

Aufgabenblatt 3: Logische Inferenz

Abgabetermin: 30.11.2016

Aufgabe 1 – Unifikation

(20 %)

Bestimmen Sie mit Hilfe des Unifikationsalgorithmus jeweils einen allgemeinsten Unifikator für die folgenden Mengen. Geben Sie für jeden Schleifendurchlauf L_0 an, kennzeichnen Sie die Position gemäß Schritt 3, in der sich 2 Literale unterscheiden und geben Sie jeweils die Substitution an.

Variablen: $\{ u, v, w, x, y, z \};$
 Konstanten: $\{ 1, 2 \};$
 Prädikatsymbole: $\{ P \};$
 Funktionen: $\{ f, g, h \}.$

- a) $L_1 = \{ P(x, f(1)), P(2, y) \}$
 b) $L_3 = \{ P(x, f(1)), P(2, f(x)) \}$
 c) $L_4 = \{ P(x, x), P(y, f(y)) \}$
 d) $L_6 = \{ P(1, g(x, y), h(x)), P(u, v, z), P(x, g(1, z), y) \}$
 e) $L_5 = \{ P(f(x), y), P(z, g(f(u, v))), P(f(g(u, v)), g(z, w)) \}$

Hinweis: Die Mengen in d) und e) enthalten jeweils 3 Elemente.

Aufgabe 2 – Vorwärts- und Rückwärtsverkettung

(30 %)

Gegeben folgende Hornklauseln (2 „echte“ Regeln und 11 Fakten):

$A(x) \wedge E(x, y) \wedge F(y) \rightarrow B(x),$
 $G(x) \rightarrow F(x),$
 $A(2), A(3), E(2, 0), E(2, 5), E(3, 1), E(3, 2), E(3, 4), G(0), G(3), G(4), G(5).$

- a) Beweisen Sie $B(3)$ mittels Vorwärtsverkettung
 b) Beweisen Sie $B(3)$ mittels Rückwärtsverkettung

In der folgenden Domäne definieren die $k/2$ -Fakten die Kanten in einen gerichteten Graphen, $e/2$ die Erreichbarkeitsrelation. Gesucht sind alle möglichen Inferenzen:

- (1) $k(x, y) \rightarrow e(x, y)$
 (2) $k(x, y) \wedge e(y, z) \rightarrow e(x, z)$

- (3) k(1,2)
- (4) k(2,1)
- (5) k(2,3)

- c) Welches Wissen generiert Vorwärtsverkettung?
- d) Führen Sie Rückwärtsverkettung durch, um alle Beweise für $e(x,y)$ zu finden. Stoppen Sie nach der 6. generierten Lösung
- e) Welche Argumente sprechen in diesem Beispiel für die Vorwärtsverkettung?

Aufgabe 3 – Konjunktive Normalform

(20 %)

Bilden Sie, Schritt für Schritt, die konjunktive Normalform für die folgende Formel:

$$(\exists x \neg P(x) \vee \forall x Q(x)) \rightarrow \forall x R(x)$$

Hinweis: Beachten Sie die Klammerung und den Hinweis zur Bindungsstärke im Anhang.

Aufgabe 4 – Maschinelles Beweisen

(15 %)

In einem Unrechtsstaat gelten vor Gericht folgende universelle Regeln.

- (1) Wer sich lautstark verteidigt, ist verdächtig: $\forall x LV(x) \rightarrow V(x)$
- (2) Wer sich nicht lautstark verteidigt, ist ein Angsthase: $\forall x \neg LV(x) \rightarrow A(x)$
- (3) Verdächtige sind schuldig: $\forall x V(x) \rightarrow S(x)$
- (4) Angsthase haben etwas zu verbergen: $\forall x A(x) \rightarrow HV(x)$
- (5) Wer etwas zu verbergen hat ist schuldig: $\forall x HV(x) \rightarrow S(x)$

Beweisen Sie, dass der angeklagte Regimegegner schuldig ist: $S(\text{Regimegegner})$

Aufgabe 5 – Resolution mit Faktorisierung

(15 %)

Gegeben folgende prädikatenlogische Wissensbasis:

- (1) $\forall x \forall y A(x) \rightarrow C(y,x)$
- (2) $\forall x \forall y B(x) \rightarrow C(x,y)$
- (3) $\forall x \neg A(x) \rightarrow B(x)$

Beweisen Sie: $\exists x \exists y C(x,y) \wedge C(y,x)$

Hinweise:

Die Variablen im Prädikat $C/2$ in (1) und (2) sind nicht aus Versehen vertauscht worden. Faktorisierung ist notwendig für eine erfolgreiche Beweisführung!

Anhang:

Bindungsstärke von Junktoren in der Prädikatenlogik

Mit „ \succ “ als „bindet stärker“ ist folgende Rangfolge gegeben:

$$\neg \succ \wedge \succ \vee \succ \rightarrow \succ \leftrightarrow \succ \forall, \exists$$

D.h.:

$$\neg \forall x P(x) \wedge \neg Q(x) \vee R(x) \rightarrow S(x)$$

ist äquivalent zu:

$$\neg (\forall x) (((P(x) \wedge (\neg Q(x))) \vee R(x)) \rightarrow S(x)))$$

Bitte beachten Sie die Konventionen zur Syntax der Prädikatenlogik: <https://isis.tu-berlin.de/mod/resource/view.php?id=357343>!

Unifikationsalgorithmus

→ Eingabe: eine nicht leere Literalmenge L

1. $\theta := \{ \}$ // (leere Substitution)
2. While $|L\theta| > 1$ do
3. Suche in $L\theta$ die erste Position, an der sich zwei Literale $L1$ und $L2$ unterscheiden
4. If keiner der beiden Terme ist eine Variable
5. Then stoppe mit „nicht unifizierbar“
6. Else Sei x die Variable in $L1$ und t der Term in $L2$
7. If x kommt in t vor
8. Then stoppe mit „nicht unifizierbar“
9. Else $\theta := \theta \cup \{ x/t \}$

→ Ausgabe: θ ist MGU

Abgabe der Lösung:

Durch Hochladen in das Gruppenforum „Aufgabenblatt 3“ (<https://isis.tu-berlin.de/mod/forum/view.php?id=315020>).

Jede Gruppe eröffnet ein Thema (Thread) und lädt ihre Aufgabenlösung darin hoch. Die Gruppenmitglieder dürfen diesen Thread auch zur Koordination und Diskussion verwenden. Bitte macht die Lösung kenntlich, beispielsweise durch einen Namen mit einer Versionsnummer, ansonsten wird der offensichtlich letzte Beitrag / Upload als Lösung angenommen.

Das Forum ist bis zum Abgabetermin (23:55) geöffnet.