{r}{t}$ möglichst klein sein		X
2)	Bei der Berechnung der statischen Sicherheit benutzt man die Maximalspannungen		X

?

1) $\alpha = 1 + \frac{(\dots)}{\sqrt{(\cdot)\frac{r}{t} + (\cdot\cdot)}}$ ‖ 2) man würde die Mittelspannung verwenden ?

b) Profilverschiebung: folgende Tabelle gegeben: Man sollte an leeren Stellen + - = ≠ eintragen.

(4 Pkt.)

V^+	x_1 ..+...x_2..>......0
V^-	x_1 ..+...x_2..<......0
V^0	x_1 ..+...x_2...=0...0
Nullrad	x_1 =0...x_2.=0...~~0~~

7. Wie kann die Sicherheit gegen Dauerfestigkeit erhöht werden

- reduzieren der Mittelspannung (z.B. Eigenspannungen)
- größerer Spannungsquerschnitt

8. Nennen Sie 3 wesentliche Merkmale die für den Geesamteinflussfaktor eine Rolle spielen

Verfestigung, Rauheit, Gestalt und Beanspruchungsart

9. Welche 2 Sachen wirken sich positiv auf Selbsthemmung aus

▷ es gilt $\varphi < \rho'$

$\rho' = \arctan(\mu')$

$\varphi = \arctan\left(\frac{P}{\pi \cdot d_2}\right)$

→ φ verkleinern : $P \downarrow$, $d_2 \uparrow$

→ ρ' vergrößern : $\mu' \uparrow$

▷ Welcher physikalische Effekt führt dazu, dass bei Ringfedern ein Nutzungsgrad größer 1 auftritt?

↳ starke auftretende Reibung → große Hysterese ?

↳ bei Belastung > 1 , bei Entlastung < 1

↳ Energie wird in Reibung (Wärme) umgewandelt ?

Technische Universität Berlin WS 17/18	**Fakultät V Verkehrs- und Maschinensysteme** Institut für Konstruktion, Mikro- und Medizintechnik **AG Konstruktion** **Prof. Dr.-Ing. D. Göhlich** **Prof. Dr.-Ing. R. Liebich** **Prof. Dr.-Ing. H. Meyer**
Konstruktion II **Probetest**	

Der Probetest wird vom Übungsleiter vorgerechnet und dient als Orientierung für den echten K2-Test. Rechnen Sie also die Aufgaben allein und auf Zeit, reale Bedingungen sind 75 Minuten Zeit für alles.
Auch der echte Test wird aus 4 Rechenaufgaben und einer Aufgabe zu bunt gemischten Theoriefragen aus Vorlesung, Übung und Tutorium bestehen.
Es sind insgesamt 60 Punkte zu erreichen.

1 Seilwinde (12,5 Punkte)

Die Feuerwehr beauftragt Sie, ein Getriebe für eine Seilwinde auslegen, die später ein Feuerwehrmann von Hand bedienen kann. Der Feuerwehrmann soll damit in der Lage sein, Äste von umgestürzten Bäumen aus dem Weg räumen zu können, und zwar soll ein bis zu 300 kg schwerer Ast innerhalb von 60 s um 5 m in die Höhe gehoben werden.

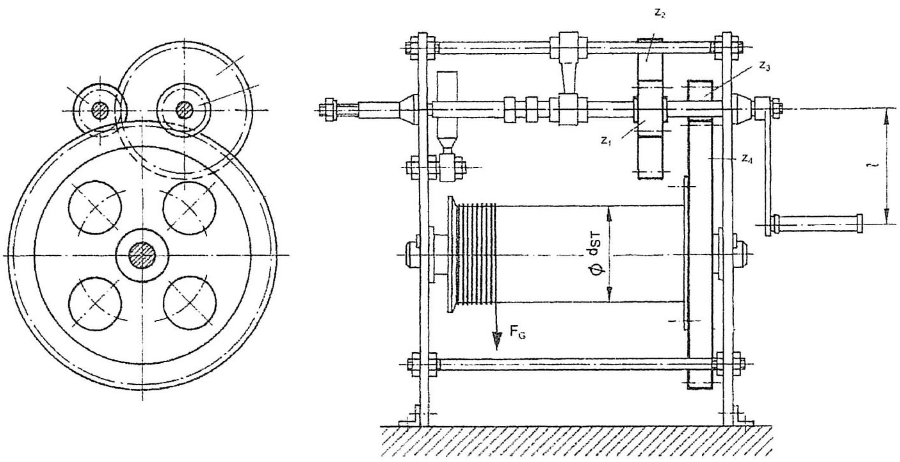


Abbildung 1.1: Getriebe der Seilwinde

Für die Berechnung sind folgende Werte gegeben:

$g = 9{,}81\ \frac{m}{s^2}$

Länge des Bedienhebels	$l = 35\,\text{cm}$
max. „Handkraft" des Feuerwehrmanns	$F_t = 200\,\text{N}$
Getriebewirkungsgrad	$\eta = 1$
Masse des Astes	$m = 300\,\text{kg}$
max. Zeitintervall	$dt = 60\,\text{s}$
Höhendifferenz	$dh = 5\,\text{m}$
Durchmesser der Seiltrommel	$d_{ST} = 200\,\text{mm}$
Normalmodul aller Zahnräder	$m_n = 3\,\text{mm}$
Normaleingriffswinkel	$\alpha_n = 20°$
Schrägungswinkel	$\beta = 15°$
Zähnezahlverhältnis der ersten Zahnradstufe	$u_I = 3,1$
Zahnräder 1 und 3	$z_1 = z_3 = 17$

a) An- und Abtriebsmoment (2 Punkte) Berechnen Sie das wirkende Antriebs- und das erforderliche Abtriebsmoment.

$M_{an} = F_t \cdot l = 200\,N \cdot 0{,}35\,m = 70\,Nm$

$M_{ab} = m \cdot g \cdot \frac{d_{ST}}{2} = 300\,kg \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2} \cdot \frac{200\,mm}{2}$

$= 294{,}2\,Nm$

-72-

b) Übersetzung und Zähnezahlen (2 Punkte) Für Zahnrad 1 und 3 sind die Zähnezahlen von $z_1 = z_3 = 17$ gegeben. Bestimmen Sie daraus die Zähnezahlen von Zahnrad 2 und 4. Beachten Sie das vorgegebene Übersetzungsverhältnis.

$$\frac{\tilde{z}_2}{z_1} = 3{,}1 \Rightarrow \tilde{z}_2 = 3{,}1 \cdot z_1 = 3{,}1 \cdot 17 = 52{,}7 \Rightarrow z_2 = 53$$

$$i_{ges} = \frac{M_{ab}}{M_{an}} = \frac{294{,}2\ Nm}{70\ Nm} = 4{,}2$$

$$i_{ges} = \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{\tilde{z}_4}{z_3} \Rightarrow \tilde{z}_4 = \frac{i_{ges} \cdot z_1 \cdot z_3}{z_2} = \frac{4{,}2 \cdot 17 \cdot 17}{53} = 22{,}9 \Rightarrow z_4 = 23$$

c) An- & Abtriebsdrehzahl (4 Punkte) Berechnen Sie die aus der Höhen- und Zeitdifferenz resultierende Abtriebsdrehzahl sowie die Abtriebsleistung. Genügt es, wenn der Feuerwehrmann 35 U/min schnell kurbeln kann?

$\Rightarrow$ Kreisumfang: $\dfrac{5m}{\pi \cdot d_{ST}} = 7{,}96$ (Umdrehungen) $\Rightarrow$ in $60\,s$ $\Rightarrow$ $n_{ab} = 7{,}96 \dfrac{1}{min}$

$$P_{ab} = 2\pi \cdot n_{ab} \cdot M_{ab} = 2\pi \cdot 7{,}96 \frac{1}{60\,s} \cdot 294{,}2\ Nm = 243{,}4\ W$$

$$i_{ges,real} = \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_3} = \frac{53 \cdot 23}{17^2} = 4{,}22$$

$$\Rightarrow i_{ges,real} = \frac{n_{an}}{n_{ab}} \Rightarrow n_{an} = 4{,}22 \cdot 7{,}96 \frac{1}{min} = 33{,}6 \frac{1}{min} < 35 \frac{1}{min}$$

(somit ist es ausreichend) ✓

d) Zahnradgeometrie (3 Punkte) Bestimmen Sie an Zahnrad 1 die folgenden Geometrien: Teilkreis- Fuß- & Kopfkreis-, sowie Grundkreisdurchmesser. Rechnen Sie dabei mit einem Kopfspiel von $c = 0,25 \cdot m_n$

$z_1 = 17$, $m_n = 3\,mm$, $\beta = 15°$, $\alpha_n = 20°$

$$m_t = \frac{m_n}{\cos(\beta)} = \frac{3\,mm}{\cos(15°)} = 3{,}106\ mm \quad \Big| \quad \alpha_t = \arctan\left(\frac{\tan(\alpha_n)}{\cos(\beta)}\right) = 20{,}65°$$

Teilkreis: $d_1 = z_1 \cdot m_t = 52{,}80\ mm$

Fußkreis: $d_{f1} = d_1 - 2 m_n (1 + c) = 45{,}30\ mm$

Kopfkreis: $d_{a1} = d_1 + 2m_n = 58{,}80\ mm$

Grundkreis: $d_{b1} = d_1 \cdot \cos(\alpha_t) = 49{,}41\ mm$

e) Zahnkräfte (1,5 Punkte) Berechnen Sie an Zahnrad 1 die auftretenden Zahnkräfte (Tangential-, Radial- & Axialkraft). Runden Sie dabei den Größenordnungen angemessen.

$$F_t = \frac{M_{an} \cdot 2}{d_1} = \frac{70\ Nm \cdot 2}{52{,}80\ mm} = 2651{,}5\ N$$

$$F_r = F_t \cdot \tan(\alpha_t) = 999{,}3\ N$$

$$F_a = F_t \cdot \tan(\beta) = 710{,}5\ N$$

2 Durchsteckverbindung (12,5 Punkte)

Die in der Abbildung dargestellte Durchsteckverbindung fixiert zwei Platten aus Stahl (E295) miteinander und wird durch eine direkt unter Schraubenkopf und Mutter angreifende Betriebskraft F_A belastet. Dabei schwankt die Betriebskraft zwischen den Werten F_{Au} und F_{Ao}. Es ist eine Restklemmkraft von 3 kN zu gewährleisten. Die Schraube links ist nach ISO 4014 gefertigt und hat einen Schaftdurchmesser von $d = 12\,\mathrm{mm}$. Die Schraube rechts ist eine Dehnschraube mit einem Tailendurchmesser $d_T = 9\,\mathrm{mm}$. Zunächst soll nur die Schaftschraube betrachtet werden.

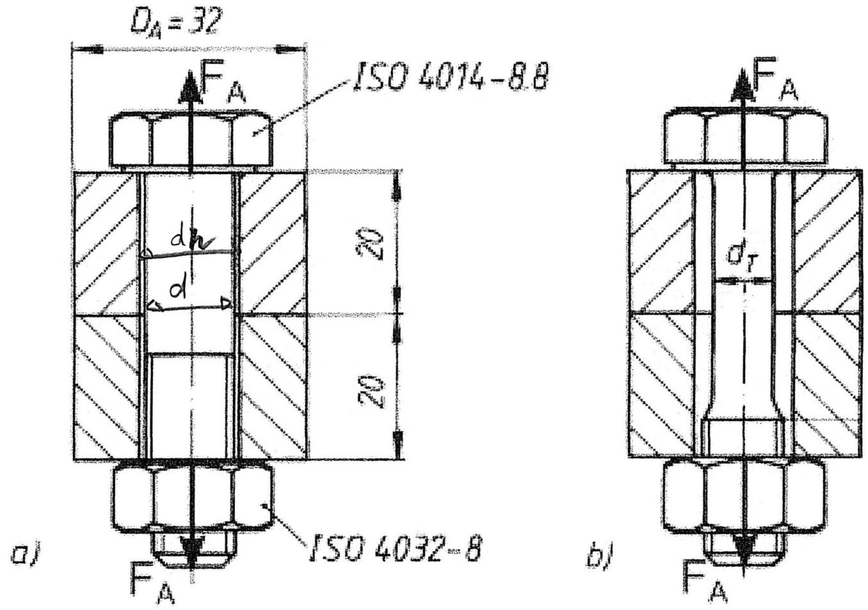


Abbildung 2.1: Durchsteckverbindung von zwei Platten mit Schaft- und Dehnschraube

Rechnen Sie mit folgenden, gegebenen Größen:

Schaftdurchmesser	$d = 12\,\mathrm{mm}$
Taillendurchmesser	$d_T = 9\,\mathrm{mm}$
Spannungsdurchmesser	$d_S = 11{,}2\,\mathrm{mm}$
Durchgangsloch in den Platten	$d_h = 13{,}5\,\mathrm{mm}$
Außendurchmesser Platten	$D_A = 32\,\mathrm{mm}$
Klemmlänge	$l_k = 40\,\mathrm{mm}$
minimale Betriebskraft	$F_{Au} = 4\,\mathrm{kN}$
maximale Betriebskraft	$F_{Ao} = 16\,\mathrm{kN}$
Restklemmkraft	$F_{KR} = 3\,\mathrm{kN}$
E-Modul Stahl	$E = 210\,000\,\mathrm{N/mm^2}$
Anziehfaktor	$\alpha = 1,6$
zulässige Spannungsamplitude in der Schraube	$\sigma_{a,zul} = 80\,\mathrm{N/mm^2}$

a) Verspannungsverhältnis (2,5 Punkte) Berechnen Sie das Verspannungsverhältnis Φ. Gehen Sie dabei davon aus, dass Sie die Nachgiebigkeit der Schraube durch ihren Schaft und die Nachgiebigkeit der Platte durch einen Hohlzylinder mit den Durchmessern D_A und d_h annähern können.

$$\delta_S = \frac{l_k}{E \cdot A} = \frac{40\,mm}{210000\,\frac{N}{mm^2} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (12\,mm)^2} = 1{,}6842 \cdot 10^{-6}\,\frac{mm}{N}$$

$$\delta_P = \frac{l_k}{E \cdot A_{ers}} = \frac{40\,mm}{210000\,\frac{N}{mm^2} \cdot \frac{\pi}{4}\,(32^2 - 13{,}5^2)\,mm^2} = 2{,}8812 \cdot 10^{-7}\,\frac{mm}{N}$$

$$\phi = \frac{\delta_P}{\delta_S + \delta_P} = 0{,}146$$

b) Setzkraftverlust (1 Punkt) Berechnen Sie den auftretenden Setzkraftverlust. Setzen Sie dafür die Formel nach Dubbel an, nach der gilt, dass: $f_Z = 3{,}29 \cdot \left(\frac{l_k}{d}\right)^{0{,}34} \cdot 10^{-3} mm$; hierbei ist d der Schaftdurchmesser der Schraube.

$$f_Z = 3{,}29 \cdot \left(\frac{40\,mm}{12\,mm}\right)^{0{,}34} \cdot 10^{-3}\,mm = 4{,}95 \cdot 10^{-3}\,mm$$

$$F_Z = \frac{f_Z}{\delta_P + \delta_S} = 2509{,}8\,N$$

c) Schraubenkräfte (2 Punkte) Berechnen Sie alle Schraubenkräfte, um das Verspannungsschaubild zeichnen zu können (beachten Sie: *die Restklemmkraft ist gegeben*). Dabei sind die auftretenden Lasten auf die Schraube konservativ abzuschätzen. Beginnen Sie hierfür mit der Überlegung, wann die Restklemmkraft minimal wird.

$$F_{SA} = \phi \cdot F_{Ao} = 0{,}146 \cdot 16\,kN = 2336\,N$$

$$F_{PA} = F_{Ao} - F_{SA} = 13{,}67\,kN$$

$$F_{M,min} = F_{KR} + F_{PA} + F_Z = 19{,}17\,kN$$

$$F_{M,max} = \alpha \cdot F_{M,min} = 1{,}6 \cdot F_{M,min} = 30{,}68\,kN$$

d) Wege für's Verspannungsschaubild (1,5 Punkte) Bestimmen Sie die maximalen Wege, um die die Schraube gedehnt (f_{Smax}) und die Platte gestaucht wird (f_{Pmax}). Bestimmen Sie weiterhin den Weg, den die maximale Betriebskraft F_{Ao} verursacht. *Hinweis: Überlegen Sie sich, ob die Betriebskraft weg- oder kraftgleich wirkt!*

$$f_{Smax} = \delta_S \cdot F_{M,max} = 51{,}7\,\mu m$$

$$f_{Pmax} = \delta_P \cdot F_{M,max} = 8{,}8\,\mu m$$

$$f_{AO} = F_{AO} \cdot \delta_{ges} = \frac{F_{AO}}{\frac{1}{\delta_S} + \frac{1}{\delta_P}} = 3{,}9\,\mu m$$

Anmerkung:
weggleich
→ Steifigkeiten addieren sich
$c_{ges} = c_S + c_P$

e) Verspannungsschaubild (3 Punkte) Zeichnen Sie ein maßstäbliches Verspannungsschaubild. Verwenden Sie dafür das gegebene Diagramm in Abbildung 2.2 unter Beachtung des gegebenen Maßstabs. Einzuzeichnen sind die folgenden Kräfte: F_{Mmax}, F_Z, F_{Ao}.

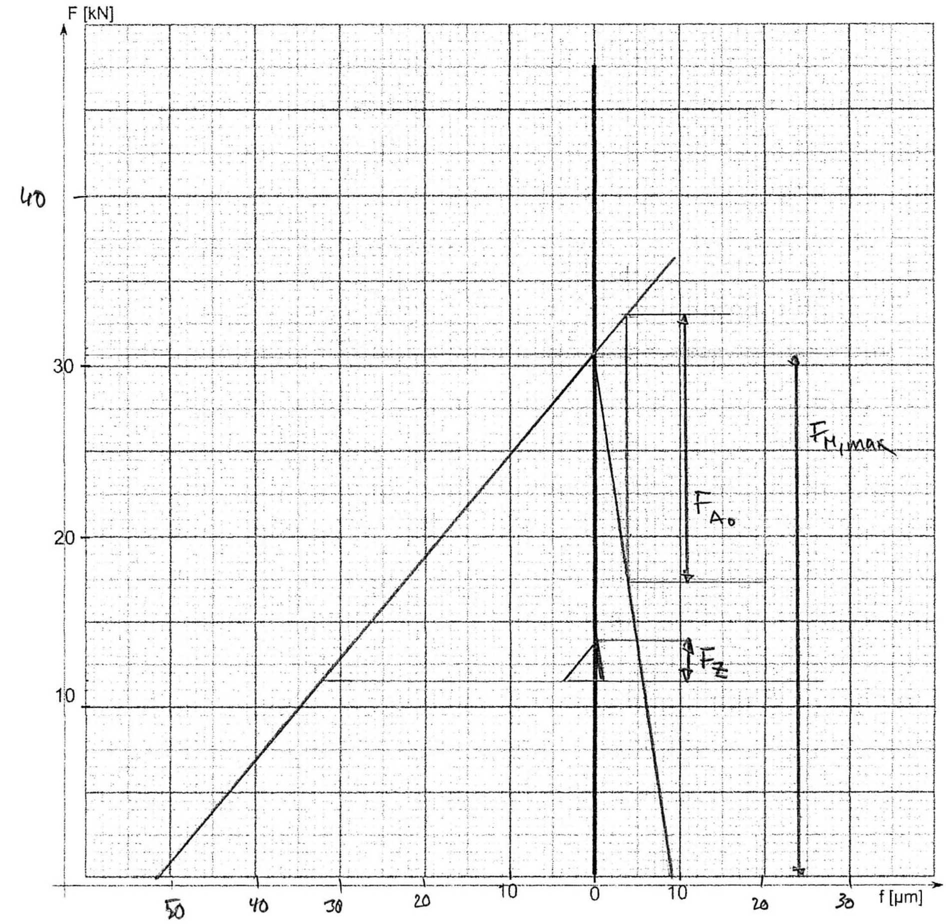


Abbildung 2.2: Verspannnugsschaubild

f) Sicherheit gegen Dauerbruch (2,5 Punkte) Gehen Sie nun davon aus, dass die Schaftschraube durch die Dehnschraube (rechts in Abb. 2.1) ersetzt wurde. Alle bisher berechneten Größen bleiben erhalten. Falls erforderlich, sind der Tailendurchmesser d_T und der Spannungsdurchmesser d_S oben gegeben. Gesucht ist die Sicherheit gegen Dauerbruch, wenn die Betriebskraft F_A wie gehabt zwischen 4 und 16 kN anschwillt. Rechnen Sie mit der gegebenen zulässigen Amplitudenspannung $\sigma_{a,zul}$.

$$\delta_{S,D} = \frac{l_e}{E \cdot A_T} = \frac{40\,mm}{210000\,\frac{N}{mm^2} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (9\,mm)^2} \approx 2{,}994 \cdot 10^{-6}\,\frac{mm}{N}$$

$$\phi_D = \frac{\delta_P}{\delta_P + \delta_{S,D}} = 0{,}0878$$

$$\Rightarrow F_{SA} = \phi_D \cdot F_{Ao} = 1404{,}5\,N$$

NR: Anteil dynamisch bestimmen:

$$F_{Am} = \frac{F_{Ao} + F_{Au}}{2} = 10\,kN \Rightarrow F_{Aa} = F_{Ao} - F_{Am} = 6\,kN$$

$$\Rightarrow \alpha_{Aa} = \frac{F_{Aa}}{F_{Ao}} = \frac{6\,kN}{16\,kN} = 0{,}375$$

$$\sigma_{a,vorh} = \frac{F_a}{A_S} = \frac{\alpha_{Aa} \cdot F_{SA}}{\frac{\pi}{4} \cdot d_S^2} = 5{,}35\,\frac{N}{mm^2}$$

$$S_D = \frac{\sigma_{a,zul}}{\sigma_{a,vorh}} = \frac{80\,\frac{N}{mm^2}}{5{,}35\,\frac{N}{mm^2}} = \boxed{14{,}9}$$

Anmerkung: Musterlösung ist an der Stelle nicht nachvollziehbar

3 Ventilfeder (12,5 Punkte)

Für das Tellerventil einer Pumpe soll eine zylindrische Schrauben-Druckfeder berechnet werden, siehe Abbildung 3.1. Bei geschlossenem Ventil soll die Feder mit F_{zu} belastet werden, bei offenem mit F_{off}. Der Hub zwischen den beiden Zuständen wird mit s_h bezeichnet.

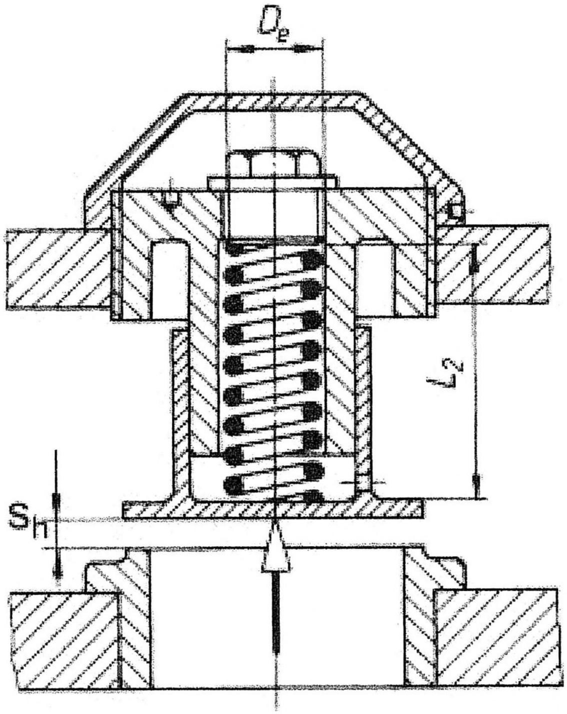


Abbildung 3.1: Vetilfeder für eine Pumpe

Die gegebenen Werte sind in folgender Tabelle zusammengefasst:

Federkraft geschlossenes Ventil	$F_{zu} = 400\,\mathrm{N}$
Federkraft offenes Ventil	$F_{off} = 660\,\mathrm{N}$
Drahtdurchmesser der Schraubenfeder	$d = 4\,\mathrm{mm}$
Außendurchmesser der Schraubenfeder	$D_m = 25\,\mathrm{mm}$ $= D$
Gesamtwicklungszahl	$i_g = 10,5$
Schubmodul des Federstahls	$G = 79\,\mathrm{GPa}$
Zugfestigkeit des Federstahls	$R_m = 1600\,\mathrm{N/mm^2}$

a) Federsteifigkeit (1,5 Punkt) Berechnen Sie die Federsteifigkeit der Ventilfeder. => Formel wirklich auswendig können?

$$c = \frac{G\, d^4}{8 \cdot D_m^3\, i_f} \quad , \quad i_f = i_g - 2 = 8,5$$

$$= \frac{79\,000\,\frac{N}{mm^2} \cdot (4\,mm)^4}{8 \cdot (25\,mm)^3 \cdot 8,5} = 19,034 \cdot \frac{N}{mm}$$

b) Federweg geschlossen & offen, Nenn-Hubspannung (3 Punkte) Berechnen Sie die Federwege im offenen und geschlossenen Zustand. Bestimmen Sie ferner aus der Hubkraft die Nenn-Hubspannung in der Feder.

$$f_{zu} = \frac{F_{zu}}{c} = \frac{400\ N}{c} = 21{,}01\ mm \quad \text{(Vorspannung)}$$

$$f_{offen} = \frac{F_{off}}{c} = \frac{660\ N}{c} = 34{,}67\ mm$$

$$\tau_H = \frac{M_t}{W_t} = 258{,}8\ \frac{N}{mm^2}$$

Hubspannung ist anscheinend als Amplitudenspannung der Feder definiert: $\tau_H = \tau_{aF}$

NR: $M_t = (F_{off} - F_{zu}) \cdot \frac{D_m}{2} \overset{!}{=} 3250\ Nmm$

$W_t = \frac{\pi}{16} \cdot d^3 = 12{,}56\ mm^3$

c) Korrigierte Nennspannungen (3 Punkte) Berechnen Sie unter Berücksichtigung des k-Faktors die korrigierte Unterspannung und die korrigierte Hubspannung, die durch den Hub in der Feder wirkt. Nutzen Sie dafür das gegebene Diagramm aus Abbildung 3.2.

$$w = \frac{D}{d} = 6{,}25 \Rightarrow k = \frac{w + 0{,}5}{w - 0{,}75} = 1{,}227$$

$$\tau_{H,max} = k \cdot \tau_H = 1{,}227 \cdot 258{,}8\ \frac{N}{mm^2} = 317{,}5\ \frac{N}{mm^2}$$

$$\tau_M = \frac{F_{zu} \cdot \frac{D_m}{2}}{W_t} = 398{,}1\ \frac{N}{mm^2} \Rightarrow \tau_{M,max} = k \cdot \tau_M = 488{,}5\ \frac{N}{mm^2}$$

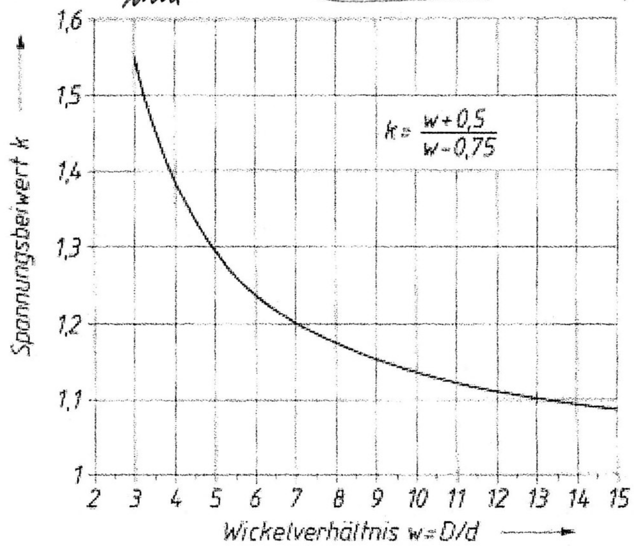


Abbildung 3.2: k-Faktor für dynamisch beanspruchte Schraubendruckfedern

d) Sicher gegen Fließen? (2,5 Punkte) Überprüfen Sie, ob die Fließgrenze der Feder überschritten wird. Rechnen Sie mit der aus dem Tutorium bekannten Formel für duktile Werkstoffe, nach der gilt: $\tau_{zul} = R_m/\sqrt{3}$.

$$\tau_{max} = \tau_{M,max} + \tau_{H,max} = 488{,}5\ \frac{N}{mm^2} + 317{,}5\ \frac{N}{mm^2}$$

$$\overset{!}{=} 805{,}7\ \frac{N}{mm^2} < 923{,}8\ \frac{N}{mm^2} = \frac{R_m}{\sqrt{3}}$$

⇒ somit wird die Fließgrenze der Feder nicht überschritten

e) Sicher gegen Dauerbruch? (2,5 Punkte) Überprüfen Sie, ob die Feder dauerfest ist. Ermitteln Sie dafür die zulässige Hubspannung und verwenden Sie gegebenes Diagramm, siehe Abbildung 3.3.

$\tau_{KO,zul} \approx 725 \frac{N}{mm^2}$

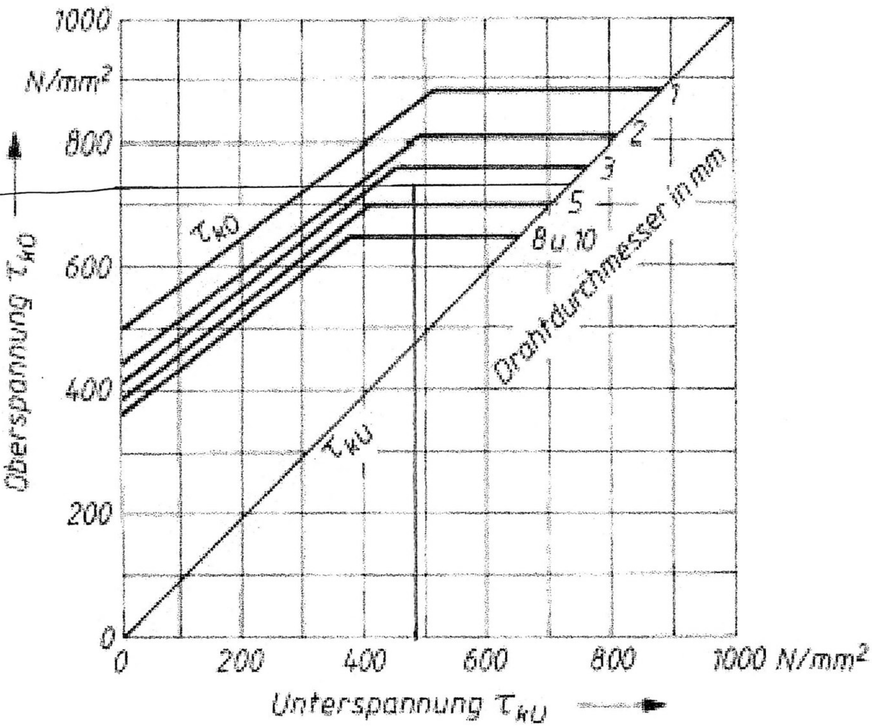


Abbildung 3.3: Dauerfestigkeitsschaubild für Schraubendruckfedern

$$S_D = \frac{\tau_{KO,zul} - \tau_{u,max}}{\tau_{H,max}} = \frac{725 \frac{N}{mm^2} - 488{,}5 \frac{N}{mm^2}}{317{,}5 \frac{N}{mm^2}} \approx 0{,}74 < 1$$

↳ somit ist die Feder nicht dauerfest

Angabenstellung und Angabenverlauf sehr komisch

4 Waschmaschine (12,5 Punkte)

Sie sollen die Festigkeit einer Waschmaschinen-Welle analysieren. Die Welle ist Abb. 4.1 dargestellt. Die Welle ist fest-los gelagert. An ihrem rechten Ende sitzt die Wäschetrommel, die über eine Keilwelle angetrieben wird. Es ist anzunehmen, dass alle äußeren Kräfte in der Mitte der Keilwelle auf die Welle übertragen werden, ferner die Lagerlasten an den markierten Stellen angreifen.

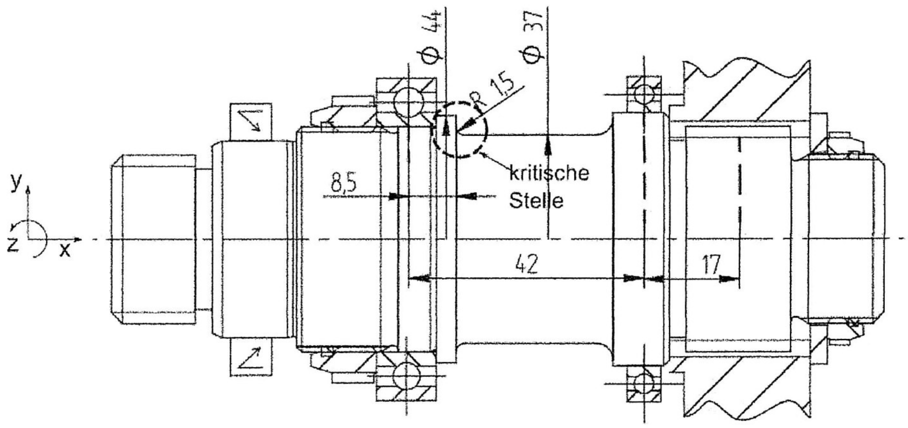


Abbildung 4.1: Waschmaschinen-Welle

Rechnen Sie im Folgenden mit diesen gegebenen Werten:

Drehzahl der Wäschetrommel	$n_T = 500\,\text{U/min}$
Masse der Trommel	$m_T = 20\,\text{kg}$
Masse der Wäsche	$m_W = 5\,\text{kg}$
Trommeldurchmesser	$d_T = 50\,\text{cm}$
Stützziffer	$n = 1,25$
	$g = 9,81\,\frac{m}{s^2}$

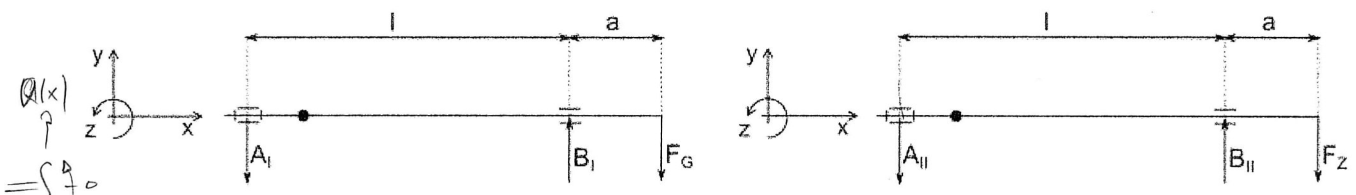
Annahme: Wäsche nur an einem äußeren Punkt gesammelt und nicht in der Trommel verteilt → sonst F_Z deutlich geringer 2

a) Zentrifugalkraft und Gewichtskraft (3 Punkte) Bestimmen Sie die durch die Wäsche wirkende Fliehkraft sowie die Gewichtskraft, die durch Wäsche und Trommel auf die Trommelwelle wirkt.
Welche Last bewirkt eine statische, welche eine dynamische Biegebelastung in der Welle?

$$F_Z = m_W \cdot \underbrace{\omega^2}_{=(2\pi n_T)^2} \cdot r = 5\,kg \cdot 4\pi^2 \cdot \left(500\,\frac{1}{60\,s}\right)^2 \cdot \frac{0,5\,m}{2} = 3426,9\,N \Rightarrow \text{statisch}$$

$$F_G = (m_W + m_T)\cdot g = 25\,kg \cdot 9,81\,\frac{m}{s^2} = 245,3\,N \Rightarrow \text{dynamisch}$$

b) Biegemomente und Querkräfte (4 Punkte) Zur Berechnung der Schnittlasten sind Ihnen in Abb. 4.2 zwei Freischnitte der Trommelwelle gegeben (unterteilt in statische und dynamische Belastungen). Die Lagerlasten sind Ihnen unterhalb der Freischnitte ebenfalls gegeben.
Bestimmen Sie *qualitativ* den Verlauf der Biegemomente um die z-Achse und tragen Sie diesen in die vorgegebenen Diagramme ein, siehe Abbildung 4.3.
Bestimmen Sie ferner die qualitativen Verläufe der Querkräfte, der ebenfalls einzutragen sind.
Beachten Sie das vorgegebene KO-System!



(a) Freischnitt für dynamische Last (b) Freischnitt für statische Last

Abbildung 4.2: Freischnitte der Trommelwelle nach Superpositionsprinzip

Gegebene Lagerlasten:

$A_I = 100\,\mathrm{N}$, $B_I = 350\,\mathrm{N}$, $A_{II} = 1400\,\mathrm{N}$, $B_{II} = 4800\,\mathrm{N}$

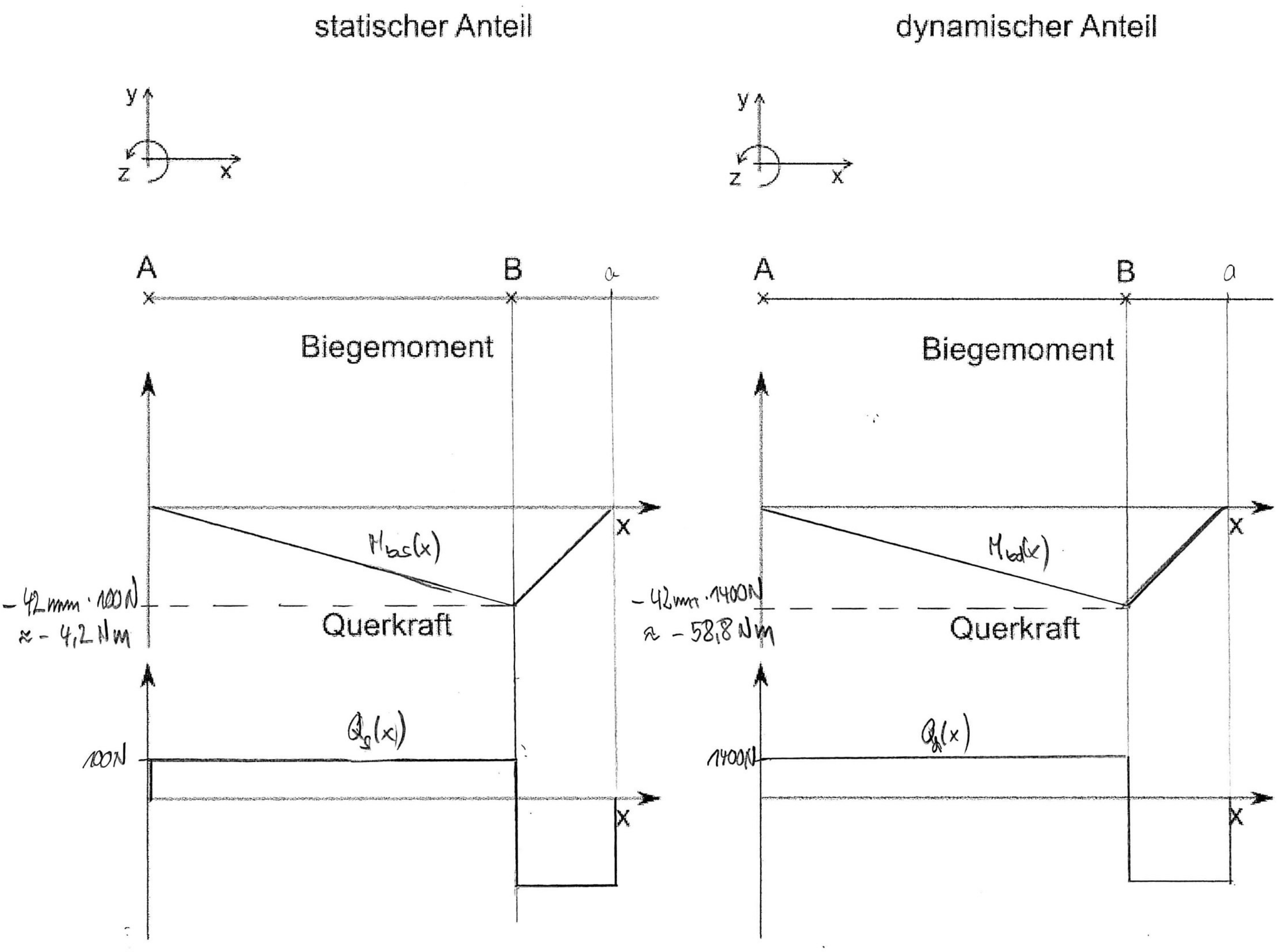


Abbildung 4.3: Schnittlastenverläufe getrennt nach dynamisch und statisch

c) maximale Biegemomente (1 Punkt) Berechnen Sie die maximalen Nenn-Biegemomente (um die z-Achse) je für den statischen als auch den dynamischen Fall.

$M_{bs} = -42\,mm \cdot A_I = -4{,}2\,Nm$

$M_{bd} = -42\,mm \cdot A_{II} = -58{,}8\,Nm$

d) Nennspannungen an kritischer Stelle (2 Punkte) Berechnen Sie die Nenn-Biegespannungen an der kritischen Stelle (markiert in der Zeichnung). Die Nenn-Lasten sind Ihnen hierfür bereits gegeben. Unterscheiden Sie dabei bitte zwischen statischer und dynamischer Spannung.

$$M_{ba} = 1\,\text{Nm},\ M_{bm} = 12\,\text{Nm}$$

$\sigma_{ba} = \frac{M_{ba}}{W_b} = \frac{1\,Nm}{W_b} = 0{,}20\ \frac{N}{mm^2}$

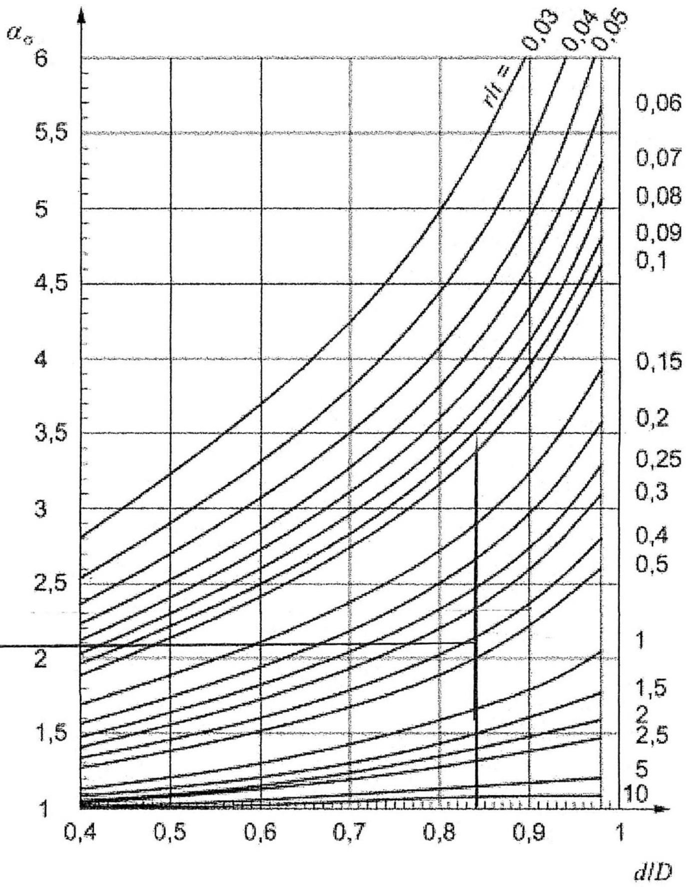
NR: $W_b = \frac{\pi}{32} \cdot (37\,mm)^3$
$= 4972{,}8\ mm^3$

$\sigma_{bm} = \frac{M_{bm}}{W_b} = \frac{12000\ Nmm}{W_b} = 2{,}41\ \frac{N}{mm^2}$

e) Kerbwirkungszahl und Kerbspannung (2,5 Punkte) Bestimmen Sie die Kerbwirkungszahl β für die kritische Stelle unter Verwendung der Abbildung 4.4. Berechnen Sie daraus die **dynamische** Biegekerbspannung an selbiger Stelle.

$r/t = \frac{1{,}5}{\frac{D-d}{2}} = \frac{1{,}5}{\frac{44-37}{2}}$
$= 0{,}428$

$\alpha_\sigma \approx 2{,}08$



$d/D = \frac{37}{44} = 0{,}84$

Abbildung 4.4: Stützziffer für Absätze

$\beta = \frac{\alpha_\sigma}{n} = \frac{2{,}08}{1{,}25} = 1{,}664$

$\sigma_{Kerbe} = \beta \cdot \sigma_{ba} = 0{,}33\ \frac{N}{mm^2}$

5 Theoriefragen (10 Punkte)

Zahnräder (3 Punkte)

Wahr-Falsch-Aussagen

1. Der Kopfkreisdurchmesser eines V-Plus-Rades ist identisch mit dem des Nullrades
2. V-Nullgetriebe haben denselben Achsabstand wie ein Getriebe ohne Profilverschiebung
3. Ein Dauerbruch am Zahnrad wird durch eine zu hohe Biegewechselbeanspruchung der Zähne verursacht
4. Bei positiver Profilverschiebung erhöht sich die Zahnfußtragfähigkeit gegenüber V-Null-Rädern

	w	f
1		X
2	X	
3		X
4	X	

wegen Biegeschwell-beanspruchung

weitere Theorie zu Zahnrädern

5. Wodurch wird Fressen an Zahnrädern hervorgerufen?
   ↳ Gleitvorgang (in Kopf- und Fußkreisnähe)
6. Wo am Zahnrad tritt Grübchenbildung auf?
   ↳ an den Zahnflanken

Festigkeit (2 Punkte)

- Was wird durch den technologischen Größeneinflussfaktor berücksichtigt?
  ↳ erreichbare Härte nimmt mit steigendem Durchmesser ab
- Was besagt der geometrische Größeneinflussfaktor $K_2(d)$?
  ↳ mit zunehmenden Durchmesser geht die Biegewechselfestigkeit in die Zug/Druck-wechselfestigkeit über und die Torsionswechselfestigkeit analog sinkt

Federn (2,5 Punkte)

1. Benennen Sie, auf welche Weise (Zug/Druck, Biegung oder Torsion) die folgenden Federn *beansprucht* werden.
   - Spiralfeder -> Biegung
   - zylindrische Schraubendruckfeder -> Torsion
   - Ringfeder -> Zug/Druck
2. Zeichnen Sie in unten abgebildeten Schnitt durch eine Schraubenfeder (Abb. 5.1) den Spannungsverlauf im Draht ein!

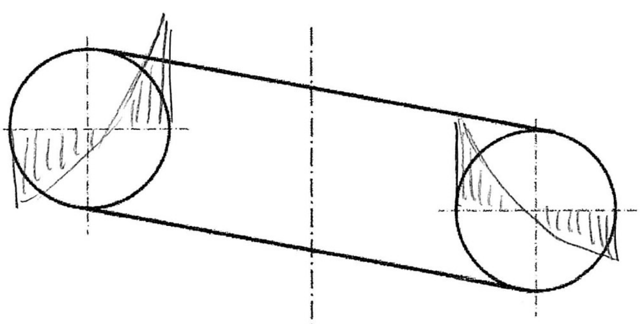


Abbildung 5.1: Spannungsverlauf im Draht einer Schraubenfeder

Schrauben (2,5 Punkte)

1. Zeigen Sie mithilfe des Ansatzes $\Phi = \frac{F_{SA}}{F_A}$, dass gilt: $\Phi = \frac{\delta_P}{\delta_S+\delta_P}$.
2. Welche der beiden Anordnungen der Verschraubung (Abbildung 5.2) ist besser geeignet und warum?
3. Durch das Erhöhen welcher Größe lässt sich die Schrauben-Nachgiebigkeit bei einer Durchsteckverbindung erhöhen?

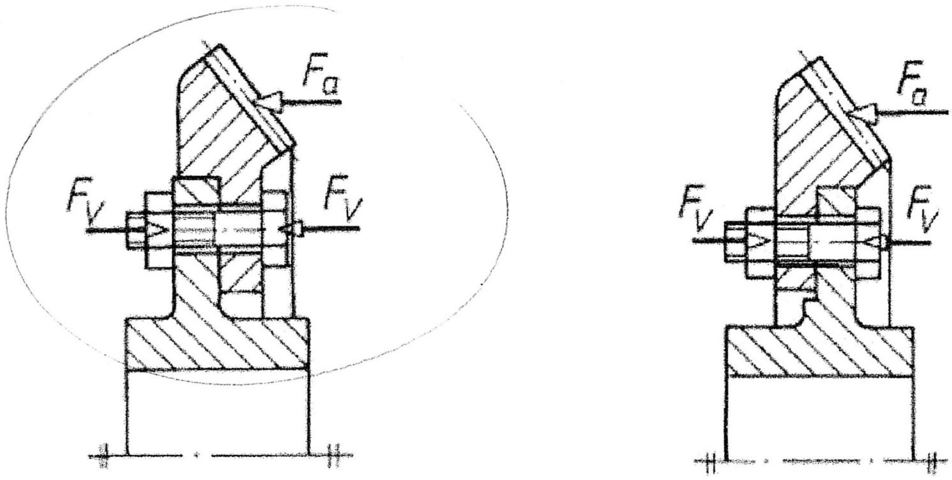


Abbildung 5.2: zwei mögliche Verschraubungen eines Kegelrades

1) $\phi = \frac{F_{SA}}{F_A} = \frac{c_S \cdot \cancel{f_{SA}}}{(c_S + c_P) \cdot \cancel{f_{SA}}} = \frac{\frac{1}{\delta_S}}{\frac{1}{\delta_S} + \frac{1}{\delta_P}} \overset{\cdot \delta_S \cdot \delta_P}{=} \frac{\delta_P}{\delta_P + \delta_S}$ ✓

2) links, weil die Axialkraft des Zahnrades die Klemmkraft in der Trennfuge unterstützt, die zur reibschlüssigen Übertragung des Drehmoments durch das Kegelrad erforderlich ist

3) Klemmlänge

-84-

Technische Universität Berlin

Institut für Konstruktion, Mikro- und Medizintechnik

AG Konstruktion

Prof. Dr.-Ing. H. Meyer   Prof. Dr.-Ing. R. Liebich   Prof. Dr.-Ing. D. Göhlich

Name :____________________

Vorname :____________________

Matr.Nr. :____________________

Fakultät/Studiengang :____________________

K2 - Assistent / Tutor :____________________

Mit meiner **Unterschrift** erkläre ich mich mit der Veröffentlichung meiner Klausurergebnisse im passwortgeschützten Downloadbereich einverstanden:

....

Schriftlicher Probetest im Modul Konstruktion 2

WiSe 15/16

26.01.2016

Aufgabe	1	2	3	4	5	Σ
Max. Punkte	–	–	–	–	–	70
Err. Punkte						
Korrektur						

Hinweise für die Bearbeitung:

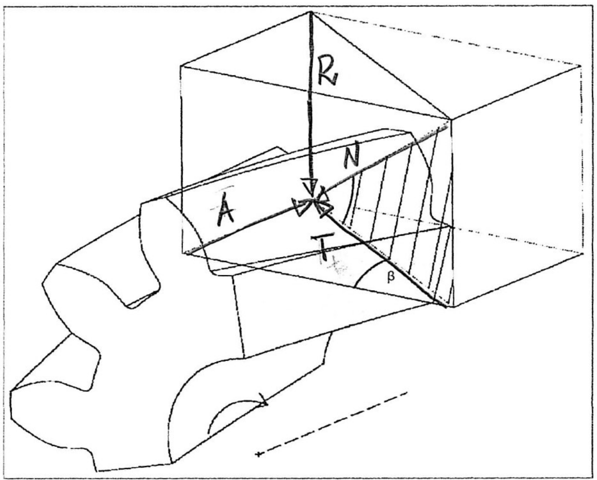
- **Nutzen Sie zur Lösung jeder Aufgabe das dazugehörige Aufgabenblatt und die gegenüberliegenden freien Seiten bzw. die Rückseiten. Kennzeichnen Sie die Aufgabennummern.**
- **Werden in der Aufgabenstellung Zwischenlösungen vorgegeben, so sind diese für die weiteren Berechnungen zu verwenden!**
- **Kurze, präzise Beantwortung der Fragen. Es werden auch richtige Teilantworten gewertet.**
- **Erläuterung der Antworten durch Skizzen, wo notwendig.**
- **Skizzen sauber ausführen.**
- **Zugelassene Hilfsmittel:**
  Nicht programmierbarer Taschenrechner, Zeichenutensilien, Schreibmaterial.
- **Handyregel: Das Mitführen eines Mobiltelefons während der Prüfung in einem Hörsaal wird als Täuschungsversuch gewertet und führt zum nicht Bestehen des Tests! Dies gilt auch, wenn das Gerät nicht zum Empfang bereit ist.**

1 Stirnradgetriebe und Tragfähigkeit von Wellen

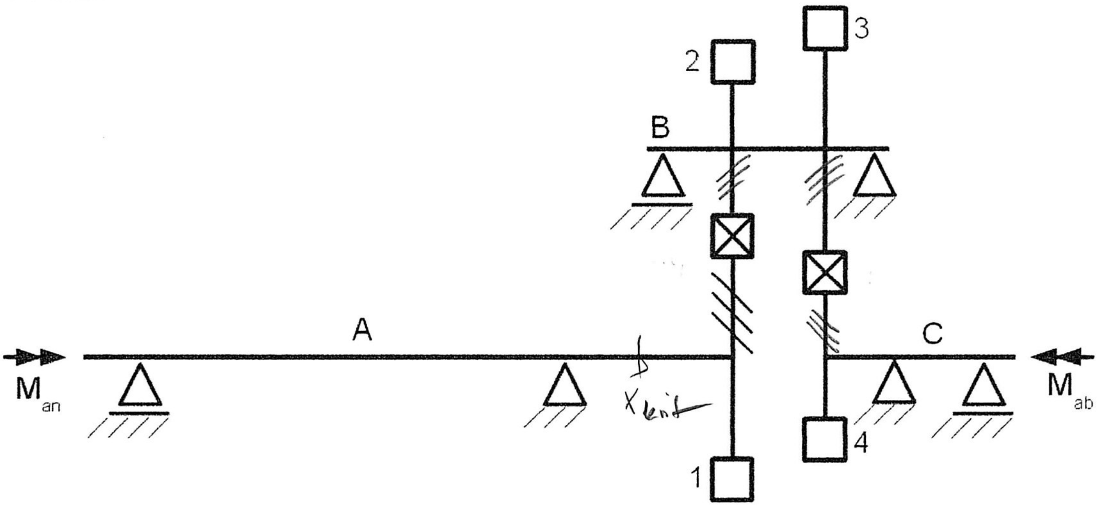
1.1 Schrägverzahnung

a) Zeichnen Sie in die nachstehende Abbildung eines **treibenden schrägverzahnten** Stirnrades folgende **in Punkt P** angreifende Kräfte ein.

Normalkraft	N
Tangentialkraft	T
Radialkraft	R
Axialkraft	A
Hinweis:	
Normaleneingriffswinkel	α_n
Schrägungswinkel	β



Das schrägverzahnte Zahnrad (1) ist Teil eines koaxialen Getriebes, das nach folgender Prinzipskizze arbeitet.



b) Zeichnen Sie in die Prinzipskizze die Schrägungsrichtung der Zahnräder 2 bis 4 so ein, dass sich die Axialkräfte der Zahnräder 2 und 3 auf der Welle (B) gegenseitig ausgleichen können.

Anmerkung: Zahnradpaar : unterschiedl. Schrägungsrichtung
(gleiche) Welle : gleiche Schrägungsrichtung

c) Nennen Sie je zwei Vor- und Nachteile von einer Schrägverzahnung einer gegenüber Geradverzahnung.

Vorteile : ▷ laufen ruhiger und geräuschärmer (größerer Überdeckungsgrad)
▷ besser für höhere Drehzahlen

Nachteile : ▷ Auftreten von Axialkräften (zusätzliche Belastung für Welle und Lager)
▷ empfindlicher für Fertigungsabweichungen

1.2 Stirnradgetriebe

Für das Getriebe sind folgende Daten gegeben:

Antriebsdrehmoment	M_A	$=$	$300\ Nm$
Antriebsdrehzahl	n_{An}	$=$	$500\ min^{-1}$
Einzelübersetzung **je Stufe**	i	$=$	0,55
Zähnezahl am Zahnrad 1	z_1	$=$	40
Normalmodul	m_n	$=$	$3\ mm$
Normaleneingriffswinkel	α_n	$=$	$20°$
Achsabstand der Schrägverzahnung	a_β	$=$	$95\ mm$

$\Rightarrow$ zwei Stufen

Berechnen Sie:

a) den Schrägungswinkel β am schrägverzahnten Zahnrad (1). (Hinweis: Achsabstände nutzen!)

$$a_\beta = \frac{1}{2}(d_1 + d_2) = \frac{1}{2} \underbrace{m_t}_{= \frac{m_n}{\cos(\beta)}} (z_1 + z_2)$$

$$\Rightarrow \beta = \arccos\left(\frac{m_n (z_1 + z_2)}{2\, a_\beta}\right) = \arccos\left(\frac{3\,mm\,(40+22)}{2 \cdot 95\,mm}\right) \overset{!}{=} 11{,}78°$$

NR: $i = 0{,}55 = \frac{z_2}{z_1}$

$\Rightarrow z_2 = z_1 \cdot 0{,}55 = 22$

$m_t = \frac{m_n}{\cos(\beta)}$

Rechnen Sie weiter mit einem Schrägungswinkel $\beta = 15°$.

b) die Tangentialkraft, die Radialkraft und die Axialkraft am schrägverzahnten Zahnrad (1).

$$F_t = \frac{M_A \cdot 2}{d_1} = \frac{300\ Nm \cdot 2}{124{,}23\ mm} = 4829{,}8\ N$$

$$F_r = F_t \cdot \tan(\alpha_t) = 4829{,}8\ N \cdot \tan(20{,}65°) = 1820{,}2\ N$$

$$F_a = F_t \cdot \tan(\beta) = 1294{,}1\ N$$

NR: $d_1 = z_1 \cdot m_t = z_1 \cdot \frac{m_n}{\cos(\beta)} \overset{!}{=} 40 \cdot \frac{3\,mm}{\cos(15°)} \overset{!}{=} 124{,}23\ mm$

$\alpha_t = \arctan\left(\frac{\tan(\alpha_n)}{\cos(\beta)}\right) \overset{!}{=} 20{,}65°$

c) die Abtriebsdrehzahl und die Abtriebsleistung bei einem Wirkungsgrad von $\eta_{Stufe} = 0{,}98$ **in jeder Getriebestufe.**

$$i_{ges} = i^2 = \frac{n_A}{n_{ab}} \Rightarrow n_{ab} = \frac{n_A}{i^2} = \frac{500\ \frac{1}{min}}{(0{,}55)^2} = 1652{,}9\ \frac{1}{min}$$

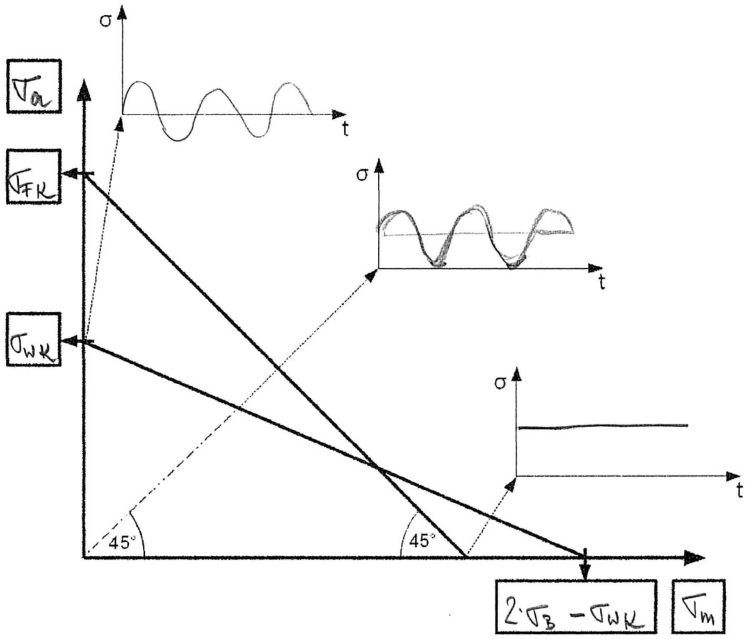
$$P_{ab} = (\eta_{Stufe})^2 \cdot P_{an} = (\eta_{Stufe})^2 \cdot 2\pi \cdot n_A \cdot M_A$$

$$\overset{!}{=} (0{,}98)^2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 500\ \frac{1}{(60\,s)} \cdot 300\ Nm = 15{,}09\ kW$$

1.3 Tragfähigkeitsberechnung

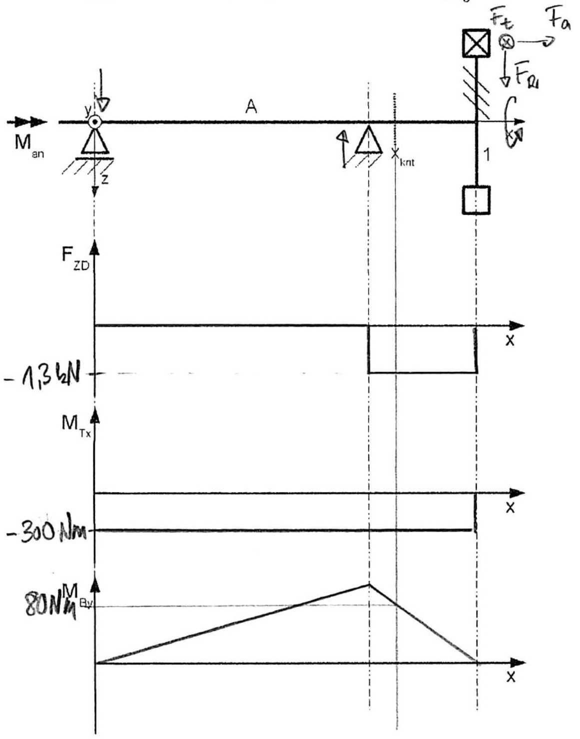
Für die Antriebswelle (A) des schrägverzahnten Getriebes soll eine Tragfähigkeitsberechnung an der kritischen Stelle x_{krit} zwischen dem Zahnrad(1) und dem Festlager durchgeführt werden.

a) Vervollständigen Sie das Haigh-Diagramm schematisch. Tragen Sie mit Hilfe der folgenden Formelzeichen die Achsenbeschriftung und die Eckpunkte der Geraden in die Kästchen ein und skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf der Spannungen an den gekennzeichneten Stellen.



Zugfestigkeit des Bauteils:	$\sigma_{\mathrm{B}}(d_{\mathrm{eff}})$
Mittelspanung:	σ_{m}
Ausschlagsspannung:	σ_{a}
Bauteilwechselfestigkeit:	σ_{WK}
Bauteilfließgrenze:	σ_{FK}

b) Skizzieren Sie qualitativ in der gegebenen Abbildung den örtlichen Verlauf der axialen Zug-/Druckkraft F_{ZD}, des Torsionsmomentes M_{Tx} und des Biegemomentes M_{By} der Antriebswelle (A).



$Q(x)$

$= \int F_{ZD}, M_B(x)$

An der kritischen Stelle x_{krit} wurden folgende (Maximal-)Werte für die Belastungen ermittelt:

Torsionsmoment	M_T	=	300	Nm	→ statisch
Biegemoment	M_{By}	=	80	Nm	→ dynamisch
Axialkraft (Zug/Druck)	F_{ZD}	=	1,3	kN	→ statisch
Wellendurchmesser bei x_{krit}	d	=	20	mm	

c) Berechnen Sie die entsprechenden vorhandenen Beanspruchungen für Biegung, Torsion und Zug/Druck an der kritischen Stelle x_{krit}.

$$\sigma_{ZD,m} = \frac{F_{ZD}}{A} = \frac{1{,}3\,kN}{314{,}2\,mm^2} = 4{,}14\,\frac{N}{mm^2}$$

$$\tau_{t,m} = \frac{M_T}{W_t} = \frac{300\,Nm}{1570{,}8\,mm^3} = 191{,}0\,\frac{N}{mm^2}$$

$$\sigma_{b,a} = \frac{M_{by}}{W_b} = \frac{80\,Nm}{785{,}4\,mm^3} = 101{,}9\,\frac{N}{mm^2}$$

$$A = \frac{\pi}{4} \cdot d^2 = 314{,}2\,mm^2$$

$$W_t = \frac{\pi}{16} \cdot d^3 = 1570{,}8\,mm^3$$

$$W_b = \frac{\pi}{32} \cdot d^3 = 785{,}4\,mm^3$$

d) Berechnen Sie die vorhandene Vergleichs**mittel**spannung (von Mises).

$$\sigma_{mv} = \sqrt{\sigma_{ZD,m}^2 + 3\tau_{t,m}^2} = 330{,}8\,\frac{N}{mm^2}$$

e) Innerhalb einer Tragfähigkeitsberechnung wurden folgende Werte ermittelt:

	Bauteilfließgrenzen			Bauteilausschlagfestigkeiten		
Biegung	σ_{bFK}	=	$250\ N/mm^2$	σ_{bADK}	=	$100\ N/mm^2$
Torsion	τ_{tFK}	=	$150\ N/mm^2$	τ_{tADK}	=	$60\ N/mm^2$
Zug/Druck	σ_{zdFK}	=	$200\ N/mm^2$	σ_{zdADK}	=	$80\ N/mm^2$

Berechnen Sie die Sicherheit S_D gegen **Dauerbruch** an der kritischen Stelle x_{krit}. (Hinweis: $S = \frac{1}{\sqrt{(\frac{\sigma_{ZDvorh}}{\sigma_{ZDzul}} + \frac{\sigma_{Bvorh}}{\sigma_{Bzul}})^2 + (\frac{\tau_{Tvorh}}{\tau_{Tzul}})^2}}$)

$$\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\sigma_{b,a}}{\sigma_{bADK}}\right)^2}} = \frac{\sigma_{bADK}}{\sigma_{b,a}} = \frac{100\ \frac{N}{mm^2}}{101{,}9\ \frac{N}{mm^2}} = 0{,}98 \Rightarrow$$ somit nicht sicher gegen Dauerbruch!

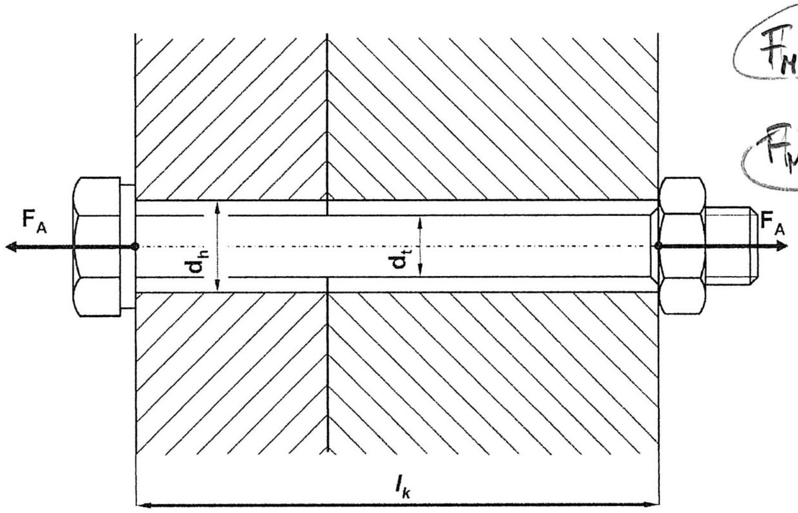
f) Nennen Sie mindestens 3 Anwendungsgrenzen für die DIN 743 bzw. für was gilt die DIN 743.

- nur für Stahl
- Temperatureinschränkung
- korrossionsfreie Umgebung

2 Schraubenverbindung

2.1 Dehnschraube

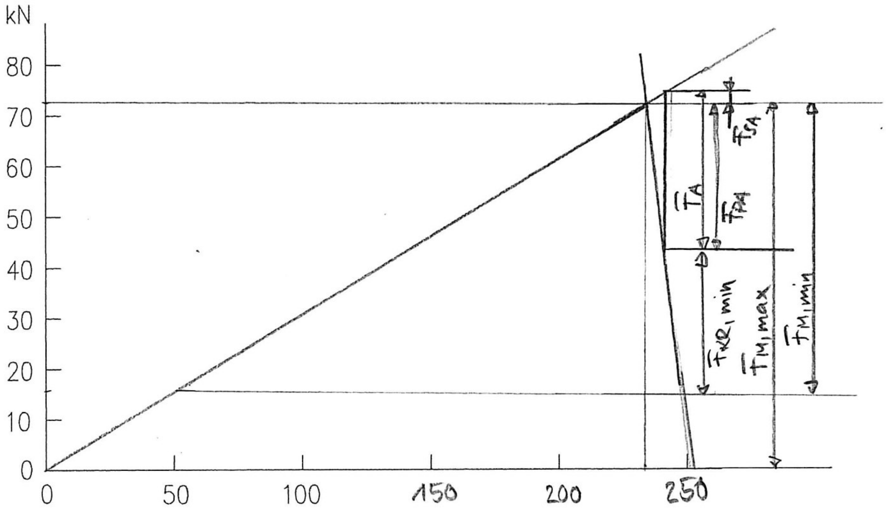
Eine Dehnschraubenverbindung wird mit einem Anziehdrehmoment $M_A = 224$ Nm angezogen. Damit soll eine Montagevorspannkraft von 65 kN erreicht werden. Durch Schwankungen der Reibungszahlen und Ungenauigkeiten des Anziehverfahrens (Drehmomentschlüssel) können Abweichungen bis zu $\pm 12\%$ der geforderten Montagevorspannkraft eintreten. Die Schraubenverbindung ist im Betrieb mit einer rein schwellenden Kraft $F_A = 32$ kN belastet.



$F_{M,min} = 0{,}88 \cdot 65$ kN $\stackrel{!}{=} 57{,}2$ kN

$F_{M,max} = 1{,}12 \cdot 65$ kN $\stackrel{!}{=} 72{,}8$ kN

a) Die Nachgiebigkeiten von Platten und Schraube werden mit $\delta_p = 2{,}9 \cdot 10^{-7}$ mm/N und $\delta_s = 3{,}2 \cdot 10^{-6}$ mm/N angegeben. Berechnen Sie die möglichen Vorspannkräfte. Zeichnen Sie unter Vernachlässigung des Setzbetrages ein maßstäbliches Verspannungsdiagramm der Schraubenverbindung für den Betriebszustand.



$\delta_s \cdot F_{M,max} = 3{,}2 \cdot 10^{-6} \cdot 72{,}8$ kN $= 233\,\mu m$

$\delta_p \cdot F_{M,max} = 2{,}9 \cdot 10^{-7} \cdot 72{,}8$ kN $= 21\,\mu m$

b) Treffen Sie eine Aussage darüber, ob die erforderliche Mindestklemmkraft $F_{K,erf} = 30$ kN unter ungünstigen Verhältnissen eingehalten wird. Anworten Sie in einem vollständigen schlüssigen Satz!

=> ablesen aus Diagramm: $F_{KR,min} \approx 29{,}1$ kN

↳ somit wird die erforderliche Mindestklemmkraf unterschritten

c) Prüfen Sie ob die Sicherheit gegen Dauerbruch den geforderten Mindestwert von $S_{D,min} = 3$ erreicht und verfassen Sie einen Antwortsatz. **Verwenden Sie hierzu eine vorgegebene Schraubenzusatzkraft von 2,7 kN.** Die zulässige Ausschlagspannung liegt für die Festigkeitsklasse 10.9 bei $\sigma_A = 60\ \mathrm{N/mm^2}$, Flankendurchmesser $d_2 = 14{,}05\mathrm{mm}$, Kerndurchmesser $d_3 = 12{,}32\mathrm{mm}$ und Taillendurchmesser $d_T = 12\mathrm{mm}$ sind ebenfalls gegeben.

$F_{SA} = 2{,}7$ kN

$$\sigma_a = \frac{F_a}{A_S} = \frac{\frac{1}{2} \cdot F_{SA}}{\frac{\pi}{4} \cdot d_S^2} = \frac{0{,}5 \cdot 2{,}7\,\mathrm{kN}}{\frac{\pi}{4} \cdot (13{,}185\,\mathrm{mm})^2} = 9{,}89\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$$

$$S_D = \frac{\sigma_A}{\sigma_a} = \frac{60\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}}{9{,}89\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}} = 6{,}07 > S_{D,min} = 3$$

$$d_S = \frac{d_2 + d_3}{2} = 13{,}185\ \mathrm{mm}$$

Anmerkung: d_S anstatt d_T, da dynamisch

↳ somit wird die Sicherheit gegen Dauerbruch eingehalten bzw. um den Faktor 2 übertroffen

2.2 Theorie

a) Durch welche konstruktiven Maßnahmen kann die Sicherheit gegen Dauerbruch bei Schraubenverbindungen gesteigert werden? Nennen Sie mindestens zwei Maßnahmen.

▷ Dehnschrauben verwenden

▷ Klemmlänge vergrößern

b) Nennen Sie 2 Einflußgrößen, die die Größe des Vorspannkraftverlustes F_z durch "'Setzen"' von schraubenverbindungen bestimmen.

▷ Anzahl der Trennfugen

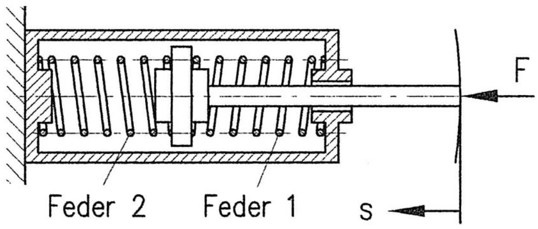
▷ Oberflächenrauhigkeit

3 Federn

Die Abbildung zeigt schematisch einen Puffer. Für die Federn 1 und 2 sind folgende Daten gegeben:

Federdurchmesser	$D_m = D_{m1} = D_{m2} = 85\ mm$
Federdrahtdurchmesser	$d_1 = 14\ mm,\ d_2 = 12{,}5\ mm$
Windungszahlen	$i_f = i_{f1} = i_{f2} = 15{,}5$

Die Federn sind mit einer Vorspannkraft $F_V = 3000$ N vorgespannt.



a) Im Betrieb unter der Kraft F liegt eine weggleiche Schaltung vor. Welche Federschaltung liegt bei der Montage vor?

$\rightarrow$ Ohne äußere Kraft F befinden sich Feder 1 und 2 im Kräftegleichgewicht $\rightarrow$ kraftgleiche Schaltung

b) Welche Federsteifigkeit hat das Federsystem des Puffers im Betrieb? Federsteifigkeit einer Windung: $c = \frac{Gd^4}{8D_m^3}$, $G = 80\ kN/mm^2$

$$c_{ges} = c_1 - c_2 = \frac{G}{8 \cdot D_m^3 \cdot 15{,}5}\left(d_1^4 - d_2^4\right)$$

$$\stackrel{!}{=} \frac{80\ kN/mm^2}{8 \cdot (85\,mm)^3 \cdot 15{,}5}\left(14^4 - 12{,}5^4\right) mm^4 = 14{,}71\ \frac{N}{mm}$$

Anmerkung: Schaltung zwar weggleich, aber bei pos. s wird die Feder 2 weiter belastet und die Feder 1 entlastet ?

c) Der Puffer wird mit einer Betriebskraft $F = 2500\ N$ belastet. Wie groß ist die Hubspannung τ_{th} **(allein)** aus dieser Betriebsbelastung **in Feder 1**?

Rechnung auf Seite 95 !

Ergebnis: $\tau_{tH1} = 116{,}15\ \frac{N}{mm^2}$

$$M_t = F_{H1} \cdot \frac{D_m}{2} \stackrel{!}{=} 2{,}5\ kN \cdot \frac{85\,m}{2} \stackrel{!}{=} 106{,}25\ Nm$$

$$W_t = \frac{\pi}{16} \cdot d_1^3 \stackrel{!}{=} 538{,}8\ mm^3$$

d) Skizzieren Sie vereinfacht zwei Tellerfedern in kraftgleicher Schaltung.

4 Theoriefragen

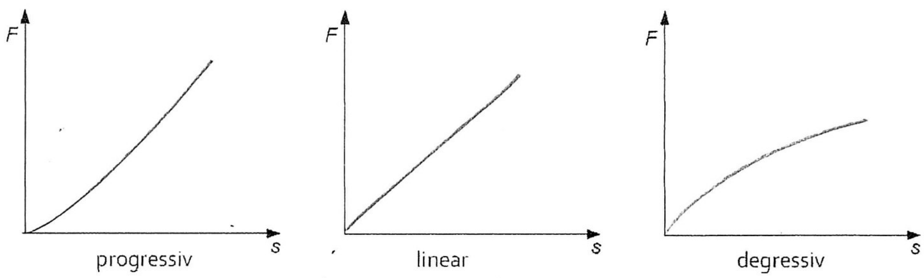
4.1 Federn

a) Nennen Sie einen Vorteil und einen Nachteil einer Tellerfeder gegenüber einer Schraubenfeder?

Vorteil: kleiner Bauraum, hohe Belastung, gut kombinierbar

Nachteil: hoher Herstellungsaufwand

b) Skizzieren Sie im Kraft-Weg-Diagramm eine progressive, lineare und degressive Federkennlinie! Nennen Sie für jede Kennlinie **ein** typisches Beispiel.



Gummifeder — zylindrische Schraubenfeder — Tellerfedernsäule

4.2 Profilverschiebung Stirnräder

a) Nennen Sie zwei Gründe für die Anwendung von Profilverschiebung.

- Achsabstand variieren
- Zahnfußtragfähigkeit erhöhen

b) Wie sind positive (V^+) und negative Profilverschiebung (V^-) sowie V-Nullverzahnung(V^0) und Nullverzahnung definiert? Setzen Sie die richtigen Operatoren ($+, -, =, \neq$).

V^+/V^-:	x_1 ..+.. x_2 ..≠.. 0
V^0:	x_1 ..+.. x_2 ..=.. 0
Nullverzahnung:	x_1 ..=.. x_2 ..=.. 0

Lösung zu 3c)

▷ hier ähnliches Prinzip wie bei Schraube / Platte (auch weggleich)
↳ bei F_A wird die Platte (hier Feder 1) entlastet
und die Schraube (hier Feder 2) zusätzlich belastet
↳ teilweise ähnliche Indizes, damit die Analogie verständlich wird

$$F_{H1} = F_V - F_{PA1} = F_V - (1-\phi)F$$

$$\phi = \frac{\delta_P}{\delta_P + \delta_S} = \frac{\frac{1}{c_1}}{\frac{1}{c_1}+\frac{1}{c_2}} = \frac{c_2}{c_2+c_1} = 0{,}389$$

$$c_2 = \frac{G \cdot d_2^4}{8 \cdot D_m^3 \cdot 15{,}5} = 25{,}65 \frac{N}{mm}$$

$$c_1 = \frac{G \cdot d_1^4}{8 \cdot D_m^3 \cdot 15{,}5} = 40{,}36 \frac{N}{mm}$$

$$\Rightarrow F_{H1} = 3000\,N - (1-0{,}389)\cdot 2500\,N = 1472{,}5\,N$$

$$\tau_{tH1} = \frac{M_t}{W_t} = \frac{\frac{D_m}{2}\cdot F_{H1}}{W_t} = 116{,}15 \frac{N}{mm^2}$$