Musterlösung Aufgabenblatt3

Aufgabe 1 – Unifikation

Positionspaare bezeichnen die beiden Stellen, an denen sich die aktuellen (teilinstantiierten) Literalmengen unterscheiden. Die Positionen sind jeweils unter der ursprünglichen Literalmenge angegeben

```
a) L1={P(x,f(1)), P(2,y)}
         ^          ^              x/2
L1Φ = {P(2,f(1)), P(2,y)}
           ^          ^            y/f(1)
L1Φ = {P(2,f(1)), P(2,f(1))} = { P(2,f(1)) }

b) L3={P(x,f(1)), P(2,f(x))}
         ^          ^              x/2
L3Φ = {P(2,f(1)), P(2,f(2))}
             ^          ^          nicht unifizierbar

c) L4={P(x,x), P(y,f(y))}
         ^       ^                 x/y (oder umgekehrt)
L4Φ = {P(y,y), P(y,f(y))}
           ^       ^
          nicht unifizierbar, da y in f(y) enthalten
```

```
d) L6={P(1,g(x,y),h(x)), P(u,v,z), P(x,g(1,z),y)}
         ^                 ^                           u/1
L6Φ = {P(1,g(x,y),h(x)), P(1,v,z), P(x,g(1,z),y)}
         ^                           ^                 x/1
L6Φ = {P(1,g(1,y),h(1)), P(1,v,z), P(1,g(1,z),y)}
           ^                 ^                         v/g(1,y)
L6Φ = {P(1,g(1,y),h(1)), P(1,g(1,y),z), P(1,g(1,z),y)}
               ^                                ^      y/z
L6Φ = {P(1,g(1,h(1)),h(1)), P(1,g(1,h(1)),h(1)), P(1,g(1,h(1)),h(1))}
    = { P(1,g(1,h(1)),h(1)) }
```

```
e) L5={Q(f(x),y), Q(z,g(f(u,v)), Q(f(g(u,v)),g(z,w))}
         ^          ^                                            z/f(x)
L5Φ = {Q(f(x),y), Q(f(x),g(f(u,v)), Q(f(g(u,v)),g(f(x),w))}
           ^                            ^                        x/g(u,v)
L5Φ = {Q(f(g(u,v)),y), Q(f(g(u,v)),g(f(u,v)), Q(f(g(u,v)),g(f(g(u,v)),w))}
                   ^               ^                             y/g(f(u,v))
L5Φ = {Q(f(g(u,v)),g(f(u,v))), Q(f(g(u,v)),g(f(u,v)),
                   ^
       Q(f(g(u,v)),g(f(g(u,v)),w))}
                   ^
nicht unifizierbar, da g/1 und g/2 unterschiedliche Funktionen sind.
```

Aufgabe 2 – Vorwärts- und Rückwärtsverkettung

a) Beweisen Sie B(3) mittels Vorwärtsverkettung

Vorwärtsverkettung:

1. Ebene: // Fakten generieren
   A(2) A(3) E(2,0) E(2,5) E(3,1) E(3,2) E(3,4) G(0) G(3) G(4) G(5)

2. Ebene: // R2 anwenden und dabei x substituieren mit 0,3,4,5.
   F(0), F(3), F(4), F(5)

3. Ebene: // R1: {x/2,y/0}, {x/2,y/5}, {x/3,y/4}
   B(2), B(3) // R1 mit {x/2,y/5} inferiert kein neues Wissen

b) Beweisen Sie B(3) mittels Rückwärtsverkettung

1. B(3) // R1 anwenden
2. A(3), E(3,Y),F(Y) // A(3) erfüllt
3. E(3,Y),F(Y) // E(3,1)
4. F(1) // R2
5. G(1) // fail, Backtrack nach 3.
6. E(3,Y),F(Y) // E(3,2)
7. F(2) // R2
8. G(2) // fail, BT nach 6.
9. E(3,Y),F(Y) // E(3,4)
10. F(4) // R2
11. G(4) // G(4) Beweis gelungen.

c) Welches Wissen generiert Vorwärtsverkettung?
1. „Ebene“: {e(1,2), e(2,1), e(2,3)}; 2. „Ebene“: {e(1,1), e(1,3), e(2,2)}; 3. „Ebene“: {}

d) Führen Sie Rückwärtsverkettung durch, um alle Beweise für e(x,y) zu finden.
Rekursionstiefe. [Liste der Subziele]
0. [e(a,b)]
1. [k(a,b)] (1) {x/a, y/b)}
2. [ ] (3) {a/1, b/2} // erste Lösung: e(1,2), Backtracking einleiten (BT)
2. [ ] (4) {a/2, b/1} // 2. Lösung: e(2,1); BT
2. [ ] (5) {a/2, b/3} // 3. Lösung: e(2,3); BT

1. [k(a,c), e(c,b)](2) {x/a, z/b} // frische Variable c einführen
2. [e(2,c)] (3) {a/1, c/2} // Unifikator für 1. Subziel und Fakt k(1,2)
3. [k(2,c)] (1) {x/2, y/c} // Prämisse von (1) nach Sustitution ist neues Subziel
4. [ ] (4) {c/1} // 4. Lösung e(1,1) generiert; BT
4. [ ] (5) {c/3} // 5. Lösung e(1,3) generiert; BT

2. [e(1,c)] (4) {a/2, c/1}
3. [k(1,c)] (1) {x/1, y/c}
4. [ ] (3) {c/2} 6. Lösung e(2,2) generiert

c) Welche Argumente sprechen in diesem Beispiel für die Vorwärtsverkettung?
Terminierung; nicht doppelte Beweisführung

Aufgabe 3 - Konjunktive Normalform

$(\exists x\, \neg P(x) \vee \forall x\, Q(x)) \rightarrow \forall x\, R(x)$

Implikationen beseitigen:

$\neg(\exists x\, \neg P(x) \vee \forall x\, Q(x)) \vee \forall x\, R(x)$

Negation nach innen:

$\neg(\exists x\, \neg P(x) \vee \forall x\, Q(x)) \vee \forall x\, R(x)$

$(\neg\exists x\, \neg P(x) \wedge \neg\forall x\, Q(x)) \vee \forall x\, R(x)$

$(\forall x \neg\neg P(x) \wedge \exists x \neg Q(x)) \vee \forall x R(x)$

$(\forall x P(x) \wedge \exists x \neg Q(x)) \vee \forall x R(x)$

Variablen standardisieren:

$(\forall x P(x) \wedge \exists y \neg Q(y)) \vee \forall x R(x)$

$(\forall x P(x) \wedge \exists y \neg Q(y)) \vee \forall z R(z)$

Quantoren vorn anstellen:

$\forall x \exists y \forall z (P(x) \wedge \neg Q(y)) \vee R(z)$

Skolemisierung von y durch eine Funktion mit x als Argument:

$(P(x) \wedge \neg Q(f(x))) \vee R(z)$

KNF durch logische äquivalente Umformungen bilden (Distributivgesetz, etc.)

$(P(x) \vee R(z)) \wedge (\neg Q(f(x)) \vee R(z))$

$\{\{P(x), R(z)\}, \{\neg Q(f(x)), R(z)\}\}$

Variablen diskunkt benennen:

$\{\{P(x), R(z)\}, \{\neg Q(f(w)), R(y)\}\}$

Aufgabe 4 – Maschinelles Beweisen

KNF:

(1)	$\{ \neg LV(a), V(a) \}$	
(2)	$\{ LV(b), A(b) \}$	
(3)	$\{ \neg V(c), S(c) \}$	
(4)	$\{ \neg A(d), HV(d) \}$	
(5)	$\{ \neg HV(e), S(e) \}$	
(6)	$\{ \neg S(R) \}$	// negierte Anfrage
(7)	$\{ \neg HV(R) \}$	// (6) & (5) $\{e/R\}$
(8)	$\{ \neg A(R) \}$	// (7) & (4) $\{d/R\}$
(9)	$\{ LV(R) \}$	// (8) & (2) $\{b/R\}$
(10)	$\{ V(R) \}$	// (9) & (1) $\{a/R\}$
(11)	$\{ S(R) \}$	// (10) & (3) $\{c/R\}$
(12)	$\{ \}$	// (11) & (6) $\{\}$

Aufgabe 5 – Resolution mit Faktorisierung

negierte Anfrage:

$\forall x \forall y \neg C(x,y) \vee \neg C(x,y)$

KNF

(1) $\{ \neg A(w), C(z,w) \}$

(2) $\{ \neg B(u), C(u,v) \}$

(3) $\{ A(x), B(x) \}$

(4) $\{ \neg C(s,t), \neg C(t,s) \}$

(5) $\{ \neg A(w2) \}$	(4) & (1) $\{s/t, t/z, t/w\}$ mit Faktorisierung
(6) $\{ B(w3) \}$	(5) & (3) $\{x/w\}$
(7) $\{ C(w4,v2) \}$	(6) & (2) $\{u/w\}$
(8) $\{ \}$	(7) & (4) $\{s/t, t/z, w/t, v/t\}$ mit Faktorisierung

Bemerkung: Der Beweis funktioniert auch ohne frische Variablen w_i und v_i.