Klausur AVWL 1

Klausurtermin: 25.02.2015

Dieses Deckblatt bitte vollständig und deutlich lesbar ausfüllen!

Name:____________________

Vorname:____________________

Matrikelnummer: ________________

Vom Prüfer auszufüllen:
Punkte:
Note:
Credits:

Vom Prüfer auszufüllen:	
Aufg.1:	/ 25
Aufg.2:	/ 19
Aufg.3:	/ 16
Aufg.4:	/ 18
Aufg.5:	/ 22

Zutreffendes bitte ankreuzen:

Ich studiere nach: Bachelor-Prüfungsordnung ☐
Diplom-Prüfungsordnung ☐

Studiengang: ________________ Unterschrift: ______________________________

Klausurdauer: 90 Minuten

Bitte beachten Sie:

- Benutzen Sie die Rückseiten der Aufgabenblätter als Konzeptpapier.
- Hilfsmittel: nicht programmierbarer Taschenrechner, Wörterbuch
- Die Klausur besteht aus 10 Seiten. Prüfen Sie, ob Ihre Klausur vollständig ist.
- Lösen Sie alle 5 Aufgaben! Die maximale Punktzahl beträgt 100.
- Bitte tragen Sie Ihre Lösungen in die Lösungsfelder auf den Aufgabenblättern ein! Lösungen auf dem Konzeptpapier werden **nicht gewertet!**
- Antworten mit Rot- oder Bleistift werden **nicht gewertet!**
- Geben Sie zu Ihren Ergebnissen immer den Lösungsweg an (außer bei Aufgabe 1). Ergebnisse, deren Ermittlung nicht nachvollzogen werden kann, werden **nicht gewertet!**

Aufgabe 1 (Multiple Choice — 25 Punkte)**.**

Kreuzen Sie an, ob die Aussagen richtig (**R**) oder falsch (**F**) sind. Sie erhalten für jede **korrekte Antwort 2,5 Punkte**, für jede **nicht korrekte Antwort** und für jede **nicht beantwortete Frage 0 Punkte**.

		R	**F**
1.	Besitzt eine Produktionsfunktion mit zwei Inputs, $F(L,K)$, die Eigenschaft $F(\lambda L, \lambda K) = F(L,K)$, so ist diese Funktion homogen vom Grad λ.		x
2.	Der Monopolpreis auf einem Markt ist umso kleiner, je preisunelastischer die Marktnachfrage ist.		x
3.	Wenn sich alle Preise um einen Faktor λ ändern, dann ändert sich die Budgetgerade eines Haushaltes nicht.		x
4.	Wenn ein Gut ein Giffen-Gut ist, dann wirken Einkommens- und Subsitutionseffekt in die gleiche Richtung.		x
5.	Bei perfekten Substituten verlaufen die Indifferenzkurven linear.	x	
6.	Die Steigung der Budgetgeraden eines Haushalts hängt von den Preisen und dem Einkommen ab.		x
7.	Eine bestimmte Pareto-optimale Allokation kann durch eine beliebige Anfangsausstattung dezentral über einen Tauschmarkt realisiert werden.		x
8.	Der soziale Verlust, der durch ein Monopol entsteht, ist der Teil der im Vergleich zur vollständigen Konkurrenz eintretenden Änderung der Konsumenten- und Produzentenrente, den der Monopolist nicht abschöpft.	x	
9.	Die Isoquante einer Produktionsfunktion $y = F(x_1, x_2)$ ist die Menge aller Punkte (x_1, x_2), die identische Produktionskosten aufweisen.		x
10.	Bei Preisdiskriminierung ersten Grades bietet der Monopolist für jede Gruppe von Nachfragern individuelle Preise.	x	

Aufgabe 2 (Haushaltstheorie — 19 Punkte)**.**

Ein Haushalt konsumiert die Güter 1 und 2 in den Mengen x_1 und x_2. Seine Präferenzen werden durch die Nutzenfunktion $u(x_1, x_2) = a \cdot x_1^{3/4} \cdot x_2^{1/4}$ beschrieben. Die Güterpreise sind p_1 und p_2 und das Haushaltseinkommen beträgt m.

1. Stellen Sie die Gleichung der Indifferenzkurve für das Nutzenniveau $\bar{u} = b$ auf! (3 Punkte)

$$u(x_1, x_2) = a \cdot x_1^{3/4} \cdot x_2^{1/4} = b = \bar{u}$$
$$\frac{b}{a} = x_1^{3/4} \cdot x_2^{1/4}$$
$$x_2^{1/4} = \frac{b}{a} x_1^{-3/4}$$
$$\boxed{x_2 = \left[\frac{b}{a}\right]^4 x_1^{-3}}$$

3 Punkte

2. Formulieren Sie das Nutzenmaximierungsproblem des Haushalts unter Berücksichtigung der Nebenbedingung und stellen Sie die dazugehörige Lagrangefunktion auf! (3 Punkte)

Maximierungsproblem

$$\max_{x_1, x_2} U(x_1, x_2) = a x_1^{3/4} x_2^{1/4} \qquad \text{Zielfunktion}$$
$$m \geq p_1 x_1 + p_2 x_2 \qquad \text{Nebenbedingung}$$

Lagrangefunktion

$$L = a x_1^{3/4} x_2^{1/4} - \lambda \left[p_1 x_1 + p_2 x_2 - m\right]$$

3 Punkte

3. Berechnen Sie die Marshallsche Nachfrage nach Gut 1 und Gut 2! (6 Punkte)

$$L = a x_1^{3/4} x_2^{1/4} - \lambda \left[p_1 x_1 + p_2 x_2 - m \right]$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = \frac{3a}{4} \left(\frac{x_2}{x_1} \right)^{1/4} - \lambda p_1 \stackrel{!}{=} 0 \qquad \rightarrow \qquad \frac{3a}{4} \left(\frac{x_2}{x_1} \right)^{1/4} = \lambda p_1$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = \frac{a}{4} \left(\frac{x_1}{x_2} \right)^{3/4} - \lambda p_2 \stackrel{!}{=} 0 \qquad \rightarrow \qquad \frac{a}{4} \left(\frac{x_1}{x_2} \right)^{3/4} = \lambda p_2$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = p_1 x_1 + p_2 x_2 - m \stackrel{!}{=} 0$$

Aus Zeile 1 und 2:

$$\begin{aligned} 3 \left(\frac{x_2}{x_1} \right)^{1/4+3/4} &= \frac{\lambda p_1}{\lambda p_2} \\ 3 \frac{x_2}{x_1} &= \frac{p_1}{p_2} \\ x_2 &= \frac{x_1}{3} \frac{p_1}{p_2} \end{aligned}$$

In Zeile 3 von oben einsetzen:

$$\begin{aligned} m &= p_1 x_1 + p_2 \frac{x_1}{3} \frac{p_1}{p_2} \\ m &= x_1 (p_1 + \frac{p_1}{3}) = x_1 p_1 \frac{4}{3} \\ x_1 &= \frac{3}{4} \frac{m}{p_1} \end{aligned}$$

Diesen Ergebnis wiederum in die Budgetgleichung einsetzen

$$\begin{aligned} m &= p_1 \frac{3}{4} \frac{m}{p_1} + p_2 x_2 \\ x_2 &= \frac{1}{4} \frac{m}{p_2} \end{aligned}$$

6 Punkte

Nehmen Sie jetzt an, das Einkommen beträgt $m = 400$ und die Preise für die Güter sind $p_1 = 2$ und $p_2 = 1$.

4. Bestimmen Sie die Marshallschen Nachfragemengen für die gegebenen Werte! (1 Punkt)

$$x_1^* = \frac{3}{4}\frac{m}{p_1} = \frac{3}{4}\frac{400}{2} = 150$$
$$x_2^* = \frac{1}{4}\frac{m}{p_2} = \frac{1}{4}\frac{400}{1} = 100$$

1 Punkt

Nun steigt der Preis für Gut 2 auf $p_2' = 2$.

5. Berechnen Sie das benötigte Einkommen m', mit dem nach der Preissteigerung die ursprünglichen Marshallschen Nachfragemengen noch realisierbar sind! Wie hoch müsste die Einkommenskompensation ausfallen? (1 Punkt)

$$m' = x_1(p_1)p_1 + x_2(p_2)p_2' = 150 * 2 + 100 * 2 = 500$$
$$\Delta m = m' - m = 500 - 400 = 100$$

1 Punkt

6. Bestimmen Sie die Marshallschen Nachfragemengen beider Güter nach Preiserhöhung für das errechnete Einkommen m' aus Teilaufgabe 5. (1 Punkt)

$$x_1^* = \frac{3}{4}\frac{m}{p_1} = \frac{3}{4}\frac{500}{2} = 187,5$$
$$x_2^* = \frac{1}{4}\frac{m}{p_2'} = \frac{1}{4}\frac{500}{2} = 62,5$$

1 Punkt

7. Berechnen Sie jetzt die Marshallschen Nachfragemengen beider Güter nach Preiserhöhung für das <u>ursprüngliche</u> Einkommen $m = 400$. (1 Punkt)

$$x_1^* = \frac{3}{4}\frac{m}{p_1} = \frac{3}{4}\frac{400}{2} = 150$$
$$x_2^* = \frac{1}{4}\frac{m}{p_2'} = \frac{1}{4}\frac{400}{2} = 50$$

1 Punkt

8. Berechnen Sie für Gut 2 den Einkommens-, Substitutions- und Gesamteffekt nach Slutsky! Welche Aussagen bzgl. der Eigenschaften von Gut 2 können gemacht werden? Begründen Sie Ihre Antwort! (3 Punkte)

Substitutions- und Einkommenseffekt für Gut 2:

$$SE = x_2^*(m', p_2') - x_2^*(m, p_2) = 62,5 - 100 = -37,5$$
$$EE = x_2^*(m, p_2') - x_2^*(m', p_2') = 50 - 62,5 = -12,5$$
$$GE = SE + EE = -37,5 - 12,5 = -50$$

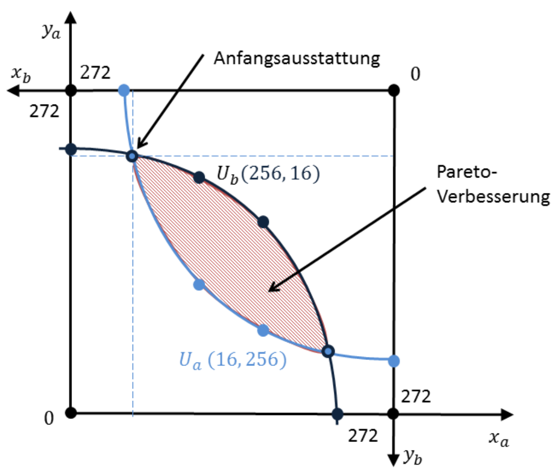
Gut 2 ist ein gewöhnliches (da $GE < 0$) und ein normales Gut, da $EE > 0$ (Einkommen sinkt $\rightarrow$ Nachfrage sinkt). Oder: Gut 2 ist ein normales Gut ($EE > 0$, Einkommen sinkt $\rightarrow$ Nachfrage sinkt) und deshalb zwingend auch ein gewöhnliches Gut.

3 Punkte

Aufgabe 3 (Tauschwirtschaft — 16 Punkte)**.**

In einer Tauschwirtschaft leben 2 Konsumenten a und b. Die Präferenzen von Konsument $i = a, b$ können durch die Nutzenfunktionen $U_i(x_i, y_i) = x_i^\gamma y_i^{1-\gamma}$ dargestellt werden, wobei x_i und y_i die Konsummenge der Güter X und Y des Konsumenten bezeichnen. Die Gesamtausstattung der Ökonomie beträgt $(e_x, e_y) = (272, 272)$. Es sei angenommen, dass die Anfangsausstattung von Konsument a durch $e_a = (16, 256)$ und die von Konsument b durch $e_b = (256, 16)$ dargestellt werden kann.

1. Zeichnen Sie die Situation in eine Edgeworth-Box! Zeichnen Sie auch die Anfangsausstattung und kennzeichnen Sie die Allokationen, die eine Pareto-Verbesserung im Vergleich zur Ausgangssituation darstellen! (4 Punkte)



4 Punkte

2. Leiten Sie die Grenzrate der Substitution für Konsument i her! (2 Punkte)

Beide Individuen besitzen die gleiche Nutzenfunktion. Damit gilt:

$$MRS_i = -\frac{\frac{\partial U_i}{\partial x_i}}{\frac{\partial U_i}{\partial y_i}} = -\frac{\gamma x_i^{\gamma-1} y_i^{1-\gamma}}{(1-\gamma) x_i^\gamma y_i^{-\gamma}} = -\frac{\gamma}{1-\gamma}\frac{y_i}{x_i}, \quad i = a, b$$

2 Punkte

3. Erklären Sie kurz, wann eine Allokation Pareto-optimal ist! Berechnen Sie die Menge aller Pareto-effizienten Allokationen (Kontraktkurve)! Es gelte $\gamma = \frac{1}{4}$. (4 Punkte)

Die Pareto-effizienten Allokationen sind alle Allokationen (x_a, y_a, x_b, y_b), bei denen keine Tauschgeschäfte zwischen den Individuen mehr möglich sind, die mindestens ein Individuum besser stellen ohne das andere schlechter zu stellen. Technisch müssen dazu die MRS übereinstimmen. Außerdem muss gelten, dass alle Allokationen in der Edgeworthbox liegen müssen. Berechnung der Kontraktkurve:

$$\begin{aligned}
MRS_a &= MRS_b \\
-\frac{\gamma}{1-\gamma}\frac{y_a}{x_a} &= -\frac{\gamma}{1-\gamma}\frac{y_b}{x_b} \\
\frac{y_a}{x_a} &= \frac{y_b}{x_b} = \frac{e_y - y_a}{e_x - x_a} \\
y_a e_x &= x_a e_y \\
y_a(x_a) &= e_y/e_x x_a = x_a \quad \text{ und } y_b = x_b \\
\text{mit } & x_a, x_b, y_a, y_b \in [0; 272] \quad \text{ und } x_a + x_b = 272 = y_a + y_b
\end{aligned}$$

4 Punkte

4. Es gelte weiterhin $\gamma = \frac{1}{4}$. Nehmen Sie an, Konsument b habe die Möglichkeit, ein Tauschangebot zu offerieren. Konsument a lehnt dieses nur ab, wenn er sich bei Annahme schlechter stellt als mit seiner Anfangsausstattung e_a. Welches Angebot sollte Konsument b wählen, um seinen Nutzen zu maximieren? Bestimmen Sie das resultierende Nutzenniveau von Konsument b und vegleichen Sie es mit dem der Ausgangssituation! Erläutern Sie Ihren Lösungsweg! (6 Punkte)

Es sind alle Allokationen Pareto-optimal bei denen unter Beachtung der Ressourcenbeschränkung: $x_a + x_b = 272 = y_a + y_b$ gilt: $x_a = y_a$ und $x_b = y_b$.
Das Angebot von b and a darf bei a nicht zum Nutzenverlust führen $U_a(x_a, y_a) \geq U_a(e_{xa}, e_{ya}) = 16^{1/4} \cdot 256^{3/4} = 128$.
Profitabelste Angebot aus Sicht von b ist unveränderter Nutzen für a: $U_a(x_a, y_a) = 128$.

$$\begin{aligned} U_a(x_a, x_a) &= x_a^{1/4} \cdot y_a^{3/4} \\ 128 &= x_a^{1/4} \cdot y_a^{3/4} = x_a^{1/4} \cdot x_a^{3/4} \\ x_a &= y_a = 128 \end{aligned}$$

Dann bekommt b den Rest der Anfangsausstattungen: $x_b = y_b = 272 - 128 = 144$

$$\begin{aligned} x_b - e_{xb} &= 144 - 256 = -112 && \text{Tauschgeschäft} \\ y_b - e_{yb} &= 144 - 16 = 128 && \\ U_b(144; 144) &= 144^{1/4+3/4} = 144 && \text{Nutzen nach Tauschgeschäft} \\ U_b(e_{xb}, e_{yb}) &= 256^{1/4} \cdot 16^{3/4} = 32 && \text{Nutzen mit Anfangssausstattungen} \end{aligned}$$

Der Konsument bietet einen Tausch 112 Einheiten X gegen 128 Einheiten Y an. Da Konsument a indifferent zwischen der Anfangsausstattung und der Allokation nach diesem Tausch ist willigt er ein. Konsument b kann dadurch seinen Nutzen von 32 auf 144 steigern.

6 Punkte

Aufgabe 4 (Angebot des Unternehmens — 18 Punkte).

1. Nennen Sie drei Marktstrukturen, die sich durch die Anzahl der Anbieter unterscheiden, und erläutern Sie kurz, inwiefern sich das Verhalten der Anbieter bei den verschiedenen Marktstrukturen unterscheidet. (3 Punkte)

   - *Monopol*: Ein einziger Verkäufer bestimmt das Marktangebot (Menge), bzw. den markträumenden Preis
   - *Oligopol*: Es gibt einige wenige Unternehmen auf dem Markt, wobei die Entscheidungen von jedem auch die Gewinne der jeweils anderen Unternehmen beeinflussen.
   - *Vollkommende Konkurrenz*: Es gibt viele Unternehmen, die ein identisches Produkt herstellen. Die Outputmenge von jedem einzelnen Unternehmen ist klein im Vergleich zum Gesamtangebot auf dem Markt. Das einzelne Unternehmen hat keinen Einfluss auf den Preis.

   3 Punkte

2. Sei y die Ausbringungsmenge eines Unternehmens und p der Absatzpreis auf einem Markt mit vollkommener Konkurrenz. Zudem seien die Kosten der Produktion beschrieben durch $c(y)$, mit $\frac{\partial c(y)}{\partial y} = c'(y) > 0$.

   a. Formulieren Sie das Gewinnmaximierungsproblem des Unternehmens. Wie lautet die Bedingung erster Ordnung? Interpretieren Sie diese! (3 Punkte)

   $$\max_{y \geq 0} \Pi(y) = p \cdot y - c(y)$$
   $$\frac{\partial \Pi(y)}{\partial y} = p - c'(y) \overset{!}{=} 0$$
   $$\Rightarrow p = MC(y)$$

   Im Gewinnmaximum mit $y^* > 0$ ist der Marktpreis p gleich den Grenzkosten.

   3 Punkte

   b. Welche Bedingung ist hinreichend dafür, dass die Lösung aus der Bedingung erster Ordnung ein Maximum ist? Erläutern Sie die Bedingung kurz. (3 Punkte)

   Bedingung 2. Ordnung:

   $$\frac{\partial^2 \Pi(y)}{\partial y^2} = \frac{\mathrm{d}(p - MC)}{\mathrm{d}y} = -\frac{\mathrm{d}MC}{\mathrm{d}y} < 0$$
   $$\frac{\mathrm{d}MC}{\mathrm{d}y} > 0$$

   y^* muss in einem Bereich steigender Grenzkosten liegen. In einem Bereich fallender GK würde sich der Gewinn des Unternehmers durch Steigerung von y noch steigern lassen.

   3 Punkte

c. Die Kosten $c(y)$ setzen sich aus den variablen Kosten $c_v(y)$ und den Fixkosten F zusammen. Wir betrachten die Angebotsentscheidung des Unternehmens in der kurzen Frist. Stellen Sie die Gewinnfunktion auf! Welche Bedingung muss erfüllt sein, damit das Unternehmen eine Menge $y > 0$ am Markt anbietet? Erläutern Sie Ihre Ergebnisse kurz! (4 Punkte)

$$\Pi(y) = p \cdot y - c(y) = p \cdot y - c_v(y) - F \tag{1}$$

Kurzfristig gilt, dass die Fixkosten keine Funktion von y sind. Bei Nullproduktion entsteht ein Verlust:

$$\Pi(0) = -F < 0 \tag{2}$$

Das Unternehmen produziert, sobald es durch $y > 0$ den Verlust einer Nullproduktion senken kann.

$$\begin{aligned} \Pi(y) &= p \cdot y - c_v(y) - F \geq -F \\ \Leftrightarrow \quad p \cdot y &\geq c_v(y) \\ p &\geq \frac{c_v(y)}{y} = AVC(y) \end{aligned}$$

Der Preis muss mindestens den durchschnittlichen variablen Kosten entsprechen damit das Unternehmen y produziert. 4 Punkte

3. Produzentenrente und Gewinn

a. Definieren Sie 'Produzentenrente' formal und erläutern Sie diese Definition nicht-formal! (2 Punkte)

Die Produzentenrente ist der gesamte Erlös reduziert um alle variablen Kosten des Anbieters.

$$\begin{aligned} PR(p) &= \int_0^{y^*(p)} \left[p - MC(\tilde{y})\right] \mathrm{d}\tilde{y} \\ &= py^*(p) - \int_0^{y^*(p)} MC(\tilde{y}) \,\mathrm{d}\tilde{y} \\ &= py^*(p) - c_v(y^*(p)) \end{aligned}$$

2 Punkte

b. Definieren Sie 'Gewinn' formal und erläutern Sie diese Definition nicht-formal! Welcher Zusammenhang besteht zwischen Produzentenrente und Gewinn? (3 Punkte)

Gewinn ist Erlös abzüglich aller Kosten, fix und variabel.

$$\pi = py - c(y) = y\left[p - \frac{c(y)}{y}\right] = y[p - AC(y)]$$

Produzentenrente (PR) = Gewinn (π) + fixe Kosten (F) 3 Punkte

Aufgabe 5 (Monopol — 22 Punkte)**.**

Ein Monopolist produziert ein Gut in der Menge x. Er hat die Kostenfunktion $C(x) = 2x$ und bedient einen Markt mit der inversen Nachfrage $P(x) = 22 - 2x$.

1. Bestimmen Sie die Monopollösung (Preis und Menge)! (5 Punkte)

$$\pi = P(x)x - C(x) = (22 - 2x)x - 2x = (20 - 2x)x$$
$$\pi' = 20 - 4x \stackrel{!}{=} 0$$
$$\boxed{x^M = 5} \qquad \boxed{p^M = 12}$$

5 Punkte

2. Berechnen Sie die Preiselastizität der Nachfrage beim Preis $p = 12$! (4 Punkte)

$$X(p) = 11 - \frac{1}{2}p$$
$$\varepsilon = \frac{\partial X}{\partial p}\frac{p}{X} = -\frac{1}{2}\frac{p}{11 - .5p}$$
$$\boxed{\varepsilon = -\frac{1}{2}\frac{12}{11-6} = -\frac{6}{5}}$$

4 Punkte

3. Wie groß wäre die Wohlfahrt, wenn der Monopolist den effizienten (= wohlfahrtsmaximierenden) Preis setzen würde? (7 Punkte)

Wohlfahrtsmaximierender Preis: $p = MC = 2$
Wohlfahrtsmaximierende Menge: $X(2) = 11 - .5 * 2 = 10$

$$W(x^{eff}) = \int_0^x P(s)\,\mathrm{d}s - C(x) = \int_0^x (22 - 2s)\,\mathrm{d}s - 2x$$
$$W(x^{eff}) = \left[22s - s^2\right]_0^x - 2x = 20x - x^2 = x(20 - x)$$
$$\boxed{W(x^{eff}) = 10(20 - 10) = 100}$$

oder $$W(x^{eff}) = \frac{(22-2)10}{2} = 100$$

7 Punkte

4. Berechnen Sie den Wohlfahrtsverlust des Monopols! (6 Punkte)

$$
\begin{aligned}
W(x^M) &= \int_0^{x^M} P(s)\,\mathrm{d}s - C(x) \\
W(x^M) &= x^M(20 - x^M) \\
W(x^M) &= 5(20 - 5) = \boxed{75} \\
W(x^{eff}) - W(x^M) &= 100 - 75 = \boxed{25}
\end{aligned}
$$

6 Punkte