[illegible]nberatung

Nachklausur

zur Vorlesung „Mathematik für Informatiker I“ WS 2000/01

M. Scheutzow \ S. John, R. Dahms 09.04.2001

Name: .... **Vorname:** ....

Matrikelnummer: ....

Tutor: ....

- Füllen Sie bitte zuerst den Kopf vollständig und leserlich aus.
- Schreiben Sie auf jedes von Ihnen benutzte Blatt Papier sofort Ihren Namen.
- Benutzen Sie für jede Aufgabe ein eigenes Blatt.
- Am Ende der Klausur heften Sie Ihre Lösungen und Ihr Aufgabenblatt zusammen.
- Als Hilfsmittel dürfen Sie - wie angekündigt - ein beidseitig handbeschriebenes Blatt der Größe DIN A4 benutzen. Es sind keine weiteren Hilfsmittel zugelassen.
- Mit Bleistift geschriebene Dinge werden nicht bewertet.
- Notieren Sie die Rechenwege zu Ihren Lösungen.
- Mit 10 von 20 Punkten gilt die Klausur als bestanden.

	1	2	3	4	5	6	$\sum$
Bewertung:							

Punkte: .... Note: ....

Unterschrift des Korrektors: ....

Nachklausur WS 2000/01

Aufgabe 1: Bestimmen Sie alle Lösungen $z \in \mathbb{C}$ der Gleichung

$$z\overline{z} + 2e^{i\frac{\pi}{2}} = 2ze^{-i\frac{\pi}{2}}$$

und stellen Sie sie in der folgenden Form dar:

a) $a + bi$, mit $a, b \in \mathbb{R}$.

b) $re^{i\varphi}$, mit $r \in \mathbb{R}_+$ und $\varphi \in [0, 2\pi)$.

3 Punkte

Aufgabe 2: Bestimmen Sie alle Lösungen $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ der Ungleichung

$$\frac{|x^2 - 1|}{x + 1} > 1.$$

3 Punkte

Aufgabe 3: Sei die Funktion $f\colon (-1, \infty) \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x) = \frac{1}{(x+1)^2}$$

gegeben. Mit $f^{(n)}$ bezeichnen wir (wie üblich) die n–te Ableitung von f.

a) Beweisen Sie für alle $n \in \mathbb{N}$, daß für alle $x \in (-1, \infty)$ gilt:

$$f^{(n)}(x) = (-1)^n (n+1)! \frac{1}{(x+1)^{n+2}}.$$

b) Bestimmen Sie die Taylorreihe von f um den Entwicklungspunkt $x_0 = 0$.

3 Punkte

Aufgabe 4: Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz und Divergenz:

(a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}$,

(b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n} - 1}{n + 4}$.

4 Punkte

Aufgabe 5: Berechnen Sie die folgenden Integrale:

(a) $\displaystyle\int (\ln(x))^2 \, dx$.
Hinweis: $\int (\ln(x))^2 \, dx = \int 1 \cdot (\ln(x))^2 \, dx$.

(b) $\displaystyle\int_0^{\sqrt{3}} \frac{x^3 + 2x}{\sqrt{x^2 + 1}} dx$.
Hinweis: Substituieren Sie $z = \sqrt{x^2 + 1}$.

4 Punkte

Aufgabe 6: Seien $K > 0$ und $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine Funktion mit der Eigenschaft

$$|f(x) - f(y)| \leq K(x - y)^2 \quad \text{für alle } x, y \in \mathbb{R}.$$

(a) Zeigen Sie anhand der Definition, daß f differenzierbar ist, und bestimmen Sie die Ableitung f'.

(b) Beweisen Sie, daß f konstant ist, d.h. $f(x) = f(0)$ für alle $x \in \mathbb{R}$.

3 Punkte