Technische Universität Berlin
Fakultät II – Institut für Mathematik WS 10/11
A. Bley/A. Fügenschuh/R. Nabben/E. Nava Yazdani/C. Schröder 06.04.2011

April – Klausur
Lineare Algebra für Ingenieure
Lösungsskizze

---

1. Aufgabe
10 Punkte

Gegeben sei folgendes lineare Gleichungssystem (LGS) mit $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{R}$:

$$\begin{array}{rcr} x_1 - 2x_2 + x_3 & = & -2 \\ 2x_1 - 4x_2 + 2x_4 & = & 4 \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 & = & -2 \end{array} .$$

(a) Stellen Sie die zum LGS zugehörige erweiterte Koeffizientenmatrix $[A|\vec{b}]$ auf und bringen Sie $[A|\vec{b}]$ in normierte Zeilenstufenform.

(b) Bestimmen Sie die Lösungsmenge des LGS.

(c) Bestimmen Sie Kern(A) und eine Basis von Bild(A).

(a) **(4 Punkte)**

$$\left[\begin{array}{rrrr|r} 1 & -2 & 1 & 0 & -2 \\ 2 & -4 & 0 & 2 & 4 \\ -1 & 2 & -1 & 1 & -2 \end{array}\right] \xrightarrow[\text{I+III}]{\text{I}-\frac{1}{2}\text{II}} \left[\begin{array}{rrrr|r} 1 & -2 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -4 \end{array}\right] \xrightarrow[\text{II+III}]{} \left[\begin{array}{rrrr|r} 1 & -2 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -8 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -4 \end{array}\right] \xrightarrow[\text{I}-\text{II}]{} \left[\begin{array}{rrrr|r} 1 & -2 & 0 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -8 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -4 \end{array}\right]$$

(b) **(2 Punkte)**
Aus der NZSF(A) folgt, dass x_1, x_3, x_4 Kopfvariablen sind. Setze $x_2 := s \in \mathbb{R}$. Kopfvariablen als Linearkombination von x_2 darstellen: $x_1 = 6 + 2s, x_3 = -8, x_4 = -4$. Die Lösungsmenge des LGS ist dann: $\mathbb{L} = \left\{ \begin{bmatrix} 6+2s \\ s \\ -8 \\ -4 \end{bmatrix} \mid s \in \mathbb{R} \right\} = \left\{ \begin{bmatrix} 6 \\ 0 \\ -8 \\ -4 \end{bmatrix} + s \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \mid s \in \mathbb{R} \right\}$.

(c) **(4 Punkte)**

$\mathbb{L}$ = spezielle Lösung + Kern(A). Also Kern$(A) = \left\{ s \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \mid s \in \mathbb{R} \right\} = \operatorname{span} \left\{ \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right\}$.

Da in der ersten, dritten und vierten Spalte der NZSF(A) die Köpfe stehen, bilden die entsprechenden Spaltenvektoren von A eine Basis von Bild(A): $\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$.

---

2. Aufgabe
8 Punkte

Gegeben sei $B := \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -4 & 7 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2,2}$.

(a) Bestimmen Sie mithilfe des Gram-Schmidt-Verfahrens eine QR-Zerlegung von B, also eine orthogonale Matrix Q und eine obere Dreiecksmatrix R mit $B = QR$.

(b) Stellen Sie $B \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ als Linearkombination der Spalten von Q dar.

(a) **(6 Punkte)** $B = [\vec{b}_1 \ \vec{b}_2]$

$||\vec{b}_1|| = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = \sqrt{25} = 5$

$\vec{q}_1 = \frac{\vec{b}_1}{||\vec{b}_1||} = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix}$

$\vec{l}_2 = \vec{b}_2 - < \vec{b}_2, \vec{q}_1 > \vec{q}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 7 \end{bmatrix} - \underbrace{\frac{1}{25} < \begin{bmatrix} 1 \\ 7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix} >}_{=-1} \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$

$||\vec{l}_2|| = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$

$\vec{q}_2 = \frac{\vec{l}_2}{||\vec{l}_2||} = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$

$Q = [\vec{q}_1 \ \vec{q}_2] = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$

$R = Q^T \cdot B = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -4 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & -5 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$

(b) **(2 Punkte)**
$$B\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\underset{QR-\text{Zerl.}}{=} QR\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix} = Q\begin{bmatrix}-5\\5\end{bmatrix} = -5\vec{q}_1 + 5\vec{q}_2 = -5\begin{bmatrix}\frac{3}{5}\\-\frac{4}{5}\end{bmatrix} + 5\begin{bmatrix}\frac{4}{5}\\\frac{3}{5}\end{bmatrix}$$

---

3. Aufgabe

12 Punkte

Gegeben sei die Matrix $C := \begin{bmatrix}-2&0&0\\1&1&-1\\1&3&-3\end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{3,3}$ und $V_{\lambda_{1/2}} := \text{span}\left\{\vec{v}_1 := \begin{bmatrix}3\\-1\\0\end{bmatrix}, \vec{v}_2 := \begin{bmatrix}1\\0\\1\end{bmatrix}\right\}$.

(a) C besitzt zwei verschiedene Eigenwerte. Bestimmen Sie das charakteristische Polynom von C sowie die beiden Eigenwerte.

(b) Der Eigenraum zum Eigenwert mit algebraischer Vielfachheit 2 ist $V_{\lambda_{1/2}}$. Bestimmen Sie den Eigenraum V_{λ_3} zu dem anderen Eigenwert.

(c) Sei $\vec{w} \in V_{\lambda_3},\ \vec{w} \neq \vec{0}$. Bestimmen Sie die darstellende Matrix $C_{\mathcal{B}_1}$ von C bezüglich der Basis $\mathcal{B}_1 := \{\vec{v}_1, \vec{w}, \vec{v}_2\}$ des $\mathbb{R}^3$.

(d) Lösen Sie das Anfangswertproblem $\frac{d\vec{y}}{dt}(t) = C\vec{y}(t)$ für $\vec{y}_0 = \vec{y}(5) = \begin{bmatrix}-2\\1\\1\end{bmatrix}$.

(a) **(5 Punkte)**
$$p_C(x) = \det\left(\begin{bmatrix}-2&0&0\\1&1&-1\\1&3&-3\end{bmatrix} - x\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}\right) = \det\left(\begin{bmatrix}-2-x&0&0\\1&1-x&-1\\1&3&-3-x\end{bmatrix}\right) \underset{\text{1. Zeile}}{\overset{\text{Laplace}}{=}}$$
$$(-2-x)\cdot\det\left(\begin{bmatrix}1-x&-1\\3&-3-x\end{bmatrix}\right) = (-2-x)[(1-x)(-3-x)+3] = (-2-x)(x^2+2x) = -x(-2-x)^2$$
Die Nullstellen von $p_C(x)$ sind die Eigenwerte von C. Also sind $\lambda_{1/2} = -2$ und $\lambda_3 = 0$ die gesuchten Eigenwerte.

(b) **(2 Punkte)** Nach (a) hat der Eigenwert -2 die algVFH 2 und 0 die algVFH 1. Gesucht ist also der Eigenraum zum Eigenwert 0.
$$V_{\lambda_3} = \text{Kern}\left(\begin{bmatrix}-2&0&0\\1&1&-1\\1&3&-3\end{bmatrix} - 0\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}\right) = \text{Kern}\left(\begin{bmatrix}-2&0&0\\1&1&-1\\1&3&-3\end{bmatrix}\right) \underset{\frac{1}{2}\text{I}+\text{III}}{\overset{\frac{1}{2}\text{I}+\text{II}}{=}} \text{Kern}\left(\begin{bmatrix}-2&0&0\\0&1&-1\\0&3&-3\end{bmatrix}\right)$$
$$\underset{-3\text{II}+\text{III}}{\overset{-\frac{1}{2}\text{I}}{=}} \text{Kern}\left(\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&-1\\0&0&0\end{bmatrix}\right) = \text{span}\left\{\begin{bmatrix}0\\1\\1\end{bmatrix}\right\}$$

(c) **(3 Punkte)** $\mathcal{B}_1$ ist eine Eigenbasis des $\mathbb{R}^3$ bzgl. der lin. Abb. die von C definiert wird. Die darstellende Matrix ist eine Diagonalmatrix mit den Eigenwerten entsprechend den Basisvektoren aus $\mathcal{B}_1$ auf der Diagonalen: $C_{\mathcal{B}_1} = \begin{bmatrix}-2&0&0\\0&0&0\\0&0&-2\end{bmatrix}$

(d) **(2 Punkte)** $\vec{y}_0$ ist Eigenvektor zum Eigenwert -2, da $\vec{y}_0 = \begin{bmatrix}-2\\1\\1\end{bmatrix} = -\begin{bmatrix}3\\-1\\0\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}1\\0\\1\end{bmatrix}$, also $\vec{y}_0 \in V_{\lambda_{1/2}}$. $\quad \vec{y}(t) = e^{-2(t-5)}\begin{bmatrix}-2\\1\\1\end{bmatrix}$

---

4. Aufgabe

14 Punkte

Gegeben seien der 3-dimensionale Vektorraum $U := \left\{A \in \mathbb{R}^{2,2} \mid A \text{ ist eine obere Dreiecksmatrix}\right\}$, $\mathcal{B}_2 := \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right\}$ eine Basis von U und $L : U \to U$ eine lineare Abbildung mit

$$L\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},\ L\left(\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix},\ L\left(\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

(a) Bestimmen Sie zwei verschiedene Elemente aus $\text{Kern}(L)$.

(b) Ist L injektiv/surjektiv/bijektiv?

(c) Bestimmen Sie die Koordinatenabbildung $K_{\mathcal{B}_2}$ von U bezüglich der Basis $\mathcal{B}_2$.

(d) Bestimmen Sie die darstellende Matrix $L_{\mathcal{B}_2}$ von L bezüglich der Basis $\mathcal{B}_2$.

(a) **(4 Punkte)**

Da L linear, ist $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \in \text{Kern}(L)$.

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = 2\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + 1\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} - 2\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = 2L\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}\right) + L\left(\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\right) - 2L\left(\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\right)$$

$$\underset{\text{linear}}{=} L\left(2\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - 2\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\right) = L\left(\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}\right)$$

Also $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} \in \text{Kern}(L)$.

(b) **(3 Punkte)**

L ist nicht injektiv, da nach (a) $\text{Kern}(L) \neq \left\{\vec{0}\right\}$.

Nach Dimensionssatz ist $\dim(\text{Bild}(L)) = \underbrace{\dim(U)}_{=3} - \underbrace{\dim(\text{Kern}(L))}_{\geq 1} \leq 2 \neq 3 = \dim(U)$.

Also ist L nicht surjektiv.
L ist nicht bijektiv, da weder injektiv noch surjektiv.

(c) **(4 Punkte)**

$K_{\mathcal{B}_2} : U \to \mathbb{R}^3;\ \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & c \end{bmatrix} \mapsto \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix}$ mit $\alpha_1 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} + \alpha_2 \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & c \end{bmatrix}$

Komponentenvergleich ergibt $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 2 & 1 & b \\ -1 & 1 & 1 & c \end{array}\right] \xrightarrow[\text{I+III}]{} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 2 & 1 & b \\ 0 & 1 & 1 & a+c \end{array}\right] \xrightarrow[\text{II}-2\text{III}]{} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 2 & 1 & b \\ 0 & 0 & -1 & -2a+b-2c \end{array}\right]$

$\xrightarrow[\text{II+III}]{} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 2 & 0 & -2a+2b-2c \\ 0 & 0 & -1 & -2a+b-2c \end{array}\right] \xrightarrow[\frac{1}{2}\text{II}]{-\text{III}} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & -a+b-c \\ 0 & 0 & 1 & 2a-b+2c \end{array}\right]$

$$K_{\mathcal{B}_2}\left(\begin{bmatrix} a & b \\ 0 & c \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} a \\ -a+b-c \\ 2a-b+2c \end{bmatrix}$$

(d) **(3 Punkte)**

$$K_{\mathcal{B}_2}\left(L\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}\right)\right) = K_{\mathcal{B}_2}\left(\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$K_{\mathcal{B}_2}\left(L\left(\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\right)\right) = K_{\mathcal{B}_2}\left(\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$K_{\mathcal{B}_2}\left(L\left(\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\right)\right) = K_{\mathcal{B}_2}\left(\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$L_{\mathcal{B}_2} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

5. Aufgabe

9 Punkte

$$F_1: \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \to & \mathbb{R}^{2,2} \\ \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} & \mapsto & \begin{bmatrix} b & 2a \\ -a & b \end{bmatrix} \end{array}, \quad F_2: \begin{array}{ccc} \mathbb{R}_{\leq 1}[x] & \to & \mathbb{R}^2 \\ ax+b & \mapsto & \begin{bmatrix} a+2b \\ a\cdot b \end{bmatrix} \end{array}, \quad F_3: \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^{2,2} & \to & \mathbb{R}^2 \\ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} & \mapsto & \begin{bmatrix} a+b \\ a+2c-d \end{bmatrix} \end{array}$$

(a) Bestimmen Sie die Komposition $F_3 \circ F_1$.

(b) Überprüfen Sie, ob F_1 eine lineare Abbildung ist.

(c) Überprüfen Sie, ob F_2 eine lineare Abbildung ist.

(a) **(3 Punkte)**

$$(F_3 \circ F_1)\left(\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}\right) = F_3\left(F_1\left(\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}\right)\right) = F_3\left(\begin{bmatrix} b & 2a \\ -a & b \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 2a+b \\ -2a \end{bmatrix}$$

(b) **(4 Punkte)**

Seien $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^2$ und $\alpha \in \mathbb{R}$.

(i) $F_1\left(\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}\right)+F_1\left(\begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} b & 2a \\ -a & b \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} d & 2c \\ -c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b+d & 2(a+c) \\ -(a+c) & b+d \end{bmatrix} = F_1\left(\begin{bmatrix} a+c \\ b+d \end{bmatrix}\right) = F_1\left(\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix}\right)$

(ii) $F_1\left(\alpha\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}\right) = F_1\left(\begin{bmatrix} \alpha a \\ \alpha b \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} \alpha b & 2\alpha a \\ -\alpha a & \alpha b \end{bmatrix} = \alpha\begin{bmatrix} b & 2a \\ -a & b \end{bmatrix} = \alpha F_1\left(\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}\right)$

F_1 ist linear, da additiv (i) und homogen (ii).

(c) **(2 Punkte)**

$F_2(1) + F_2(x) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix} = F_2(x+1)$

F_2 ist nicht linear, da nicht additiv.

6. Aufgabe

7 Punkte

Wählen Sie Matrizen $M_1, M_2, M_3 \in \mathbb{R}^{2,2}$, die die entsprechenden Eigenschaften haben. Zeigen Sie, dass die Eigenschaften von den gewählten Matrizen erfüllt werden.

(a) M_1 ist antisymmetrisch (d.h., es gilt $-M_1 = M_1^T$) und orthogonal.

(b) M_2 ist eine obere Dreiecksmatrix, diagonalisierbar aber nicht invertierbar.

(c) M_3 ist eine obere Dreiecksmatrix, invertierbar aber nicht diagonalisierbar.

(a) **(2 Punkte)**

$M_1 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ist antisymmetrisch, da

$M_1^T = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = -1\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = -M_1$ und orthogonal, da

$M_1 \cdot M_1^T = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

(b) **(2 Punkte)**

$M_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ ist diagonal (also diagonalisierbar), aber nicht invertierbar, da $\det\left(\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\right) = 0$

(c) **(3 Punkte)**

$M_3 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ist invertierbar, da $\det\left(\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\right) = 1 \neq 0$.

Bei einer obere Dreiecksmatrix stehen die Eigenwerte auf der Diagonalen. $\lambda = 1$ ist EW von M_3 mit $\text{algVFH}(\lambda) = 2$. Aber $\text{geomVFH}(\lambda) = \dim\left(\text{Kern}\left(\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - 1\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\right)\right) = \dim\left(\text{Kern}\left(\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\right)\right) = \dim\left(\text{span}\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right)\right) = 1 \neq 2 = \text{algVFH}(\lambda)$

Also ist $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ nicht diagonalisierbar.