MaFI Nachklausur vom WiSe 2005/06,
22.04.2006

1. *Grenzwert bestimmen*

$$\lim_{n\to\infty} \quad a_n = \frac{(n+\cos(n))^2 - 2\mathrm{n}}{(n+1)^2}$$

2. *Beweisen Sie mit vollst. Induktion :*

$$n=1: \quad f(x) = x^2 e^{-x}$$

$$f^{(n)}(x) = (-1)^n (x^2 - 2\mathrm{nx} + n(n-1)) e^{-x}$$

3. *partiell integrieren :*

$$(a) \int_0^{\mathrm{e}^2} x^2 \ln(x)$$

$$(b) \int_1^{\mathrm{e}} \left(1 + \frac{\cos(\ln(x))}{x}\right)$$

4. *Beweise :* $\lim_{x\to a} f(x) = b \Leftrightarrow \lim_{x\to a} \mathrm{e}^{f(x)} = \mathrm{e}^b$

5. *Für welche* $z \in \mathbb{C}$ *gilt :*

$$z - \mathrm{e}^{\frac{3}{2}\pi i} = \frac{1}{\sqrt{2}} |z|$$

Stelle $z = a + bi$ *und* $z = r \cdot e^{i\varphi}$
für alle $a, b \in \mathbb{R}$ *und* $r \in \mathbb{R}_+$ *dar*

6. *Untersuche die folgenden Reihen auf Konvergenz bzw. Divergenz*

$$(a) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+i}{n^2}$$

$$(b) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{(n^3+1)} x^n$$

7. *Bestimme die Taylorreihe* 3.Grades *mit* $x_0 = 0$ *ohne Restglied*

$$f(x) = \ln(\cos(-x))$$

8. *Finde alle* $x \in \mathbb{R}$ *, die die folgende Ungleichung erfüllen*

$$\frac{1}{|3\mathrm{x}+1|} < -\frac{1}{2\mathrm{x}} \qquad x \in \mathbb{R}$$