

Klausur AVWL 1

Klausurtermin: 29.09.2014

Dieses Deckblatt bitte vollständig und deutlich lesbar ausfüllen!

Name: _____

Vorname: _____

Matrikelnummer: _____

**Vom Prüfer
auszufüllen:**

Punkte:

Note:

Credits:

**Vom Prüfer
auszufüllen:**

Aufg.1: / 25

Aufg.2: / 19

Aufg.3: / 19

Aufg.4: / 16

Aufg.5: / 21

Zutreffendes bitte ankreuzen:

Ich studiere nach: Bachelor-Prüfungsordnung
Diplom-Prüfungsordnung

Studiengang: _____ Unterschrift: _____

Klausurdauer: 90 Minuten

Bitte beachten Sie:

- Benutzen Sie die Rückseiten der Aufgabenblätter als Konzeptpapier.
- Hilfsmittel: nicht programmierbarer Taschenrechner
- Die Klausur besteht aus 10 Seiten. Prüfen Sie, ob Ihre Klausur vollständig ist.
- Lösen Sie alle 5 Aufgaben! Die maximale Punktzahl beträgt 100.
- Bitte tragen Sie Ihre Lösungen in die Lösungsfelder auf den Aufgabenblättern ein! Lösungen auf dem Konzeptpapier werden **nicht gewertet!**
- Antworten mit Rot- oder Bleistift werden **nicht gewertet!**
- Geben Sie zu Ihren Ergebnissen immer den Lösungsweg an (außer bei Aufgabe 1). Ergebnisse, deren Ermittlung nicht nachvollzogen werden kann, werden **nicht gewertet!**

Aufgabe 1 (Multiple Choice — 25 Punkte)

Kreuzen Sie an, ob die Aussagen richtig (**R**) oder falsch (**F**) sind. Sie erhalten für jede **korrekte Antwort 2,5 Punkte**, für jede **nicht korrekte Antwort** und für jede **nicht beantwortete Frage 0 Punkte**.

		R	F
1.	Im Zwei-Güter-Fall mit fixem Budget geben die Opportunitätskosten an, auf wieviel Einheiten des einen Gutes der Haushalt verzichten muss, um eine Einheit mehr des anderen Gutes zu konsumieren.	x	
2.	Eine Indifferenzkurve ist die Menge aller Punkte (x_1, x_2) , die die gleichen Präferenzen abbilden.		x
3.	Bei einer Nutzenfunktion der Form $u(x_1, x_2) = x_1 + 3x_2$ konsumiert der Haushalt die Güter immer im Verhältnis (3:1).		x
4.	Ein Gut ist inferior, wenn nach einer Einkommenserhöhung weniger von dem Gut konsumiert wird.	x	
5.	Mit Hilfe der Engelkurve kann der Zusammenhang einer Preisänderung und der Güternachfrage dargestellt werden.		x
6.	Der Slutsky-Substitutionseffekt zeigt, wie sich die Nachfrage ändert, wenn sich der Preis ändert und die Kaufkraft so konstant gehalten wird, dass das ursprüngliche Konsumbündel erschwinglich bleibt.	x	
7.	Bei einem normalen Gut haben der Substitutions- und Einkommenseffekt das gleiche Vorzeichen.	x	
8.	Die technische Rate der Substitution beschreibt, in welchem Verhältnis ein Inputfaktor durch einen anderen ausgetauscht werden kann, so dass das Produktionsniveau konstant bleibt.	x	
9.	Während bei Skalenerträgen der Effekt auf den Output einer diskreten Änderung aller Inputs im gleichen Verhältnis betrachtet wird (Multiplikation mit dem gleichen Faktor), beschreibt das Grenzprodukt die Auswirkung einer marginalen Änderung aller Inputs auf den Output.		x
10.	Die Kostenfunktion für die Technologie $y = f(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\}$ lautet $c(w_1, w_2, y) = (w_1 + w_2)y$.	x	

Aufgabe 2 (Haushaltstheorie — 19 Punkte)

Ein Haushalt konsumiert die Güter 1 und 2 in den Mengen x_1 und x_2 . Seine Präferenzen werden durch die Nutzenfunktion $u(x_1, x_2) = \sqrt{x_1}\sqrt{x_2}$ beschrieben. Die Güterpreise sind p_1 und p_2 und das Haushaltseinkommen beträgt m .

1. Wie lautet das Nutzenmaximierungsproblem des Haushaltes unter Berücksichtigung der Nebenbedingung?

$$\max_{x_1, x_2} \sqrt{x_1}\sqrt{x_2} \text{ unter der Nebenbedingung } p_1x_1 + p_2x_2 = m.$$

1 Punkt

2. Stellen Sie die Lagrangefunktion auf und berechnen Sie die Bedingungen erster Ordnung.

Lagrangefunktion:

$$\mathcal{L}(x_1, x_2, \lambda) = \sqrt{x_1}\sqrt{x_2} + \lambda(m - p_1x_1 - p_2x_2) \quad (1)$$

Bedingungen erster Ordnung:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = 0.5x_1^{-1/2}x_2^{1/2} - \lambda p_1 = 0 \quad \iff \quad 0.5x_1^{-1/2}x_2^{1/2} = \lambda p_1 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} = 0.5x_1^{1/2}x_2^{-1/2} - \lambda p_2 = 0 \quad \iff \quad 0.5x_1^{1/2}x_2^{-1/2} = \lambda p_2 \quad (3)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = m - p_1x_1 - p_2x_2 = 0 \quad \iff \quad p_1x_1 + p_2x_2 = m \quad (4)$$

7 Punkte

3. Die allgemeine Form der Optimalbedingung für den Güterkonsum lautet: $\frac{\partial U}{\partial x_1} / \frac{\partial U}{\partial x_2} = p_1/p_2$. Interpretieren Sie die Gleichung. Berechnen Sie die Optimalbedingung für die gegebene Nutzenfunktion.

Linke Seite-Grenznutzenverhältnis (GRS) entspricht rechter Seite-Preisverhältnis. Im Optimum entspricht also das gewünschte Austauschverhältnis dem am Markt bestehenden Austauschverhältnis.

MRS-Bedingung für $U(x_1, x_2) = \sqrt{x_1}\sqrt{x_2}$:

$$\frac{0.5x_1^{-1/2}x_2^{1/2}}{0.5x_1^{1/2}x_2^{-1/2}} = \frac{x_2}{x_1} = \frac{p_1}{p_2} \quad \iff \quad p_2x_2 = p_1x_1.$$

3 Punkte

4. Berechnen Sie die optimalen Konsummengen x_1^* und x_2^* .

Term p_1x_1 in der Budgetgleichung durch p_2x_2 ersetzen:

$$p_2x_2 + p_2x_2 = m \iff 2p_2x_2 = m$$
$$\text{optimale Mengen: } x_2^* = \frac{1}{2} \frac{m}{p_2}, \quad x_1^* = \frac{1}{2} \frac{m}{p_1}$$

2 Punkte

5. Definieren Sie die Begriffe *Preiselastizität der Nachfrage* und *Kreuzpreiselastizität der Nachfrage*.

- *Preiselastizität der Nachfrage*: Um wieviel % ändert sich die Nachfrage nach einem Gut, wenn sich der Preis dieses Gutes um 1% ändert.
- *Kreuzpreiselastizität der Nachfrage*: Um wieviel % ändert sich die Nachfrage nach einem Gut, wenn sich der Preis des anderen Gutes um 1% ändert.

2 Punkte

6. Gehen Sie von dem Haushaltsoptimum $x_1^* = m/2p_1$ und $x_2^* = m/2p_2$ aus. Berechnen Sie für das Gut 2 die *Preiselastizität der Nachfrage* und die *Kreuzpreiselastizität der Nachfrage* im Optimum.

$$\text{PE: } \frac{\frac{\partial x_2^*}{\partial p_2}}{\frac{x_2^*}{p_2}} = \left(\frac{\partial x_2^*}{\partial p_2} \right) \cdot \frac{p_2}{x_2^*} = \left(-\frac{m}{2p_2^2} \right) \cdot \frac{p_2}{\left(\frac{m}{2p_2} \right)} = -\frac{m}{2p_2^2} \cdot \frac{2p_2^2}{m} = \boxed{-1}$$
$$\text{KE: } \frac{\frac{\partial x_2^*}{\partial p_1}}{\frac{x_2^*}{p_1}} = \left(\frac{\partial x_2^*}{\partial p_1} \right) \frac{p_1}{x_2^*} = (0) \cdot \frac{p_1}{x_2^*} = \boxed{0}.$$

2 Punkte

7. Erklären Sie die besonderen Eigenschaften der Ergebnisse aus Teilaufgabe 6.

Im vorliegenden Fall benötigt man zur Berechnung keine konkreten Preise und Einkommen. Die Elastizitäten sind Konstanten $(-1, 0)$, d.h. sie sind unabhängig vom Einkommen und den Preisen. Die Nachfrage eines Gutes hängt außerdem nicht vom Preis des anderen Gutes ab. Dies ist eine spezielle Eigenschaft der hier angenommenen Cobb-Douglas-Präferenzen.

2 Punkte

Aufgabe 3 (Gewinnmaximierung und Kostenfunktion — 19 Punkte)

Ein Unternehmen produziert ein Produkt in der Menge y mit den Inputfaktoren x_1 und x_2 entsprechend der Produktionsfunktion $y = f(x_1, x_2) = 10\sqrt{x_1} + 20\sqrt{x_2}$. Die Fixkosten betragen $F = 50$. Das Produkt wird zum Marktpreis $p = 2$ verkauft und die beiden Inputfaktoren haben die Preise $w_1 = 1$ und $w_2 = 4$.

1. Erklären Sie verbal den Begriff der bedingten Faktornachfrage und bestimmen Sie diese für die gegebene Produktionsfunktion mit Hilfe der Tangentialmethode (TRS).

Die bedingten Faktornachfragen geben die optimalen Inputmengen für ein beliebiges y an.

Tangentialmethode:

$$\frac{MP_1}{MP_2} = \frac{\frac{10}{2\sqrt{x_1}}}{\frac{20}{2\sqrt{x_2}}} = \frac{\sqrt{x_2}}{2\sqrt{x_1}} \stackrel{!}{=} \frac{w_1}{w_2} = \frac{1}{4} \iff 2\sqrt{x_2} = \sqrt{x_1} \iff 4x_2 = x_1$$

Einsetzen in die Produktionsfunktion:

$$y = 10 \cdot 2\sqrt{x_2} + 20\sqrt{x_2} = 40\sqrt{x_2} \iff x_2^* = \left(\frac{y}{40}\right)^2 \Rightarrow x_1^* = 4x_2^* = 4\left(\frac{y}{40}\right)^2.$$

7 Punkte

2. Setzen Sie das Kostenminimierungsproblem und die Kostenfunktion in Beziehung. Bestimmen Sie die Kostenfunktion für die gegebene Produktionstechnologie des Unternehmens.

Das Kostenminimierungsproblem besteht darin, eine bestimmte (gewünschte) Outputmenge y zu möglichst geringen Gesamtkosten herzustellen.

ODER: $\min_{x_1, x_2} w_1x_1 + w_2x_2 + F, \quad NB : f(x_1, x_2) = y$

Die Lösung des Kostenminimierungsproblems ist die Kostenfunktion. Die Kostenfunktion $c(w_1, w_2, y)$ gibt die *minimalen* Kosten an, die bei der Produktion des Outputniveaus y anfallen.

Kostenfunktion:

$$\begin{aligned} c(y, w_1, w_2) &= w_1x_1^* + w_2x_2^* + 50 \\ &= 1 \cdot 4\left(\frac{y}{40}\right)^2 + 4 \cdot \left(\frac{y}{40}\right)^2 + 50 = 8\left(\frac{y}{40}\right)^2 + 50 \\ \Rightarrow c(y) &= \frac{y^2}{200} + 50. \end{aligned}$$

4 Punkte

3. Gehen Sie von der Kostenfunktion $c(y) = y^2/200 + 50$ aus und berechnen Sie die kurzfristigen Grenzkosten (MC), Durchschnittskosten (AC) und die durchschnittlichen variablen Kosten (AVC).

- Grenzkosten (MC): $c'(y) = \frac{y}{100}$
- Durchschnittskosten (AC): $\frac{c(y)}{y} = \frac{y}{200} + \frac{50}{y}$
- durchschnittliche variable Kosten (AVC): $\frac{c(y)-F}{y} = \frac{y}{200}$

3 Punkte

4. Berechnen Sie die gewinnmaximale Outputmenge y^* und erläutern Sie kurz Ihr Vorgehen.

$$\text{Gewinn} = \text{Erlös} - \text{Kosten}$$

$$\text{Grenzgewinn} = \text{Grenzerlös} - \text{Grenzkosten} \stackrel{!}{=} 0$$

$$\pi(y) = py - c(y)$$

$$\Rightarrow \pi'(y) = p - c'(y) = 0 \quad \iff \quad \boxed{p = c'(y)}$$

Hier:

$$p = 2 = \frac{2y}{200} = c'(y) \quad \iff \quad y^* = 200$$

3 Punkte

5. Berechnen Sie die Faktornachfragen für das Optimum y^* aus 4..

Einsetzen von y^* in $x_1^*(y)$ und $x_2^*(y)$:

$$x_2^* = \left(\frac{y}{40}\right)^2 = 25$$

$$x_1^* = 4x_2^* = 4 \left(\frac{y}{40}\right)^2 = 100$$

2 Punkte

Aufgabe 4 (Pauschal- und Mengensteuer — 16 Punkte)

Die Präferenzen eines Haushalts werden durch die Nutzenfunktion $u(x_1, x_2) = x_1 \cdot x_2$ beschrieben. Die Preise der Güter betragen $p_1 = 8$ und $p_2 = 1$. Das Einkommen des Haushalts ist $m = 1600$. Im Fall ohne Steuern lautet die Nachfrage nach Gut 1 $x_1 = 100$ und nach Gut 2 $x_2 = 800$ und das Individuum erreicht ein Nutzenniveau von 80000.

1. Wie lautet die Budgetbeschränkung des Haushaltes ohne Steuern?

$$m = p_1x_1 + p_2x_2 \Rightarrow 1600 = 8x_1 + x_2$$

1 Punkt

2. Zur Finanzierung eines Steueraufkommens kann der Staat das Gut 1 mit der Mengensteuer t (also ein Steuerbetrag t pro Stück x_1) besteuern. Wie lautet die Budgetbeschränkung des Haushaltes bei einer Mengensteuer von t auf Gut 1?

$$m = (p_1 + t)x_1 + p_2x_2 \Rightarrow 1600 = (8 + t)x_1 + x_2$$

1,5 Punkt

3. Bei einer Mengensteuer von $t = 2$ auf Gut 1 fragt der Haushalt die optimale Konsummenge $x_1^t = 80$ nach. Wie hoch ist dann die Nachfrage nach x_2^t ? Wie hoch ist das Steueraufkommen?

$$\begin{aligned}x_2^t &= 1600 - (8 + t)x_1^t = 1600 - 10x_1^t = 1600 - 800 = 800 \\T &= tx_1^t = 2 \cdot 80 = 160\end{aligned}$$

2 Punkte

4. Alternativ kann der Staat direkt das Einkommen m mit einer Pauschalsteuer T belegen und verzichtet dafür auf die Besteuerung von Gut 1. Wie lautet die Budgetbeschränkung des Haushaltes bei einer Pauschalsteuer auf das Einkommen?

$$m - T = p_1x_1 + p_2x_2 \Rightarrow 1600 - T = 8x_1 + x_2$$

1,5 Punkt

5. Bei einer Pauschalsteuer von $T = 160$ fragt der Haushalt die optimalen Konsummenge $x_1^T = 90$ nach. Wie hoch ist dann die Nachfrage nach x_2^T ?

$$x_2^T = 1600 - 160 - 8x_1^T = 1440 - 720 = 720$$

1 Punkt

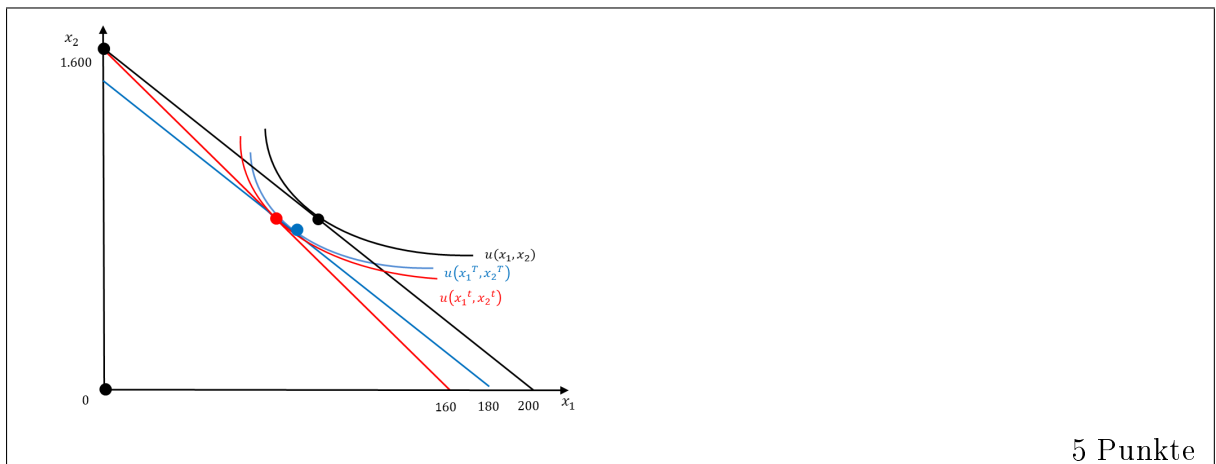
6. Zeigen Sie, dass der Nutzen des Haushaltes bei der Pauschalsteuer in Höhe von 160 größer ist, als bei der Mengensteuer mit einem Steueraufkommen von 160.

$$u(x_1^t, x_2^t) = 80 \cdot 800 = 64000$$

$$u(x_1^T, x_2^T) = 90 \cdot 720 = 64800$$

2 Punkte

7. Skizzieren Sie jeweils die Budgetgerade und die Indifferenzkurve durch den Punkt der gleichgewichtigen Nachfragen für die Ausgangssituation ohne Steuern, für die Mengensteuer und die Pauschalsteuer in eine Grafik.



5 Punkte

8. Erklären Sie die Intuition für das Ergebnis aus 6. und 7.

Die Mengensteuer t verursacht einen SE und EE, während eine Pauschalsteuer T nur einen EE auslöst. Die Mengensteuer auf Gut 1 verzerrt das Preisverhältnis und "zwingt" den Konsumenten, den Konsum von Gut 1 zu verringern. Die Pauschalsteuer überlässt hingegen dem Konsumenten die Wahl, wie er mit dem kleineren Einkommen umgeht. Er hat die Möglichkeit, genau so zu reagieren wie unter der Mengensteuer (daher kann die Pauschalsteuer nicht schlechter sein), aber es ist besser, den Konsum beider Güter einzuschränken ohne das Güterbündel (einseitig) zu sehr zu verzerren (gegenüber dem ursprünglichen Haushaltsoptimum ohne Steuer).

2 Punkte

Aufgabe 5 (Tauschökonomie und Marktgleichgewicht — 21 Punkte)

Eine kleine Tauschökonomie besteht aus den zwei Konsumenten Ernie und Bert und den beiden Gütern Quietscheenten (Q) und Wasserpistolen (W). Ernie besitzt eine Erstausrüstungen von $e_E^Q = 4$ Quietscheenten und $e_E^W = 9$ Wasserpistolen. Berts Erstausrüstung sind $e_B^Q = 16$ Quietscheenten und $e_B^W = 6$ Wasserpistolen. Die Nutzenfunktion von Ernie lautet $u_E(Q, W) = Q \cdot W$ und von Bert $u_B(Q, W) = Q \cdot W$.

1. Belegen Sie rechnerisch mit Hilfe der Grenzzraten der Substitution, dass in der Ausgangssituation mit den gegebenen Erstausrüstungen keine Paretoeffizienz vorliegt.

Paretoeffizienz erfordert, dass die MRS übereinstimmen:

$$\begin{aligned} MRS_E(W, Q) &= -\frac{\frac{\partial u_E}{\partial Q}}{\frac{\partial u_E}{\partial W}} = -\frac{W}{Q} & MRS_B(W, Q) &= -\frac{\frac{\partial u_B}{\partial Q}}{\frac{\partial u_B}{\partial W}} = -\frac{W}{Q} \\ \Rightarrow MRS_E &= MRS_B & \iff & -\frac{W_E}{Q_E} = -\frac{W_B}{Q_B} \end{aligned}$$

Bei den Erstausrüstungen haben wir aber $MRS_E = -\frac{9}{4}$ und $MRS_B = -\frac{6}{16} = -\frac{3}{8}$. Daher sind die Erstausrüstungen keine Pareto-effizienten Allokationen.

4 Punkte

2. Ein externer Auktionator setzt den Preis für Quietscheenten auf $p^Q = 2$ und für Wasserpistolen auf $p^W = 1$ fest. Berechnen Sie den Marktwert der Anfangsausstattungen für die gegebenen Preise.

Bei Marktpreisen von $p^Q = 2$ und $p^W = 1$ haben die Anfangsausstattungen einen Marktwert von:

$$\begin{aligned} m_E &= p^Q e_E^Q + p^W e_E^W = 2 \cdot 4 + 1 \cdot 9 = 17 \\ m_B &= p^Q e_B^Q + p^W e_B^W = 2 \cdot 16 + 1 \cdot 6 = 38. \end{aligned}$$

2 Punkte

3. Die Nachfrage nach Quietscheenten lautet $Q_i = m_i/(2p^Q)$ und nach Wasserpistolen $W_i = m_i/(2p^W)$ mit $i = E, B$, wobei m_i den Wert der Anfangsausstattungen angibt. Wie hoch sind für die gegebenen Preise die Bruttonachfragen von Ernie und Bert nach beiden Gütern?

Bruttonachfragefunktionen:

$$\begin{aligned} Q_E^{brutto} &= \frac{m_E}{2p^Q} = \frac{17}{2 \cdot 2} = \frac{17}{4} & W_E^{brutto} &= \frac{m_E}{2p^W} = \frac{17}{2 \cdot 1} = \frac{17}{2} \\ Q_B^{brutto} &= \frac{m_B}{2p^Q} = \frac{38}{2 \cdot 2} = \frac{38}{4} & W_B^{brutto} &= \frac{m_B}{2p^W} = \frac{38}{2 \cdot 1} = \frac{38}{2}. \end{aligned}$$

4 Punkte

4. Berechnen Sie mit Hilfe der Bruttonachfragen die Nettonachfragen von Ernie und Bert nach beiden Gütern. Interpretieren Sie Ihre Ergebnisse.

Die Nettonachfragen sind die Differenz aus Bruttonachfrage und Anfangsausstattung des jeweiligen Gutes.

$$Q_E^{netto} = Q_E^{brutto} - e_E^Q = \frac{17}{4} - \frac{16}{4} = \frac{1}{4} \quad W_E^{netto} = W_E^{brutto} - e_E^W = \frac{17}{2} - \frac{18}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$Q_B^{netto} = Q_B^{brutto} - e_B^Q = \frac{38}{4} - \frac{64}{4} = -\frac{26}{4} \quad W_B^{netto} = W_B^{brutto} - e_B^W = \frac{38}{2} - \frac{12}{2} = \frac{26}{2}.$$

Die Bruttonachfrage sagt aus, wieviel man konsumieren wird, die Nettonachfrage sagt aus, wieviel man dazu von seiner Anfangsausstattung verkaufen wird bzw. zur Anfangsausstattung dazukaufen muss.

Ernie möchte $17/4$ Enten und $17/2$ Pistolen konsumieren (Bruttonachfrage). Er hat $1/4$ Ente zu wenig (positive Nettonachfrage) und $1/2$ Pistole zu viel (negative Nettonachfrage). Diese möchte er für $1/2 \cdot 1 = 1/2$ verkaufen und kann dann $1/4 \cdot 2 = 1/2$ Enten kaufen. Sein Budget wäre also ausgeglichen. Für Bert gilt: $26/4$ zu viele Enten und $26/2$ Pistolen zu wenig. Er würde also die Enten verkaufen und Pistolen kaufen.

6 Punkte

5. Überprüfen Sie, ob es bei den angegebenen Preisen zur Markträumung kommt.

Addiere die Bruttonachfragen und vergleiche mit der Summe der Anfangsausst.:

Quietscheenten: $17/4 + 38/4 = 55/4 < 20$ Überschussangebot

Wasserpistolen: $17/2 + 38/2 = 55/2 > 15$ Überschussnachfrage

Der Preisvektor (p^Q, p^W) ist also kein Gleichgewichts-Preisvektor.

ALTERNATIV: Zeigen, dass die Summe der Nettonachfragen $\neq 0$

2 Punkte

6. Wie lautet das Preisverhältnis im Wettbewerbsgleichgewicht?

Preisverhältnis im Wettbewerb muss die MRS-Bedingung erfüllen: $MRS_E = MRS_B = -p^Q/p^W$. Zusätzlich muss der Markt geräumt sein (Angebot = Nachfrage). Dazu brauchen wir die Anfangsausstattungen:

$$Q_E + Q_B = e_E^Q + e_B^Q = 4 + 16 = 20 \quad W_E + W_B = e_E^W + e_B^W = 9 + 6 = 15$$

Daraus erhalten wir $Q_E = 20 - Q_B$ und $W_E = 15 - W_B$. Dies wird in die MRS-Bedingung eingesetzt:

$$\begin{aligned} MRS_E = MRS_B &\iff -\frac{W_E}{Q_E} = -\frac{W_B}{Q_B} \\ &\iff \frac{15 - W_B}{20 - Q_B} = \frac{W_B}{Q_B} \\ (15 - W_B)Q_B &= (20 - Q_B)W_B \\ 15Q_B - W_BQ_B &= 20W_B - Q_BW_B \\ &\iff \frac{W_B}{Q_B} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4} \end{aligned}$$

Für das Preisverhältnis im Gleichgewicht muss also gelten

$$MRS_E = MRS_B = -\frac{3}{4} = -\frac{p^Q}{p^W}.$$

ALTERNATIVER ANSATZ:

$$\begin{aligned} Q_E^b + Q_B^b &= e_E^Q + e_B^Q \\ \frac{m_E + m_B}{2p^Q} &= 20 \\ \frac{9p^W + 4p^Q + 6p^W + 16p^Q}{2p^Q} &= 20 \\ \frac{15p^W}{2p^Q} + 10 &= 20 \\ \frac{15p^W}{2p^Q} &= 10 \\ \frac{p^W}{p^Q} &= \frac{20}{15} = \frac{4}{3} \quad \frac{p^Q}{p^W} = \frac{3}{4} \end{aligned}$$

3 Punkte